

**MA1001-3 Introducción al Cálculo****Profesores:** Cristián Reyes R**Auxiliares:** Sebastián López T., Gonzalo Salas V.**Auxiliar 11: Sucesiones**

08 de Junio de 2022

**Problemas****P1.** Calcule los límites de las siguientes sucesiones:

(a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\pi}{2}\right)^n$ .

(b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + (-1)^n}{3}\right)^n$ .

(c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{n}} + \left(\frac{2}{n}\right)^n \right]$ .

**P2.** Sea  $a \in (0, 1)$  fijo. Considero la sucesión  $(a_n)_{n \geq 1}$  definida mediante la recurrencia:

$$a_1 = a; \quad a_{n+1} = a_n(2 - a_n).$$

- (a) Demuestre que  $\forall x \in \mathbb{R}$  se tiene que  $x(2 - x) \leq 1$ .
- (b) Demuestre que  $\forall n \geq 1, a_n \in (0, 1)$ .
- (c) Demuestre que  $(a_n)$  es estricta creciente.
- (d) Argumente la convergencia de  $(a_n)$  y calcule el límite.

**P3.** Sea  $(a_n)$  la sucesión definida por:

$$a_n = \frac{(n+1)^{n-1}}{n^n}, \forall n \geq 1.$$

- (a) Calcule, de existir,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .
- (b) Demuestre que  $\exists n_0 \in \mathbb{N}, n_0 \leq 10, \forall n \geq n_0 : a_n < 1$ .
- (c) Dadas las cantidades  $x = (10^6)^{10^6}$ ,  $y = (10^6 + 1)^{10^6 - 1}$ , justifique cuál de ellas es mayor.