MA1102-1: Algebra Lineal
Profesor: Alejandro Maass
Auxiliares: Nicolas Toro

Auxiliar 2

P1. Sea $A \in \mathcal{M}_{nn}$, se define la traza de A como la suma de los elementos de su diagonal, es decir:

$$\mathrm{tr}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

Se define la función $f : \mathcal{M}_{nn} \to \mathbb{R}$, donde:

$$f(A) = \mathrm{tr}(AA^T)$$

Muestre que:

a) Dadas $A, B \in \mathcal{M}_{nn}$:

$$\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$$

b) Para toda matriz A, $f(A) \geq 0$

c) $f(A) = 0 \iff A = 0$

P2. Considere

$$A = \begin{pmatrix} -\alpha & 2 & 0 & 1 \\ \alpha & -3 & 2 & -1 \\ \alpha & -2 & -1 & 1 \\ 2\alpha & -2 & -4 & \beta \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \\ \alpha + \beta + 2 \end{pmatrix}$$

Determine los valores de $\alpha.\beta \in \mathbb{R}$ para los cuales el sistema $Ax = b$ tiene solución única, infinitas soluciones o no tiene solución.

P3. Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones lineales

a)

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 + x_3 &= 1 \\ 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 &= 2 \\ x_1 + x_2 - x_3 &= 1 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} x_2 - x_3 - x_4 &= 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 &= 2 \\ x_1 + x_3 + 2x_4 &= 1 \end{aligned}$$