

**FI2001-4** Mecánica.

**Profesor:** Marcel Clerc.

**Auxiliares:** Roberto Gajardo, Lucciano Letelier.

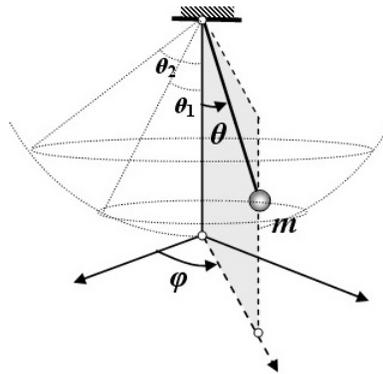


## Auxiliar 4: Coordenadas esféricas y curvilíneas.

24 de Marzo del 2022

### P1. Péndulo esférico<sup>1</sup>:

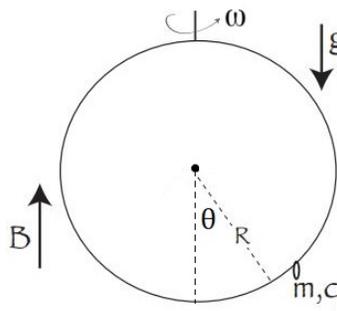
Considere un péndulo ideal formado por una cuerda de largo  $L$  y una partícula de masa  $m$ , el cual está en un ambiente con gravedad de intensidad  $g$ . Estudiaremos el caso donde este péndulo puede moverse en tres dimensiones, es decir, su movimiento no está restringido a un plano. Una representación gráfica se muestra en la siguiente figura:



- Usando coordenadas esféricas deduzca la ecuación de movimiento que describe la evolución de los ángulos  $\theta$  y  $\phi$ .
- Para el caso donde el péndulo parte con una velocidad cenital  $\dot{\theta}(0) = 0$  en una posición  $\theta(0) = \theta_0$  encuentre una expresión para  $\dot{\theta}(\theta)$ , y con esto el vector velocidad  $\vec{v}$  en función de  $\theta$ . Grafique curvas en el espacio de fase asociado a la coordenada  $\theta$ , y con esto comente cómo es la dinámica del sistema.

### P2. Partícula cargada rotativa<sup>2</sup>:

Considere una partícula puntual de masa  $m$  y carga eléctrica  $q$  en un ambiente con gravedad, la cual puede deslizar sin fricción sobre un aro ideal de radio  $R$  y momento de inercia despreciable que rota con velocidad angular constante  $\omega$ , tal como se ilustra en la siguiente figura:



<sup>1</sup>P1 Control 1 2013-1

<sup>2</sup>P3 Examen 2012-1

Si sobre este sistema se aplica un campo magnético  $\vec{B}$  de intensidad  $B$  y paralelo a la velocidad angular, aparece una fuerza  $\vec{F}_\ell = q(\vec{v} \times \vec{B})$ , donde  $\vec{v}$  es la velocidad de la partícula.

- a) Encuentre la ecuación de movimiento de la partícula en coordenadas esféricas.
- b) A partir del resultado anterior calcule las componentes de la fuerza de contacto entre la partícula y el aro en función del ángulo  $\theta$  mostrado en la figura.

**P3. Ejercicio 2.**