MA1001-3 Introducción al Cálculo
Profesores: Cristián Reyes R
Auxiliares: Sebastián López T., Gonzalo Salas V.

Auxiliar 13: Exponencial y logaritmo

22 de Junio de 2022

P1. Sea (s_n) una sucesión definida mediante la recurrencia $s_0 = e$, $s_{n+1} = \ln(s_n) + 1$.

(a) Demuestre que (s_n) es decreciente.

(b) Demuestre que $s_n \geq 1$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

(c) Concluya que (s_n) converge. y que el límite L cumple la ecuación $e^{L-1} = L$.

P2. Calcule los siguientes límites:

- $\lim_{n\to\infty} e^{-n}\sqrt{n}$.
- $\lim_{n\to\infty}(e^{-n}\sqrt{n})^2$.

Luego, utilizando los límites calculados, calcule los siguientes límites:

- $\lim_{n\to\infty} e^{-n}n$.
- $\lim_{n\to\infty} n^{-1}ln(n)$.

P3. Sea $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^{\frac{1}{x}}\sqrt{x(x+2)}$.

Sea la sucesión (s_n) definida recursivamente por $s_0 = 1$, $s_{n+1} = f(s_n)$.

(a) Demuestre que (s_n) es estrictamente creciente. Para esto, puede serle útil demostrar que $f(x) > x$, $\forall x > 0$.

(b) Demuestre que (s_n) no es acotada.