MA2601-8. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
Profesor: Alexis Fuentes
Auxiliares: Petra Zamorano y Vicente Salinas
Fecha: 15 de marzo de 2022

Auxiliar 1

Parte 1: Resolviendo ecuaciones

P1. [**Ecuaciones de integración directa**] Al resolver indique el dominio en donde esta definida la solución.

a) $y' = \tan(2x)^2 \sec(2x)^2$ *b)* $y' = \dfrac{e^x + 5}{e^x + 5x}$ *c)* $y' = xe^{-2x}$

P2. [**Ecuaciones de variables separables**] Al resolver indique el dominio en donde esta definida la solución.

a) $xy^4 + (y^2 + 2)e^{-3x}y' = 0$ *b)* $y' = (y - 2)(y + 2)$

P3. [**Ecuaciones con cambios previos**] Al resolver indique el dominio en donde esta definida la solución.

a) $y' = 1 + e^{y-x+5}$ *b)* $y' = (-5x + y)^2 + 1$

Parte 2: Modelamiento

P4. Un isótopo radiactivo se desintegra a una tasa que es proporcional a la masa de isótopo presente.

a) Si $x(t)$ representa la masa del isótopo en el instante t, demostrar que $x(t) = x(0)e^{-\lambda t}$ para alguna constante $\lambda > 0$ llamada constante de desintegración.

b) El tiempo T en el que la masa del isótopo se reduce a la mitad se denomina vida media del isótopo. Sabiendo que la vida media del carbono 14 radiactivo es de 5600 años, determine la masa restante de carbono 14 al cabo de t años, considerando que inicialmente la masa de la muestra era de x_0.

c) Si se sabe que para el año 2022 habría decaído el 75 % del carbono 14 presente en un cráneo encontrado en el valle central de Chile, determinar el año en que falleció el cavernícola a quien perteneció ese cráneo.

Propuestos

Prop1 **[Ecuaciones para resolver]** Al resolver indique el dominio en donde esta definida la solución.

a) $y' = \dfrac{1}{\arctan(x)(x^2+1)}$

b) $y' = \cos(4x)^2$

c) $y' = y^2 - y - 2$

d) $y' = \sin(x)(\cos(2y) - \cos^2(y))$

e) $y' = \dfrac{x-y+4}{y+2x-2}$

f) $y' = \dfrac{2y-x+2}{4}$

Prop2 La ley de enfriamiento de Newton dice:
Cuando la diferencia de temperaturas entre un cuerpo y el medio ambiente es pequeña, el calor transferido en una unidad de tiempo entre el cuerpo y la atmósfera es proporcional a la diferencia de temperatura entre el cuerpo y el medio ambiente. Llamemos $T(t)$ a la temperatura del mar y $T_A(t)$ a la temperatura ambiental. El principio anterior nos permite construir el siguiente modelo.

$$T'(t) = k(T_A(t) - T(t))$$

Donde $k > 0$ es una constante llamada coeficiente de transferencia térmica. Digamos que la temperatura inicial del mar es $T(0) = T_0$ y que $T_A(t) = T_A^0 + A\,\mathrm{sen}(\omega t)$. Encuentre la temperatura del mar en función del tiempo.