

Auxiliar 3

Geometría Analítica y repaso

Profesor: Raúl Gormaz
Auxiliar: Joaquín López

1. Resumen owo !

- **Distancia entre dos puntos:**

Dados dos puntos $A = (a_1, a_2), B = (b_1, b_2)$ diremos que la distancia entre dos puntos es el siguiente real

$$d(A, B) = \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2}$$

- **Ecuación canónica de la circunferencia:**

Dado $C \subseteq \mathbb{R}^2$ tal que

$$(x, y) \in C \iff (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Entonces diremos que tal ecuación es la **Ecuación canónica de la circunferencia** de centro: (a, b) y radio: r .

- **Ec. General de la recta:**

El lugar geométrico:

$$\mathcal{L} : ax + by + c = 0$$

Se dice recta ssi $a \neq 0 \vee b \neq 0$

- **Ec. Principal de la recta:**

El lugar geométrico:

$$\mathcal{L} : y = mx + n$$

Diremos que es una recta de pendiente m y pasa por el punto $(0, n)$

- **Ec. punto-pendiente**

El lugar geométrico:

$$\mathcal{L} : y - y_0 = m(x - x_0)$$

Diremos que es una recta de pendiente m que pasa por el punto (x_0, y_0)

- **Paralelismo.** 2 Rectas L y L' se dicen paralelas si $L = L'$ o $L \cap L' = \emptyset$. Lo denotamos $L \parallel L'$

- **Perpendicular**

Dado 2 rectas L y L' se dicen Perpendiculares si $\forall P, Q \in L, P \neq Q$ la simetral entre P y Q es paralela a L' . lo denotamos por $L \perp L'$

- **Propiedad MUY UTIL**

Dado 2 rectas L y L' , si

$$m_L \cdot m_{L'} = -1$$

Entonces $L \perp L'$.

- **Punto Medio**

Dado dos puntos $A(a_1, a_2)$ y $B(b_1, b_2)$ definimos su punto medio como

$$P_m = \left(\frac{a_1 + b_1}{2}, \frac{a_2 + b_2}{2} \right)$$

Notar que P_m dimidia el segmento AB , ya que $d(A, P_m) = d(B, P_m)$

2. Problemas

P1.-

1. Dados los puntos $A(3a, 0)$, $B(0, 3b)$, $C(a, 2b)$, $a, b \neq 0$. Encuentre la recta L que pasa por los puntos A y B y verifique que $C \in L$
2. Dado el punto P de coordenadas (a, b) y la recta L de ecuación $y = mx$, determinar la ecuación de la recta que pasa por P y tal que el trazo que determinado por la intersección de ella con los ejes, queda dimidiado por L

P2.-

Considere el triangulo de vértices $A(0, 0)$, $B(2b, 0)$, $C(c, d)$ y la recta perpendicular L a AB en el punto B . Por M , punto medio de AB , se traza la perpendicular al lado AC que corta al eje OY en el punto R y por el mismo punto M se traza la perpendicular al lado BC que corta a la recta L en S . Demuestre que:

$$RS \perp CM$$

P3.- Determine las ecuaciones de las circunferencias que satisfacen las siguientes condiciones simultáneamente:

- Su centro se encuentra en la recta $L : 2x - y - 3 = 0$
- Son tangentes al eje OX
- Pasan por el punto $P = (0, 3)$

P4.- Repasito

1. (Control 2019-1) Resuelva la siguiente inecuación

$$\frac{|x + 1|}{|x - 5| - 3} < x + 1$$

2. (Control 2019-1) Usando los Axiomas y Teoremas de unicidad demuestre la siguiente propiedad

$$a \cdot b = 1 \wedge a \cdot c = 1 \implies b = c$$