P1. Por eso los reales son mejores que los naturales

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función y $L \in \mathbb{R}$. Demuestre por definición que:

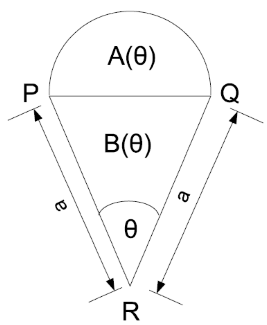
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = L \implies \lim_{n\to\infty} f(n) = L$$

Donde $(f(n))_n$ denota la sucesión $(f(0), f(1), f(2), ...)$

Luego, demuestre que la implicancia inversa no es cierta.

P2. ¿El área no se hace 0?

Benja dibujó un semicírculo de diámetro PQ que descansa sobre la base de un triángulo isósceles PQR que dibujó Leo, así forman la región de la figura. Teniendo en cuenta que $A(\theta)$ es el área del semicírculo y $B(\theta)$ es el área del triángulo isósceles ($\overline{PR} = \overline{QR} = a$), a Pato se le ocurrió calcular el siguiente límite:



$$\lim_{\theta\to 0} \frac{A(\theta)}{\theta \cdot B(\theta)}$$

¿Existe el limite de Pato? ¿Cuánto vale?

P3. Bajando los limites

Asumiendo que $\lim_{x\to 0^+} x\ln(x)$ existe, demuestre que su límite L es igual a 0.

Con ayuda de lo anterior, calcule:

$$\lim_{x\to 0^+} x^x$$