MA3403-3. Probabilidades y Estadística.
Profesor: Servet Martínez.
Auxiliar: Sebastián López.
Fecha: Jueves 05 de Mayo, 2022.

Auxiliar 8: Esperanza.

Resumen

- Esperanza: $\mathbb{E}(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x)dx$.
- $X \leq Y$, entonces $\mathbb{E}(X) \leq \mathbb{E}(Y)$.
- h convexa: $h(\mathbb{E}(X)) \leq \mathbb{E}(h(X))$.
- $\mathbb{E}(aX + bY) = a\mathbb{E}(X) + b\mathbb{E}(Y)$.
- Si $X_1, ..., X_n$ son indep. entonces $\mathbb{E}(\prod_{i=1}^n X_i) = \prod_{i=1}^n E(X_i)$.
- g boreliana: $\mathbb{E}(g(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot f_X(x)dx$.

Problemas

P1. En esta pregunta calcularemos la esperanza de todas las variables aleatorias vistas, es decir, calcule la esperanza de:

a) $X \sim Bernoulli(p)$.
b) $X \sim Binomial(n, p)$.
c) $X \sim Geometrica(p)$.
d) $X \sim Poisson(\lambda)$.
e) $X \sim Uniforme(a, b)$.
f) $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.
g) $X \sim Exp(\lambda)$.
h) $X \sim Gamma(\alpha, \beta)$.

P2. Sea X variable aleatoria no-negativa con $\mathbb{E}(X) = 0$ demuestre entonces que $\mathbb{P}(X = 0) = 1$.

P3. Sea $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$ y $n \in \mathbb{N}$. Pruebe que

$$\mathbb{E}(X^n) = \lambda\mathbb{E}[(X + 1)^{n-1}].$$

P4. Sean B, X variables aleatorias independientes, donde B es una Bernoulli de parámetro p y X tiene distribución F_X.

a) ¿ Cuál es la distribución de BX? (Calculada en términos de F_X).
b) Si X es una v.a. continua, ¿BX lo será también?
c) Calcule la esperanza de BX.

Nota: A la variable BX se le llama *Modelos de Ceros Forzados* para X.