

MA2002-2 Calculo Avanzado y Aplicaciones.**Profesor:** Alexander Frank.**Auxiliares:** Javier Castro y Javier Monreal.**Auxiliar 12**

6 de Junio de 2022

P1. Considere la ecuación de laplace en el disco $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x^2 + y^2 = a\}$ para $a > 0$,

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0, & (x, y) \in D \\ u(a \cos \theta, a \sin \theta) = h(\theta), & \theta \in [0, 2\pi]. \end{cases}$$

Realice un cambio de variable polar y resuelva.

P2. Sea $f: (0, T) \rightarrow \mathbb{R}$ una función integrable, resuelva

$$(\mathcal{P}) \begin{cases} u_t = \alpha u_{xx}, & x \in (0, L), t > 0 \\ u_x(0, t) = u_x(L, t) = 0, & t > 0 \\ u(x, 0) = f(x), & x \in (0, L). \end{cases}$$

Donde $L, \alpha > 0$ son constantes.**P3.** Resuelva,

$$(\mathcal{P}_u) \begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ v(0, y) = 0, v(1, y) = 1, & 0 < y < 1 \\ v(x, 0) = v(x, 1) = 0, & 0 < x < 1. \end{cases}$$

Para ello siga los siguientes pasos:

a) Verifique que si v es solución de

$$(\mathcal{P}_v) \begin{cases} v_{xx} + v_{yy} = 0, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ v(0, y) = 0, v(1, y) = 1, & 0 < y < 1 \\ v(x, 0) = v(x, 1) = 0, & 0 < x < 1. \end{cases}$$

y si w es solución de

$$(\mathcal{P}_w) \begin{cases} w_{xx} + w_{yy} = 0, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ w(0, y) = w(1, y) = 0, & 0 < y < 1 \\ w(x, 0) = 0, w(x, 1) = 1, & 0 < x < 1. \end{cases}$$

Entonces $u = v + w$ es solución de $(\mathcal{P}_u)$.b) Resuelva $(\mathcal{P}_v)$.c) Resuelva $(\mathcal{P}_w)$ y concluya.