

## MA2001-7 Cálculo en Varias Variables

Profesor: Ariel Perez Contreras

Auxiliar: Vicente Salinas

Dudas: vicentesalinas@ing.uchile.cl



## Auxiliar 12: Integrales y Fubini

16 de junio de 2022

P1. Calcule las siguientes integrales

a)  $\int_0^1 \int_0^1 xy e^{x+y} dy dx$

b)  $\int_0^1 \int_0^2 \left( \frac{8y}{x+1} - \frac{4x^3}{y^2+1} \right) dx dy$

c)  $\int_0^2 \int_0^1 \sqrt{|x^2 - y|} dy dx$

P2. Calcule:

$$\int \int_A x + y dy dx$$

Con  $A$  el cuadrilátero que queda al unir los vértices  $(0, 0)$ ,  $(5, 0)$ ,  $(5, 10)$  y  $(0, 10)$ [Propuesto:]  $B$  el cuadrilátero que queda al unir los vértices  $(0, 0)$ ,  $(5, 0)$ ,  $(7, 10)$  y  $(-2, 10)$ 

P3. Calcule las siguientes integrales usando Fubini

a)  $\int_0^2 \int_{\frac{y}{2}}^1 ye^{x^3} dx dy$

b)  $\int_0^{\pi^2} \int_{\sqrt{y}}^{\pi} \frac{\sin(x^2)}{x^2} y^{\frac{1}{2}} dx dy$

## Resumen

**Teorema de Fubini:** Sean  $R_1 \subseteq \mathbb{R}^n$  y  $R_2 \subseteq \mathbb{R}^m$ ,  $R = R_1 \times R_2 \subseteq \mathbb{R}^{n+m}$  y  $f : R \rightarrow \mathbb{R}$  una función integrable, tal que las funciones.

$$x \in R_1 \rightarrow \int_{R_2} f(x, y) dy$$

$$y \in R_2 \rightarrow \int_{R_1} f(x, y) dx$$

Están bien definidas y son integrables, entonces se tiene la siguiente igualdad

$$\int \int_R f = \int_{R_1} \left( \int_{R_2} f(x, y) dy \right) dx = \int_{R_2} \left( \int_{R_1} f(x, y) dx \right) dy$$