

MA2001-7 Cálculo en Varias Variables**Profesor:** Ariel Perez Contreras**Auxiliar:** Vicente Salinas**Dudas:** vicentesalinas@ing.uchile.cl**Auxiliar 10: Repaso C2**

2 de junio de 2022

P1. Considere la función:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Es f continua ?
- b) Calcule las derivadas direccionales de f en $(0, 0)$, para una dirección (d_1, d_2)
- c) Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$, para todo $\mathbb{R}^2$.
- d) Concluya que f es diferenciable.

P2. Calcule el plano tangente a cada superficie, en el punto indicado.

- a) $z = x^3 + y^3 - 6xy$, $(1, 2, -3)$
- b) $z = \cos(x) \sin(y)$, $(0, \frac{\pi}{2}, 1)$
- c) $x^2 + y^2 + z^2 = 25$, $(3, 4, 0)$

P3. Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ diferenciable y $F(x, y) = f(f(x, y)^2, y)$. Calcule $\frac{\partial F(1, 2)}{\partial y}$.
Sabiendo que $f(1, 2) = 1$ y $\nabla f(1, 2) = (4, 2)$ **P4.** Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ de clase C^2 .

Considere el cambio a coordenadas polares:

$$x = \rho \cos(\theta), y = \rho \sin(\theta)$$

Donde $\rho \in [0, \infty)$ y $\theta \in [0, 2\pi)$.

- a) Muestre que si define $g(\rho, \theta) = f(\rho \cos(\theta), \rho \sin(\theta))$, para $\rho \neq 0$ se tiene lo siguiente:

$$\Delta f = \frac{\partial^2 g}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial g}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 g}{\partial \theta^2}$$

- b) Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} \cos \left(\arctan \left(\frac{y}{x} \right) \right) - \arctan \left(\frac{y}{x} \right) \sin \left(\arctan \left(\frac{y}{x} \right) \right)$$

Encuentre el laplaciano de f .