

MA1101-1 Introducción al Cálculo

Profesor: Leonardo Sánchez C.

Auxiliar: Patricio Yáñez A.

Consultas: pyanez@dim.uchile.cl



Auxiliar 7: Trigo x1000

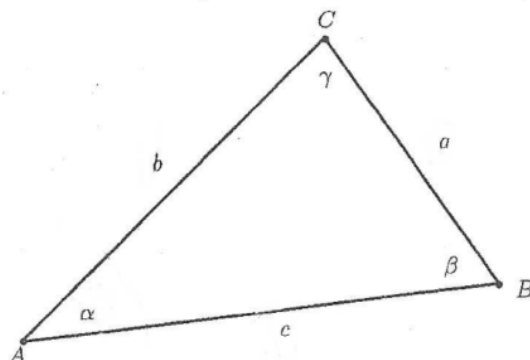
2 de Mayo de 2022

P1. Demuestre la siguiente propiedad.

$$\frac{1}{2} \cdot \sin(x) \cdot \sec^2\left(\frac{x}{2}\right) + \cos(x) \cdot \tan\left(\frac{x}{2}\right) - \sin(x) = 0$$

$$\tan(4x) = \frac{4\tan(x) - 4\tan^3(x)}{1 - 6\tan^2(x) + \dots}$$

P2. Consideremos el triangulo ABC de ángulos respectivos.



$$\text{si } \alpha = 2 \cdot \beta \Rightarrow a^2 = b \cdot (b + c)$$

P3. Demuestre:

$$\sin(x) + \sin(y) = 2 \cdot \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

P4. [Más de funciones]

Considere la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \frac{1 + \sin(x)}{1 - \cos(x)}$$

Encuentre dominio, ceros, paridad, signos, periodicidad e inyectividad.

P5. [Más para pensar] Para las constantes $A, B, C \in \mathbb{R}$, con $A > B$, se definen las funciones reales f, g, h en todo $x \in \mathbb{R}$ como se detalla a continuación:

$$f(x) = A\cos^2(x) + B\sin^2(x) - 2C\sin(x)\cos(x)$$

$$g(x) = A\sin^2(x) + B\cos^2(x) - 2C\sin(x)\cos(x)$$

$$h(x) = (A - B)\sin(x)\cos(x) + C(\cos^2(x) - \sin^2(x))$$

Se pide lo siguiente:

- a) Pruebe que si $C = 0$, h alcanza su valor máximo para $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$
- b) Demuestre que el conjunto de los ceros de h es $Ceros(h) = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \tan(2x) = \frac{2C}{B-A} \right\}$.
- c) Estudie f y g

