

EXAMEN DE MECÁNICA

14 de julio de 2022

Claudio R.Romero Z.

14 de Julio de 2022

IMPORTANTE.

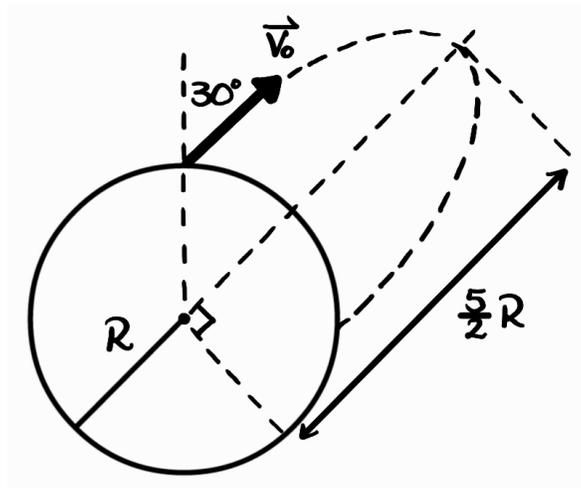
1. El examen es individual.
2. Todas las respuestas deben estar justificadas y el procedimiento para obtenerlas debe ser claro.

P1. Una partícula de masa m confinada al plano cartesiano (x,y) está sometida a una única fuerza $\vec{F}(x,y)$. Como resultado de esta fuerza, la evolución temporal de las coordenadas es:

$$x(t) = A_x \cos(\omega_x t) \quad y(t) = A_y \sin(\omega_y t) \quad (1)$$

- i) (2.0 pts.) Encuentre la fuerza $\vec{F}(x,y)$ que actúa sobre la partícula, **en función de las coordenadas x e y** .
- ii) (4.0 pts.) ¿Existe una función energía potencial asociada a esta fuerza? Justifique. Si existe la función energía potencial, obténgala.

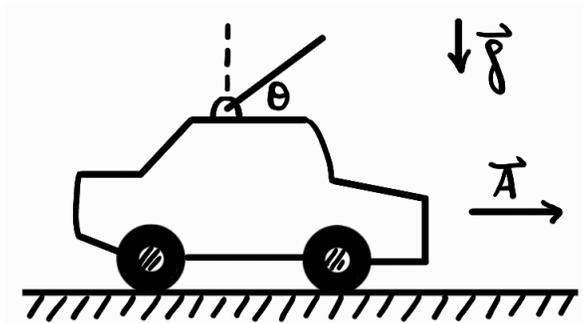
P2. Un satélite artificial es disparado desde la superficie de un planeta esférico de radio R , masa M , que no rota sobre sí mismo y carente de atmósfera. La magnitud de la velocidad inicial del satélite es V_0 y el vector velocidad forma un ángulo de 30° con la dirección radial en el punto de despegue.



En la órbita que el satélite describe subsecuentemente, alcanza la distancia máxima $\frac{5}{2}R$ del centro del planeta. Utilice las leyes de conservación de energía y momentum angular para encontrar el valor de v_0 , en función de M , R y G .

P3. Una barra uniforme de largo L y masa M está pivoteada en uno de sus extremos. El pivote está soldado al techo de un automóvil que se desplace con aceleración constante A , tal como se muestra en la figura.

Encuentre el valor del ángulo θ de equilibrio que forma la barra con el techo del automóvil.



P4. Una partícula de masa m desliza sin roce sobre un alambre en forma de parábola ($y = ax^2$), bajo la acción de la fuerza de gravedad terrestre. La partícula se suelta desde una altura y_0 .

Calcule el valor de la fuerza que el alambre ejerce sobre la partícula cuando ésta pasa por el punto $(0,0)$.

Nota. La curvatura κ de una curva plana, contenida en el plano x, y es:

$$\kappa = \frac{|y''|}{(1 + y'^2)^{3/2}} \quad (2)$$

donde, $y' = dy/dx$ e $y'' = d^2y/dx^2$

P5. Una placa rectangular delgada y uniforme, de masa M y lados $2a$ y $2b$ rota con velocidad angular constante $\vec{\Omega}$ en torno a un eje fijo que coincide con una de las diagonales de la placa. Los rodamientos que soportan al eje de rotación están montados en los vértices de la placa (ver figura).

- i) (2.0 pts.) Calcule los momentos de inercia de la placa alrededor de sus ejes principales. **NOTA.** Para una placa plana se cumple que $I_z = I_x + I_y$, donde el eje z es perpendicular a la placa y los ejes x e y son solidarios a la placa y contenidos en el plano de la placa.
- ii) (4.0 pts.) Calcule la fuerza sobre los rodamientos mientras la placa gira.

AYUDA. Utilice la ecuación:

$$\vec{\tau} = \left(\frac{d\vec{l}}{dt}\right)_S + \vec{\Omega} \times \vec{l}, \quad \text{donde } \vec{\tau} \text{ es el torque. y } \vec{l} \text{ el momentum angular} \quad (3)$$

