

Aux 2 Calculo

P1) Notemos $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$

~~$|x^2 - 2x + 1| = |(x-1)^2| = (x-1)^2$~~

Notemos $x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$

~~$|x^2 - 3x + 2| = |(x-1)(x-2)|$~~

$$\frac{|x^2 - 2x + 1|}{|x^2 - 3x + 2|} \leq 1 \Leftrightarrow \left| \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x-2)} \right| \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{x-1}{x-2} \right| \leq 1$$

* Salvo $x=1$, descartado
pues indefinida la expresion

$$\Leftrightarrow -1 \leq \frac{x-1}{x-2} \leq 1 //$$

• Para $x > 2$, como $x-1 > x-2 > 0 \Rightarrow \frac{x-1}{x-2} > 1 //$

• Para $x < 1$, como $0 > x-1 > x-2 \Rightarrow 0 < \frac{x-1}{x-2} < 1 //$

• Para $1 < x < 2$: $x-1 > 0$
 $x-2 < 0$

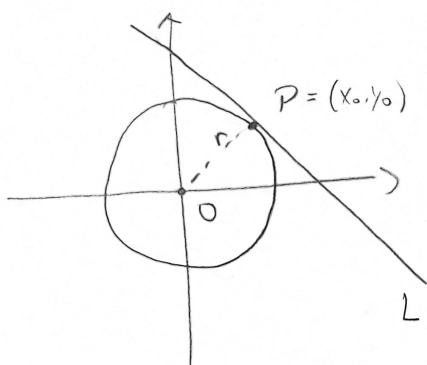
1) Si $x \leq \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{x-1}{x-2} < 0 //$

2) Si $x > \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{x-1}{x-2} < -1 //$

$\therefore$ la solución es $x \in (-\infty, \frac{3}{2}] \setminus \{1\}$

P2) $C: x^2 + y^2 = r^2, r > 0$

a)



¿Que sabemos de L ?

1) Es una recta $\Rightarrow L: y = mx + n$

2) Pasa por $P \Rightarrow (x_0, y_0) \in L$

3) Perpendicular al trazo OP

• El trazo OP es una recta, a la que se le conocen 2 pto: $O = (0,0)$ y $P = (x_0, y_0)$

$$\Rightarrow OP: y = \frac{y_0}{x_0} x \Rightarrow m_{OP} = \frac{y_0}{x_0}$$

• Como L es perpendicular $\Rightarrow m_L = -\frac{x_0}{y_0}$

$$\text{Luego } L: y - y_0 = -\frac{x_0}{y_0} (x - x_0)$$

b) Queremos ver donde L intersecta con OX , es decir, $y = 0$

$$\Rightarrow -y_0 = -\frac{x_0}{y_0} (x - x_0)$$

$$\Leftrightarrow \frac{y_0^2}{x_0} = x - x_0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{y_0^2}{x_0} + x_0$$

$$\therefore \left[x = \frac{y_0^2 + x_0^2}{x_0} \right]$$

$$\Rightarrow Q = \left(\frac{y_0^2}{x_0} + x_0, 0 \right)$$

P3) Queremos ver cuando

$$a) |x| - a < 1$$

no tiene solución.

$$|x| - a < 1 \Leftrightarrow -1 < |x| - a < 1 \Leftrightarrow a - 1 < |x| < a + 1$$

Luego, es claro que para $a \leq -1$ no hay solución, pues

$a + 1 \leq 0$, luego estaríamos resolviendo $|x| < a + 1 \leq 0$, lo cual no tiene solución.

$\therefore \forall a \leq -1$, no hay solución //

$$b) \frac{x^2 - a^2}{x^2 + a^2} < a \Leftrightarrow \frac{x^2 - a^2}{x^2 + a^2} - a < 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - a^2 - a(x^2 + a^2)}{x^2 + a^2} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - a^2 - ax^2 - a^3}{x^2 + a^2} < 0 \Leftrightarrow x^2 - a^2 - ax^2 - a^3 < 0$$

pues el denom.
es siempre
positivo

$$\Leftrightarrow x^2(1-a) - a^2(1+a) < 0 \Leftrightarrow x^2(1-a) < a^2(1+a)$$

Por casos:

$$a < 1) \text{ Entonces } 1-a > 0 \Rightarrow x^2 < \frac{a^2(1+a)}{1-a} \Leftrightarrow -\sqrt{\frac{a^2(1+a)}{1-a}} < x < \sqrt{\frac{a^2(1+a)}{1-a}}$$

$$a > 1) \text{ Entonces } 1-a < 0 \Rightarrow x^2 > \frac{a^2(1+a)}{1-a} \quad \text{Como } \frac{a^2(1+a)}{1-a} < 0 < x^2 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$a = 1) 0 < x^2(1+1) \Leftrightarrow 0 < 2 \quad \text{Siempre es verdad} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\therefore P = \left(\frac{1}{\sqrt{1+m^2}}, \frac{m}{\sqrt{1+m^2}} \right)$$
$$\hookrightarrow X_Q^2 + \frac{1}{m^2} X_Q^2 = J \Rightarrow X_Q^2 = \frac{m^2}{J+m^2} \quad \therefore Q = \left(\frac{m}{\sqrt{J+m^2}}, \frac{-J}{\sqrt{J+m^2}} \right)$$
$$T_Q: \frac{X_m}{\sqrt{1+m^2}} - \frac{Y}{\sqrt{1+m^2}} = 1$$
$$\begin{aligned} & x^2 + 2xym + y^2m^2 = 1+m^2 \\ \Rightarrow & x^2m^2 - 2xmy + y^2 = 1+m^2 \\ & \text{+ Sumo los ec.} \end{aligned}$$

$\therefore$ El lugar geométrico es una circunferencia
 $C = ((0,0), \sqrt{2})$
 centro $\nearrow$ $\nwarrow$ radio $\sqrt{2}$