

TAREA #1

1. Considere tres urnas rotuladas A, B, C , cada una de las cuales contiene 6 fichas que poseen un cierto valor o puntaje, expresado mediante un número entero positivo. La urna A tiene 5 fichas que valen 3 puntos y una que vale 6; la urna B tiene 5 fichas que valen 4 puntos y una que vale 1; la urna C tiene tres fichas que valen 2 puntos y tres que valen 5.

Usando las urnas descritas arriba, se desarrolla el siguiente juego: Juan escoge primero una urna y extrae una ficha al azar, luego María escoge una urna (distinta de la escogida por Juan) y también extrae una ficha al azar de dicha urna. Si la ficha de María tiene un valor mayor que la ficha de Juan, entonces María gana la partida. Por el contrario, si la ficha de María es menor que la de Juan, entonces gana Juan (nótese que es imposible empatar).

- a) Calcule la probabilidad de que María gane la partida a Juan, en cada una de las 6 situaciones siguientes: María escoge la urna X y Juan escoge Y , donde $X, Y \in \{A, B, C\}$, con $X \neq Y$.
 - b) De las probabilidades calculadas en el apartado anterior, muestre que María siempre puede escoger una urna con la que tiene mayor probabilidad de ganar que Juan. Explique en detalle la estrategia ganadora de María, es decir, qué urna debe escoger ella, cuando Juan ha escogido $X \in \{A, B, C\}$.
2. Una empresa alemana produce automóviles diesel, 30 % de los cuales se fabrican en la planta A , 20 % en la planta B y el resto en la planta C . Se sabe que en la planta A el 80 % de los autos tienen un software que falsea las emisiones de contaminantes; en la planta B solo un 60 % tiene este software pero en la planta C , la tasa es 90 %. Suponga que el gobierno federal selecciona un auto de esta marca al azar. Calcule la probabilidad de que
 - a) El auto no tenga el software.
 - b) Que venga de la planta A dado que lo tiene.
 - c) Que tenga el software y provenga de la planta C .
 - d) Que no venga de la planta B sabiendo que no tiene el software.
 3. Un dado clásico y equilibrado de 6 caras se lanza n veces. Calcule la probabilidad de que
 - a) Todos los números 1 a 6 salgan al menos una vez.
 - b) Nunca salga el 2.
 - c) Solo salgan números pares.
 4. Ejercicio combinatorial.
 - a) Un estudiante debe rendir una prueba que consta de 7 preguntas y en cada una de las cuales puede obtener entre 0 y 5 puntos (valores enteros). Calcule el número de maneras en que puede obtener un puntaje total de 10.
 - b) Se extraen tres cartas al azar de un naipes inglés con 52 cartas. Calcule la probabilidad de obtener al menos dos cartas de la misma pinta.

- c) Una urna contiene 15 bolitas de 5 colores distintos: 3 azules, 3 blancas, 3 rojas, 3 verdes, 3 negras. Se extraen 6 bolitas al azar (sin reposición). Calcule la probabilidad de que el conjunto seleccionado contenga las 3 blancas o las 3 negras.
5. Un grupo de m personas (distinguibles) se distribuyen al azar en $n \geq m$ habitaciones (distinguibles), sin restricciones de ocupación. Es decir, cada habitación puede contener ya sea a todas las personas o bien, quedar vacía. Calcule las probabilidades¹ de los siguientes sucesos y evalúe numéricamente el caso $n = 20, m = 5$ (usando un software apropiado si lo estima necesario) :
- a) No hay ninguna habitación vacía.
 - b) La habitación 1 queda vacía; la habitación 1 es la única vacía; hay exactamente una habitación vacía.
 - c) Las habitaciones 1 y 2 quedan vacías; las habitaciones 1 y 2 son las únicas vacías; hay exactamente dos habitaciones vacías.
 - d) Hay exactamente k habitaciones vacías, con $k \in \{0, 1, \dots, m - 1\}$.

¹Se sugiere usar como espacio equiprobable Ω al conjunto de todas las funciones de $\{1, 2, \dots, n\}$ en $\{1, \dots, m\}$.