

MA1102-1: Álgebra Lineal

Profesor: Alejandro Maass

Auxiliares: Nicolás Toro



Auxiliar 4

P1. Verifique si los siguientes espacios son espacios vectoriales:

- a) $\mathcal{P}_n = \{p = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0 \mid a_i \in \mathbb{R}, \forall i = 0, \dots, n\}$ con la suma y multiplicación escalar usual.
- b) $\mathcal{M}_{mn}$ = las matrices de $m \times n$ con la suma de matrices y multiplicación escalar usual.
- c) $\mathcal{F}_0 = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}\}$ con la suma y multiplicación escalar usual.
- d) El conjunto solución del sistema:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

con la suma y multiplicación escalar usual.

- e) $P = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \mid a, b \geq 0 \right\}$ con la suma y multiplicación escalar usual.

P2. Considere el V un espacio vectorial y V_1, V_2 subespacios vectoriales de V . Pruebe que:

- a) $V_1 \cap V_2$ es s.e.v. de V
- b) $V_1 + V_2$ es s.e.v. de V

P3. Considere el conjunto:

$$E = \{A \in \mathcal{M}_{nn} \mid \exists k \in \mathbb{R}, \sum_{i=1}^n a_{ij} = \sum_{j=1}^n a_{ij} = k, \forall i, j \in \{1, \dots, n\}\}$$

Considere ahora el conjunto E_0 definido como:

$$E_0 = \{A \in \mathcal{M}_{nn} \mid \sum_{i=1}^n a_{ij} = \sum_{j=1}^n a_{ij} = 0, \forall i, j \in \{1, \dots, n\}\}$$

Pruebe que E_0 es un s.e.v. de E

P4. Sea V el espacio vectorial de las matrices de $n \times n$ y $M \in V$ una matriz fija. Consideremos:

$$W = \{A \in V \mid AM = MA\}$$

W se llama el **centralizador** de M en V . Pruebe que W es un subespacio vectorial de V .