MA1102-1: Algebra Lineal
Profesor: Alejandro Maass
Auxiliares: Nicolas Toro

Auxiliar 6

P1. Considere $\mathcal{P}_3$ el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual a 3. Dado $k \in \mathbb{R}$, se define el conjunto $\mathcal{P}_3(k) = \{p \in \mathcal{P}_3 \mid k \text{ es raiz de } p\}$

- **a)** Demuestre que $\forall k \in \mathbb{R}$, $\mathcal{P}_3(k)$ es s.e.v. de $\mathbf{P}_3$
- **b)** Encuentre bases y dimensiones para $\mathcal{P}_3(0)$, $\mathcal{P}_3(1)$ y $\mathcal{P}_3(0) \cap \mathcal{P}_3(1)$
- **c)** Deduzca que $\mathcal{P}_3 = \mathcal{P}_3(0) + \mathcal{P}_3(1)$
- **d)** Considere el s.e.v. $U = \{p \in \mathcal{P}_3 \mid p(1) = p'(1) = 0\}$ y escriba una base de U
- **e)** Complete la base anterior a una base de $\mathcal{P}_3$

P2. Considere los siguientes conjuntos $S_{n\times n} = \{M \in \mathcal{M}_{n\times n} \mid M \text{ es simétrica}\}$ y

$A_{n\times n} = \{M \in \mathcal{M}_{n\times n} \mid M \text{ es antisimetrica}\}$. Sabemos que $S_{n\times n}$ y $A_{n\times n}$ son s.e.v. de $\mathcal{M}_{n\times n}$

- **a)** Calcule intuitivamente $\dim(S_{n\times n})$ y $\dim(A_{n\times n})$
- **b)** Para el caso $n = 3$:
  - I) Encuentre base y dimensión de $S_{3\times 3}$ y $A_{3\times 3}$
  - II) Muestre que $\mathcal{M}_{3\times 3} = S_{3\times 3} \oplus A_{3\times 3}$
- **c)** Extienda el resultado anterior al caso general. Muestre que $\mathcal{M}_{n\times n} = S_{n\times n} \oplus A_{n\times n}$