MA3403-3. Probabilidades y Estadística.
Profesor: Servet Martínez.
Auxiliar: Sebastián López.
Fecha: Jueves 12 de Mayo, 2022.

Auxiliar 9: Esperanza y Varianza.

Resumen

- Varianza: $\mathrm{Var}(X) := \mathbb{E}[(X-\mathbb{E}(X))^2] = \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2$
- $\mathrm{Var}(\alpha + \beta X) = \beta^2 \mathrm{Var}(X)$.
- $X_1, \ldots, X_n$ indep. entonces $\mathrm{Var}(\alpha + \sum_{k=1}^n \beta_k X_k) = \sum_{k=1}^n \beta_k^2 \mathrm{Var}(X_k)$.

Problemas

P1. En esta pregunta calcularemos la varianza de todas las variables aleatorias vistas, es decir, calcule la variranza de:

a) $X \sim Bernoulli(p)$.

b) $X \sim Binomial(n, p)$.

c) $X \sim Geometrica(p)$.

d) $X \sim Poisson(\lambda)$.

e) $X \sim Uniforme(a, b)$.

f) $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

g) $X \sim Exp(\lambda)$.

h) $X \sim Gamma(\alpha, \beta)$.

P2. Sea X una variable aleatoria. Muestre que si $\mathbb{E}(X)$ es finita y $\mathrm{Var}(X) = 0$, entonces $\mathbb{P}(X = \mathbb{E}(X)) = 1$.

P3. Sea X una variable aleatoria exponencial de parámetro $\lambda > 0$; y sea $r > 0$. Calcule el momento de orden r de X, es decir, calcule $\mathbb{E}(|X|^r)$.

P4. (**Propuesto**) Definimos la función generadora de momentos de X como

$$\Phi_X(t) := \mathbb{E}(e^{tX}).$$

a) Sea X una variable aleatoria Bernoulli de parámetro p. Calcule su función generadora de momentos.

b) Sea Y una variable aleatoria Binomial(n, p). Calcule su función generadora de momentos.

c) ¿ Existe alguna relación entre las funciones de X e Y?