PROGRAMA DE CURSO

<i>Código</i>	<i>Nombre del Curso</i>		
MA10D	Cálculo Avanzado y Aplicaciones		
<i>Unidades Docentes</i>	<i>Cátedra</i>	<i>Auxiliares</i>	<i>Trabajo Personal</i>
10.0	3	2	5
<i>Requisitos</i>	<i>Requisitos específicos</i>		<i>Carácter del curso</i>
MA10C, MA11C	Cálculo diferencial e integral de funciones de una y varias variables		Obligatorio para todas las especialidades
<i>Objetivo General</i>			
<p>Al terminar este curso, el alumno estará capacitado para utilizar e interpretar las variaciones de una función vectorial de variable vectorial, y las aplicará para modelar y resolver problemas físicos y geométricos en el sistema de referencia más conveniente. Reconocerá las ecuaciones en derivadas parciales clásicas y las relacionará con los modelos físicos que las motivan. Estará familiarizado con las técnicas clásicas que se utilizan para analizar y resolver esta clase de ecuaciones.</p>			

UNIDADES TEMÁTICAS

<i>Unidad</i>	<i>Duración semanas</i>	<i>Nombre</i>
1	1.5	Elementos de Cálculo Vectorial
2	3.0	Teoremas de Integración de Campos Vectoriales
3	3.0	Funciones de Variable Compleja
4	2.0	Series y Transformada de Fourier
5	1.0	Ecuaciones en Derivadas Parciales Lineales
6	2.0	Métodos de Resolución de EDP
7	1.5	Tópicos Adicionales de EDP
8	1.0	Introducción al Cálculo de Variaciones
Total	15.0	Cálculo Avanzado y Aplicaciones

1		
<i>Número</i>	<i>Nombre de la unidad</i>	
<i>Duración:</i>	Elementos de Cálculo Vectorial	
1.5 sem.		
<i>Objetivos</i>		
<ol style="list-style-type: none"> 1. Conocer la definición, representación gráfica y ejemplos de campos escalares y vectoriales. Expresar campos vectoriales, y específicamente gradientes, en distintos sistemas de coordenadas. 2. Calcular divergencias, rotores y Laplacianos en coordenadas cartesianas. Utilizar y deducir identidades asociadas a estos operadores. 3. Calcular directamente circulaciones y flujos de campos vectoriales, e interpretar físicamente los resultados. 		
<i>Contenidos</i>		<i>Bibliografía</i>
<p>(1/3) Campos escalares y vectoriales. Representación gráfica: curvas y superficies de nivel, líneas de fuerza o flujo. Campos que derivan de un potencial. Ejemplos: gradiente de temperaturas en un medio conductor de calor, campo de velocidades en un fluido, campo gravitacional.</p> <p>(1/3) Sistemas de coordenadas ortogonales. Triedro de vectores unitarios y factores escalares. Gradiente en coordenadas ortogonales generales, y especialización a coordenadas cilíndricas y esféricas. Potenciales con simetría radial.</p> <p>(1/3) Operadores diferenciales en coordenadas cartesianas: divergencia y rotor de un campo vectorial, Laplaciano de un campo escalar. Identidades que involucran estas operaciones.</p> <p>(0.5) Integración de campos vectoriales: integral de trabajo, o circulación, sobre curvas regulares, e integral de flujo a través de superficies orientables. Definición e interpretación física. Cálculos de circulaciones y flujos por definición.</p>		<p>[4] Capítulo 8.</p> <p>[5] Capítulos 4 y 7.</p>

2		
<i>Número</i>	<i>Nombre de la unidad</i>	
<i>Duración:</i>	Teoremas de Integración de Campos Vectoriales	
3.0 sem.		
<i>Objetivos</i>		
<ol style="list-style-type: none"> 1. Conocer y aplicar los teoremas e identidades fundamentales de la integración de campos vectoriales. 2. Conocer la interpretación física de la divergencia y del rotor de campos vectoriales, y saber expresarlos en distintos sistemas de coordenadas. 3. Reconocer el sistema de referencia más conveniente en una situación dada, de modo tal de explotar particularidades geométricas y emplear ventajosamente los teoremas para el cálculo de circulaciones y flujos. 4. Caracterizar y reconocer campos vectoriales conservativos. Propiedades y cálculos asociados a esta clase de campos. 		
<i>Contenidos</i>		<i>Bibliografía</i>
<p>(0.5) Teorema de la divergencia de Gauss. Demostración para un dominio simétrico. Aplicaciones elementales: cálculo de volúmenes y flujos.</p> <p>(0.5) Teorema de Green en el plano. Teorema de Stokes. Demostraciones en casos simples. Aplicaciones elementales: cálculo de áreas y circulaciones. Teorema de la divergencia en el plano: demostración usando el teorema de Green.</p> <p>(0.5) Caracterizaciones límite e interpretación de la divergencia como densidad volumétrica de flujo y del rotor como densidad superficial de circulación.</p> <p>(0.5) Divergencia y rotor en coordenadas generales. Fórmulas específicas para coordenadas cilíndricas y esféricas. Campos con simetría esférica y cilíndrica.</p> <p>(0.5) Caracterización de campos conservativos. Dominios simplemente conexos y análisis para campos con singularidades.</p> <p>(0.5) Cálculos de circulaciones y flujos aplicando los teoremas de integración. Ley de Gauss. Identidades de Green en el espacio.</p>		<p>[1] Capítulos 10-12.</p> <p>[4] Capítulo 9.</p> <p>[5] Capítulo 8.</p>

3	
<i>Número</i>	<i>Nombre de la unidad</i>
<i>Duración:</i>	Funciones de Variable Compleja
3.0 sem.	
<i>Objetivos</i>	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconocer funciones analíticas. 2. Calcular desarrollos de Taylor de funciones analíticas en un disco. 3. Calcular desarrollos de Laurent de funciones analíticas en una corona. 4. Determinar polos y singularidades esenciales de una función compleja. 5. Calcular residuos. 6. Calcular integrales de funciones complejas directamente o aplicando el teorema de los residuos de Cauchy. 7. Calcular integrales reales usando variable compleja: integrales definidas de funciones trigonométricas e integrales impropias en intervalos no acotados. 	
<i>Contenidos</i>	<i>Bibliografía</i>
<p>(1/3) Estructura algebraica y métrica del plano complejo. Límite y continuidad de funciones complejas.</p> <p>(1/3) Derivada compleja: condiciones de Cauchy-Riemann. Propiedades básicas de la derivada compleja</p> <p>(1/3) Funciones en serie de potencias. Definiciones y propiedades básicas. Ejemplos de funciones en serie de potencias: exponencial, hiperbólicas, trigonométricas, logaritmo y otras.</p> <p>(0.5) Integral en el plano complejo. Definición, propiedades y ejemplos. El teorema de Cauchy-Goursat.</p> <p>(0.5) Fórmula de Cauchy y consecuencias. Desarrollos en serie de Taylor.</p> <p>(0.5) Puntos singulares, polos y residuos. El teorema de los residuos de Cauchy. Series de Laurent.</p> <p>(0.5) Evaluación de integrales vía residuos. Integrales de funciones trigonométricas. Integrales impropias sobre dominios no acotados</p>	<p>[2]</p> <p>[4] Capítulos 12-16.</p> <p>[9]</p> <p>[11]</p>

4		
<i>Número</i>	<i>Nombre de la unidad</i>	
<i>Duración:</i>	Series y Transformada de Fourier	
2.0 sem.		
<i>Objetivos</i>		
<ol style="list-style-type: none"> 1. Representar funciones periódicas mediante series de Fourier. 2. Determinar los coeficientes de la serie de Fourier de una función, en forma real y compleja. 3. Conocer las propiedades de la convergencia de las series de Fourier. 4. Calcular transformadas de Fourier. 5. Conocer y utilizar las propiedades fundamentales de la transformada de Fourier. 		
<i>Contenidos</i>		<i>Bibliografía</i>
<p>(1/3) Funciones periódicas en la recta real y series trigonométricas.</p> <p>(1/3) Series de Fourier: forma real y compleja. Fórmulas y ejemplos para funciones pares e impares. Expresión para funciones sobre un intervalo arbitrario $[a, b]$.</p> <p>(1/3) Aproximación y teoremas de convergencia; enunciados sin demostración.</p> <p>(1/3) Transformada y antittransformada de Fourier. Teorema de inversión; enunciado sin demostración e interpretación como límite de una serie de Fourier.</p> <p>(1/3) Propiedades fundamentales de la Transformada de Fourier: linealidad, transformada de una derivada y teorema de convolución.</p> <p>(1/3) -Transformada de funciones pares e impares; transformadas coseno y seno de Fourier. Cálculos de transformadas por definición y usando variable compleja. Tabla de transformadas básicas.</p>		<p>[4] Capítulo 9.</p> <p>[6]</p>

5		
<i>Número</i>	<i>Nombre de la unidad</i>	
<i>Duración:</i>	Ecuaciones en Derivadas Parciales Lineales	
1.0 sem.		
<i>Objetivos</i>		
<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar las ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden a derivadas parciales según las categorías de parabólica, hiperbólica y elíptica. 2. Reconocer las distintas categorías de ecuaciones en derivadas parciales en diversos modelos de la física. 3. Distinguir y conocer diversas condiciones de borde e iniciales. 4. Conocer el principio de superposición para ecuaciones lineales. 		
<i>Contenidos</i>		<i>Bibliografía</i>
<p>(1/3) Ecuaciones parabólicas y fenómenos de difusión. Deducción de la ecuación del calor. Expansión de un gas en un medio isótropo.</p> <p>(1/3) Ecuaciones hiperbólicas y fenómenos oscilatorios. Oscilaciones de cuerdas y membranas. Vibraciones longitudinales de una barra.</p> <p>(1/3) Ecuaciones elípticas y fenómenos estacionarios. Membrana en reposo. Potencial de campo eléctrico. Condiciones iniciales y de borde. Condiciones de Dirichlet, Neumann y mixtas. El principio de superposición.</p>		<p>[4] Capítulo 10.</p> <p>[10] Capítulos 1 y 2.</p>

6		
<i>Número</i>	<i>Nombre de la unidad</i>	
<i>Duración:</i>	Métodos de Resolución de EDPs	
2.0 sem.		
<i>Objetivos</i>		
<ol style="list-style-type: none"> 1. Aplicar el método de separación de variables y series de Fourier múltiples a la resolución de las ecuaciones del calor, de ondas y de Laplace. 2. Usar la transformada de Fourier para resolver EDPs en dominios no acotados. 3. Usar la transformada de Laplace para la resolución de ecuaciones parabólicas en el tiempo. 		
<i>Contenidos</i>		<i>Bibliografía</i>
<p>(2/3) Separación de variables y series de Fourier. Aplicar la transformada a la resolución de la ecuación del calor en una barra finita: condiciones de borde de tipo Dirichlet, Neumann y mixtas. Ecuación de Laplace en banda semi-infinita y en un rectángulo. Ecuación de ondas para un cuerda finita. Oscilaciones de una membrana rectangular y circular. Oscilaciones forzadas.</p> <p>(2/3) Aplicar la transformada de Fourier a la resolución de EDPs. Ecuación del calor en una barra infinita. Ecuación del calor en una barra semi-infinita.: condiciones en el extremo de tipo Dirichlet y Neumann. Problema de Dirichlet en un semiplano. Funciones de Green y delta de Dirac.</p> <p>(2/3) Aplicar la transformada de Laplace a la resolución de EDPs parabólicas. Problemas de valor inicial para la ecuación del calor unidimensional.</p>		<p>[4] Capítulo 11.</p> <p>[6]</p> <p>[10] Capítulos 4,6,10 y 11</p>

7		
<i>Número</i>	<i>Nombre de la unidad</i>	
<i>Duración:</i>	Tópicos Adicionales de EDPs	
1.5 sem.		
<i>Objetivos</i>		
<ol style="list-style-type: none"> 1. Conocer las propiedades fundamentales de las funciones armónicas en dos y más variables: propiedad de la media y principio del máximo. 2. Utilizar teoremas de comparación para deducir la unicidad de soluciones de EDPs. 3. Deducir leyes de conservación en algunos modelos. 4. Conocer y aplicar el método de las características para ciertas leyes de conservación. 		
<i>Contenidos</i>		<i>Bibliografía</i>
<p>(0.5) Funciones armónicas conjugadas de dos variables reales. Propiedad de la media y fórmula integral de Poisson. Propiedad de la media para funciones armónicas de varias variables.</p> <p>(0.5) Principio del máximo para funciones armónicas y para la ecuación del calor. Comparación y unicidad para la ecuación de Laplace y el calor.</p> <p>(0.5) Introducción a las leyes de conservación. El problema de Cauchy y la ecuación de transporte lineal. Propagación de singularidades: la ecuación de Burgers y la del tráfico.</p>		<p>[7]</p> <p>[10] Capítulo 3</p>

8		
<i>Número</i>	<i>Nombre de la unidad</i>	
<i>Duración:</i>	Introducción al Cálculo de Variaciones	
1.0 sem.		
<i>Objetivos</i>		
<ol style="list-style-type: none"> 1. Conocer los problemas clásicos del cálculo de variaciones en una y varias variables. 2. Utilizar las ecuaciones de Euler-Lagrange para resolver algunos problemas geométricos. 3. Formular variacionalmente algunas EDPs clásicas de la física. 		
<i>Contenidos</i>		<i>Bibliografía</i>
<p>(0.5) Problemas clásicos del cálculo de variaciones en una variable: la braquistocrona y la catenaria.</p> <p>(0.5) Condición necesaria de primer orden: deducción formal de las ecuaciones de Euler-Lagrange. Resolución de problemas geométricos.</p> <p>(0.5) Métodos del cálculo de variaciones en varias variables. Formulación variacional de la ecuación de Laplace y el problema de Dirichlet. Formulación variacional para las ecuaciones del calor y ondas.</p>		<p>[3]</p> <p>[8]</p>

<i>Bibliografía</i>		<i>Evaluación</i>
<p>(1) T. Apostol, "Calculus", Reverté, Barcelona, 1973.</p> <p>(2) J.W. Brown y R.V. Churchill, "Variable Compleja y Aplicaciones", McGraw-Hill, Madrid, 1992.</p> <p>(3) G.M. Ewing, "Cálculo de Variaciones con Aplicaciones", Dover, 1985.</p> <p>(4) E. Kreyszig, "Matemáticas Avanzadas para Ingeniería", Wiley, México, 2000. Capítulo 8.</p> <p>(5) J. E. Marsden y A. J. Tromba, "Cálculo Vectorial", Prentice-Hall Hispanoamericana, México, 1995.</p> <p>(6) P.V. O'Neil, "Matemáticas Avanzadas para Ingeniería", Vol. 2, Compañía Editorial Continental, México D.F., 1994.</p> <p>(7) I. Peral, "Primer Curso de EDPs", Addison-Wesley, UAM, 1995.</p> <p>(8) G.F. Simmons, "Ecuaciones diferenciales: con aplicaciones y notas históricas", McGraw-Hill, Madrid, 1993.</p> <p>(9) M.R. Spiegel, "Variable Compleja", Serie de compendios Schaum, McGraw-Hill, México, 1991.</p> <p>(10) H. Weinberger, "Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales : con métodos de variable compleja y de transformaciones integrales", Reverté, Barcelona, 1992.</p> <p>(11) A.D. Wunsch, "Variable Compleja con Aplicaciones", Addison-Wesley Iberoamericana, Buenos Aires, 1997.</p>		<p>La evaluación consistirá en tres controles y un examen. Para aprobar el curso el alumno debe tener promedio de control superior o igual a cuatro</p>
<i>Vigencia</i>	<i>Elaborado por</i>	<i>Revisado por</i>
Primavera 2006	DIM (Felipe Álvarez)	