

MA2001-7 Cálculo en Varias Variables**Profesor:** Ariel Perez Contreras**Auxiliar:** Vicente Salinas**Dudas:** vicentesalinas@ing.uchile.cl**Auxiliar 9: Repaso Materia**

12 de mayo de 2022

P1. Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ una función de clase C^2 armónica.Considere dos funciones $u, v : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ de clase C^2 , que cumplen la siguiente condición:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

Demuestre que $g(x, y) = f(u(x, y), v(x, y))$ es armónica.**P2.** Sea $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ una función diferenciable y $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por:

$$F(x, y) = (ax + by, cx - dy)$$

Con $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ tales que, $ad + bc \neq 0$ Si además $g(0, 0) = 0$ y se tiene que:

$$D(f \circ g)(X) = \begin{bmatrix} \sin(x) \\ \cos(2x) \end{bmatrix}$$

Encuentre g de forma explícita en función de a, b, c y d .**P3.** Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x, y) = x^2 + \cos(x) + y^2 - y$ a) Encuentre y estudie la naturaleza de los puntos críticos de f .b) Demuestre que f alcanza su mínimo global.**Indicación:** Estudie la convexidad de f .**P4.** Considere la función $f(x, y) = (1 - 2x^2 - y^2)^2$. Determine si existen puntos de mínimo o máximo globales de f en \mathbb{R}^2 y en tal caso encuéntrelos.