**MA1102-1:** Algebra Lineal
**Profesor:** Alejandro Maass
**Auxiliares:** Nicolas Toro

# Auxiliar 11

**Clasificación de cónicas**.

Notamos que una cónica de ecuación:

$$Q(x,y) = Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

se puede escribir como:

$$(x\ y)\begin{pmatrix} A & \frac{B}{2} \\ \frac{B}{2} & C \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + (D\ E)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + F = 0$$

donde:

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 = (x\ y)\begin{pmatrix} A & \frac{B}{2} \\ \frac{B}{2} & C \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

es la forma cuadrática asociada a la ecuación y $\hat{M} = \begin{pmatrix} A & \frac{B}{2} \\ \frac{B}{2} & C \end{pmatrix}$ es la matriz de la forma cuadrática.

Notamos también que la ecuación se puede escribir como:

$$\boldsymbol{x}^T M_Q \boldsymbol{x} = 0$$

donde $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$ y $M_Q = \begin{pmatrix} A & \frac{B}{2} & \frac{D}{2} \\ \frac{B}{2} & C & \frac{E}{2} \\ \frac{D}{2} & \frac{E}{2} & F \end{pmatrix}$ es la matriz de la ecuación cuadrática.

Para clasificar, esta el siguiente criterio:

- Si $\det(M_Q) = 0$ la cónica se puede expresar como multiplicación de polinomios
- Si $\det(M_Q) \neq 0$ es irreducible y podemos ver que cónica es usando lo siguiente:
    - $Q(x,y)$ es hipérbola ssi $\det(\tilde{M}) < 0$
    - $Q(x,y)$ es parábola ssi $\det(\tilde{M}) = 0$
    - $Q(x,y)$ es elipse ssi $\det(\tilde{M}) > 0$

**P1.** Clasifique la siguiente cónica:

$$x^2 + 4xy + y^2 = 5$$

**P2.** Clasifique la siguiente cónica:

$$8x^2 + 8xy + 2y^2 - 5y = 0$$