FI2001-4 Mecánica.
Profesor: Marcel Clerc.
Auxiliares: Roberto Gajardo, Lucciano Letelier.

Auxiliar 2: Dinámica de sistemas simples.

17 de Marzo del 2022

P1. Espacio de fase del MRUA:

El movimiento rectilíneo uniformemente acelerado consiste en una partícula moviéndose en un camino unidimensional con aceleración constante a. Con esto en mente, si la posición de esta partícula se modela a través de la función posición $x(t)$, la ecuación de movimiento del MRUA es:

$$\ddot{x} = a$$

a) Integre la ecuación de movimiento asumiendo como condiciones iniciales una velocidad v_0 y una posición x_0.

b) Encuentre una relación $\dot{x}(x)$ y bosqueje el espacio de fase del problema. Muestre que este espacio de fase tiene coherencia física con el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado que aprendió en cursos anteriores de la carrera.

P2. Movimiento vertical cerca del ecuador[1]**:**

La ley de atracción universal postula que dos cuerpos de masas m y M, cuyos centros de masa están separados a una distancia r, se atraen con una fuerza directamente proporcional a las masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia anteriormente mencionada. Entonces, la fuerza que siente un objeto de masa m atraído por la Tierra (de masa M_T y radio R_T) es:

$$\vec{F}_T = -\frac{GmM_T}{r^2}\hat{r}$$

En esta expresión G es la *constante de gravitación universal*, r es la distancia que separa al centro de la Tierra con el objeto, y $\hat{r}$ es un vector unitario que apunta desde el centro de la Tierra hacia el objeto de interés.

a) Cerca de la superficie terrestre la expresión anterior puede simplificarse a través de aproximaciones para obtener la ecuación de movimiento del lanzamiento vertical que aprendimos en el primer curso de física. Realice aquellas aproximaciones para mostrar que:

$$\vec{F}_T \approx -mg\hat{z}$$

Donde $\hat{z}$ es el vector unitario perpendicular a la superficie terrestre.

b) Para obtener un modelo más realista del lanzamiento vertical cerca de la superficie terrestre debemos considerar que la Tierra está rotando de oeste a este, de tal forma que aparecen efectos no inerciales. Estos efectos se modelan a través de una fuerza $\vec{F}_c = -2m\,(\vec{v}\times\vec{\omega})$, donde $\vec{v}$ es la velocidad de la partícula y $\vec{\omega}$ es la velocidad angular de la Tierra. Tomando una partícula cerca del ecuador, y considerando que los efectos de la rotación no afectan a la dirección perpendicular a la superficie terrestre, encuentre explícitamente la desviación lateral en función del tiempo. En el caso de caída libre encuentre el lugar geométrico que describe la partícula en un plano paralelo a la dirección de la gravedad.

[1] P3 Control 1 2013-1