

CONTROL N°3 DE MECÁNICA

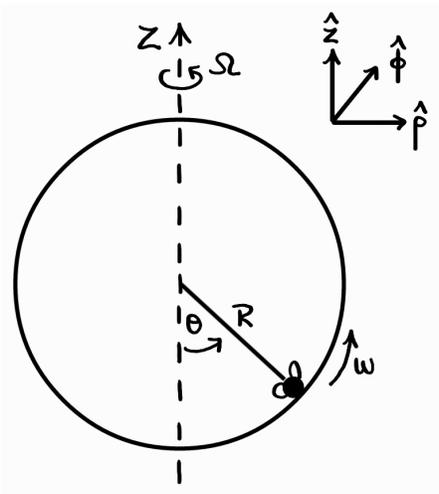
25 de Junio de 2022

Claudio R. Romero Z.

June 27, 2022

P1. Un anillo de radio R rota con frecuencia angular constante Ω en torno a uno de sus diámetros, tal como se muestra en la figura. Un insecto pequeño camina con frecuencia angular constante ω sobre el borde del anillo. Sea \vec{F} la fuerza total que el anillo aplica sobre el insecto cuando éste se encuentra formando un ángulo θ con el diámetro, tal como se muestra en la figura y sea F_{\perp} la componente de la fuerza total, perpendicular al plano del anillo. El sistema se encuentra en ausencia de campo gravitatorio. En el sistema de referencia que rota con el anillo, encuentre:

- (4.0 pts.) Encuentre el valor de todas las fuerzas ficticias que actúan sobre el insecto, en la posición que se indica en la figura. Indique claramente las componentes de estas fuerzas en el sistema de coordenadas cilíndricas que se muestra en la figura.
- (2.0 pts.) Encuentre el valor de la componente F_{\perp} de la fuerza.

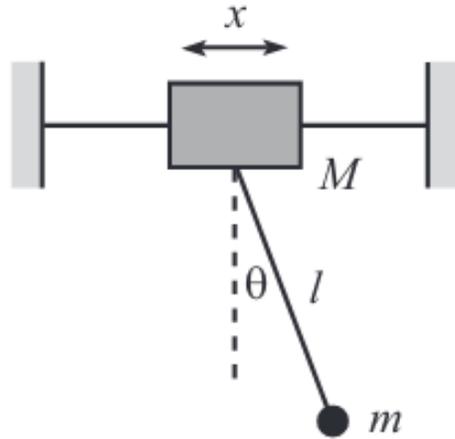


P2. Una masa M puede deslizarse sin roce sobre un riel horizontal, tal como se indica en la figura. Un péndulo de longitud l y masa m cuelga de la masa M . La magnitud de la aceleración de gravedad es g . Elija x y θ como variables independientes.

- (1.0 pt.) Escriba las coordenadas cartesianas de cada una de las masas.
- (1.0 pt.) Encuentre la energía cinética del sistema de las dos masas.
- (1.5 pts.) Encuentre la energía potencial total y escriba el Lagrangiano del sistema.
- (2.0 pts.) *Editado:* Linealice las ecuaciones de movimiento resultantes y encuentre $\ddot{\theta}(\theta)$.

Hint: Considere ahora que el ángulo θ es suficientemente pequeño, de manera que se justifica utilizar las siguientes aproximaciones: $\sin\theta \approx \theta$, $\cos\theta \approx 1$. Además, despreceie en ambas ecuaciones términos de segundo orden, tales como $\dot{\theta}^2$, θ^2 . Utilizando las ecuaciones que resultan luego de imponer las aproximaciones señaladas, obtenga una ecuación diferencial de 2do orden para θ .

- (0.5 pts.) Obtenga la frecuencia de pequeñas oscilaciones del péndulo.



P3. Dos partículas de masa $2m$ y m respectivamente, descansan inicialmente en posiciones distintas a lo largo de un eje horizontal, como se muestra en la figura, con m ubicada ligeramente más abajo verticalmente. En $t = 0$, debido a fuerzas internas, la partícula de masa $2m$ explota en dos pedazos iguales, uno A que se dirige hacia la izquierda con rapidez desconocida v_A y otro B que se dirige hacia la derecha con rapidez conocida v_0 . Luego, la masa B colisiona elásticamente y de forma rasante con la tercera masa, C , emergiendo con un ángulo $\theta = \pi/3$ con respecto al eje X . Calcule:

- i) (2.0 pts.) La rapidez v_A del pedazo de la izquierda y el ángulo ϕ con que se sumerge la masa C .
- ii) (4.0 pts.) Los vectores momentum lineal de las tres masas después de la colisión.

