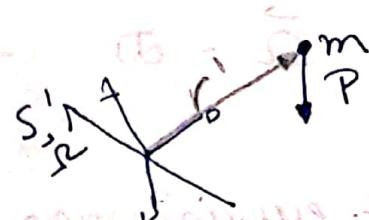


Auxiliar $\theta = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$ rad



(P)

Tenemos

$$(\vec{F}_c + (\vec{F}_c \times \vec{\Omega}) \times \vec{\Omega} + \vec{r} \times \vec{\Omega} \vec{S} + \vec{\omega} \vec{\omega})/m = \vec{F}$$

Donde S' se aleja con aceleración \vec{a}_o' y gira con $\vec{\Omega}$

Sabemos por SNI que:

$$\vec{F} = m \left(\vec{a}_o' + \vec{\Omega} \times \vec{r}' + 2\vec{\Omega} \times \vec{v}' + \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}') \right)$$

Donde $\vec{F} \equiv \vec{P} + \vec{r} \times \vec{F}_c + \vec{\Omega} \times \vec{P} = \vec{P}$

Luego tenemos que $\vec{P} + \vec{r} \times \vec{F}_c + \vec{\Omega} \times \vec{P} = \vec{P}$

$$\vec{P} = m \left(\vec{a}_o' + \vec{\Omega} \times \vec{r}' + 2\vec{\Omega} \times \vec{v}' + \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}') \right)$$

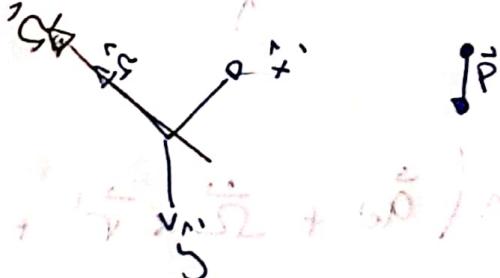
Donde $|\vec{\omega}| = \text{cte} \Rightarrow$

$$\vec{\omega} = \text{cte} \Rightarrow \dot{\vec{\omega}} = 0$$

Luego la ecuación de movimiento de nuestro sistema no inercial es:

$$\vec{F} = m(\vec{a}_0 + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') + \vec{a}')$$

Como nos preguntan por el movimiento en el eje \hat{z}' , en los demás, diremos que S' :



$$(\vec{a}_0 + \vec{\omega} \times \vec{v}')_z + (\vec{v}' \times \vec{\omega} + \vec{\omega} \times \vec{v}')_z = \vec{f}_z$$

Donde en este sistema S' :

$$\vec{r}' = P_x \hat{x}' + P_y \hat{y}' + P_z \hat{z}'$$

$$\vec{a}_0' = a_{0x} \hat{x}' + a_{0y} \hat{y}' + a_{0z} \hat{z}'$$

$$\vec{\omega} = \Omega \hat{z}$$

$$\vec{v}' = v_{x'} \hat{x}' + v_{y'} \hat{y}' + v_{z'} \hat{z}'$$

$$\vec{a}' = \frac{d}{dt} \vec{v}'$$

Arrengemos un poco la ecuación:

anotación

$$\vec{a}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' = \frac{\vec{P}}{m} + \vec{a}_0' \\ = \text{cte} \\ \vec{\omega} = \vec{C} = \vec{\omega} \cdot \hat{\omega}^2 \vec{C}^2 + C_x \vec{x}^1 + (c_1, c_2)$$

$$\boxed{\vec{a}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' = \vec{C}} \\ \vec{\omega} = \vec{n} \quad \vec{n}^2 = \vec{\omega}^2 \\ \hookrightarrow \text{ecuación de movimiento}$$

Para ver como es el movimiento en $\vec{\omega}$, podemos proyectar en $\vec{\omega}$: a través de $\bullet \vec{\omega}$

$$(\vec{a}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') + 2\vec{\omega} \times \vec{v}') \cdot \vec{\omega} = \vec{C} \cdot \vec{\omega}$$

Donde $\vec{\omega} \times \vec{v}'$ es \perp a $\vec{\omega}$ $\Rightarrow (\vec{\omega} \times \vec{v}') \cdot \vec{\omega} = 0$

$$\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') \text{ es } \perp \text{ a } \vec{\omega} \Rightarrow (\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')) \cdot \vec{\omega} = 0$$

quedando

$$\vec{a}_1 \cdot \hat{\vec{r}}_2 = \vec{c}_2 \cdot \hat{\vec{r}}_2 = v_0 \times \vec{s}_2 + (v_0 \times \vec{s}_2) \times \vec{s}_2 + \vec{d}$$

$$= \frac{d}{dt} \vec{r}_1 \cdot \hat{\vec{r}}_2 = c_2$$

$$\underbrace{\frac{d \vec{r}_1}{dt} \cdot \hat{\vec{r}}_2}_{\text{las variables tienen } \alpha} = c_2 \rightarrow \vec{a}_1 = c_2$$

hay una aceleración cte en el eje $\hat{\vec{r}}_2$

hay un movimiento rectilíneo acelerado en $\hat{\vec{r}}_1$

Ahora, para ver el movimiento en los otros ejes
desarrollamos vectorialmente la ecuación:

$$\vec{a}_1 \cdot \hat{\vec{r}}_2 = v_0 \times \vec{s}_2 + (v_0 \times \vec{s}_2) \times \vec{s}_2 + \vec{d}$$

$$= v_0 \times \vec{s}_2 + \vec{a}_2 \cdot \vec{s}_2 + \vec{d}$$

$$\vec{a}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' = (\vec{\omega} \times \vec{\omega}) \times \vec{\omega} =$$

$$+ \begin{pmatrix} 0 & \vec{\omega} \times \vec{\omega} \\ \vec{\omega} \times \vec{\omega} & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{\omega} \end{pmatrix} =$$

$\rightarrow \vec{a}' = \begin{pmatrix} \vec{a}'_{x'} \\ a'_{y'} \\ a'_{z'} \end{pmatrix}$ $\vec{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vec{\omega} \end{pmatrix}$ $\vec{r}' = \begin{pmatrix} r'_{x'} \\ r'_{y'} \\ r'_{z'} \end{pmatrix}$ $\vec{v}' = \begin{pmatrix} v'_{x'} \\ v'_{y'} \\ v'_{z'} \end{pmatrix}$

Desarrollamos los productos cruz:

$$\vec{\omega} \times \vec{v}' = 0 \quad \text{desarrollando el producto}$$

$$= \begin{pmatrix} -\omega v'_z \\ \omega v'_x \\ 0 \end{pmatrix}$$

en lo mismo

$$\vec{\omega} \times \vec{r}' = \begin{pmatrix} -\omega r'_z \\ \omega r'_x \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{\omega} \times (\vec{r} \times \vec{v}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -\Omega r_{y'} \\ \Omega r_{x'} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix} = \vec{\omega} \times \begin{pmatrix} \vec{r} \cdot \vec{v} \\ \vec{r} \cdot \vec{v} \\ \vec{r} \cdot \vec{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Omega^2 r_{x'} \\ -\Omega^2 r_{y'} \\ 0 \end{pmatrix}$$

con observar los signos

Hasta la ecuación de movimiento nos queda:

$$\begin{pmatrix} \ddot{r}_{x2} \\ \ddot{r}_{y2} \\ \ddot{r}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{a} \cdot \vec{v} \\ \vec{a} \cdot \vec{v} \\ \vec{a} \cdot \vec{v} \end{pmatrix} + \vec{\omega} \times \begin{pmatrix} -\Omega^2 r_{x'} \\ -\Omega^2 r_{y'} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{x'} \\ c_y \\ c_z \end{pmatrix}$$

ordenadas

Quedan 3 ecuaciones.

x Sistema de dos componentes rotando con centro en el eje z

Aproximando en condiciones 1) y 2) que solo considera

$$a_x' - \omega^2 r_x' - 2\omega r_y' = c_x'$$

$$\boxed{\ddot{x}' - \omega^2 x' - 2\omega y' = c_{x'}}$$

↓ mov eje \hat{x}'

p'2

Sistema de Edos

estacionario

acoplado!

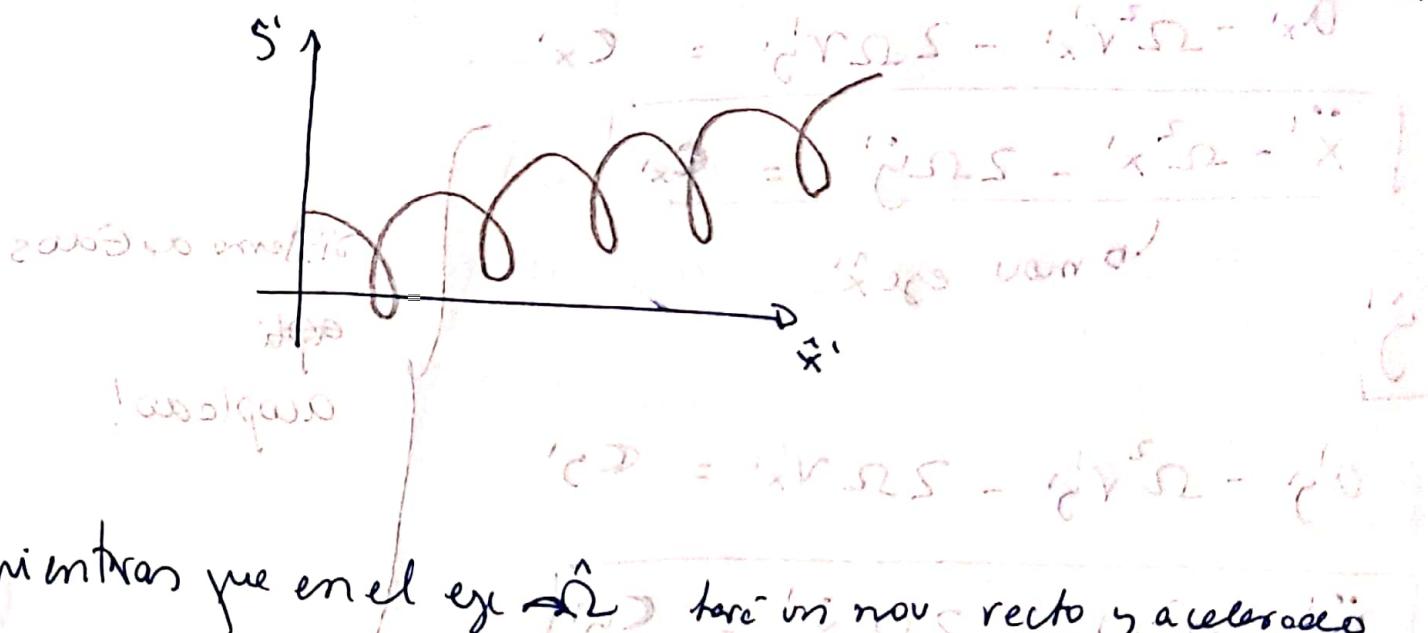
$$a_y' - \omega^2 r_y' - 2\omega r_x' = c_y'$$

$$\boxed{\ddot{y}' - \omega^2 y' - 2\omega x' = c_y'}$$

↓ mov eje \hat{y}' permanente en el sistema

$$a_{\alpha} = c_{\alpha} \quad (\text{hacer } y = 0 \text{ obtener})$$

No es necesario resolver el sistema pero la solución del problema en los ejes x' , y' describirá un movimiento:



mientras que en el eje y' hará un movimiento recto y acelerado.

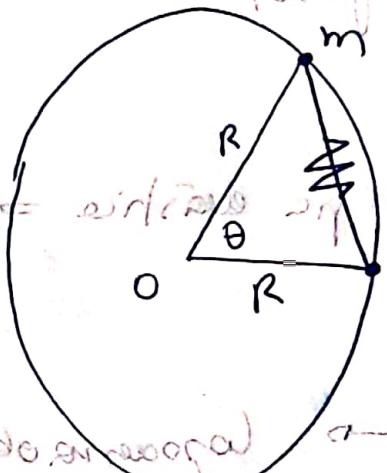
Aquí se mueven los hiracos en la tierra!

$$(\text{máximo desplazamiento}) \quad m^2 = s^2$$

P2

Teremos

$$(\omega - \omega_0)x = 10U \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{M}}$$



queremos ver pto de equilibrio, estabilidad y frecuencia de pequeñas oscilaciones



lo tenemos con energía:

$$\theta \omega^2 S\dot{\theta} - \frac{1}{2} S\ddot{\theta} \cdot S\dot{\theta} = x$$

1) Obtenemos

$$(\theta \omega^2 - \frac{1}{2} S\ddot{\theta}) S\dot{\theta} = x$$

energía potencial $U(\theta)$

$$2) \frac{dU}{d\theta} = 0 \quad \text{para encontrar pto de equilibrio}$$

$$3) \frac{d^2U}{d\theta^2} \Big|_{\theta_{eq}} > 0 \quad \text{para ver estabilidad}$$

$\theta = \theta_{eq}$ condición de equilibrio

4) Para pequeñas oscilaciones, escribimos

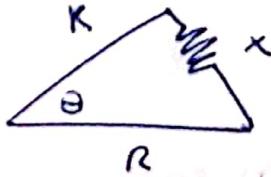
$$\text{Sust. } S\dot{\theta} = (\omega - \frac{1}{2}\theta\omega^2) \frac{x}{R} \quad \Rightarrow \quad \omega^2 = \frac{U''(x_{eq})}{\frac{x}{R}}$$

→ obtener $U(\theta)$

→ energía elástica $\Rightarrow U(\theta) = \frac{k}{2} (x(\theta) - x_0)^2$

$x(\theta) \rightarrow$ lo que se obtiene con la adición de

desplazamiento x



$$x^2 = R^2 + R^2 - 2R^2 \cos \theta$$

$$\rightarrow U(\theta) = \frac{k}{2} (R\sqrt{2(1-\cos\theta)} - x_0)^2$$

$$\rightarrow U(\theta) = \frac{k}{2} (R\sqrt{2(1-\cos\theta)} - x_0)^2$$

condiciones de equilibrio $\frac{dU}{d\theta} (U(\theta)) = 0$

$$\frac{dU}{d\theta} = \frac{k}{2} \cdot 2(R\sqrt{2(1-\cos\theta)} - x_0) \cdot \frac{R}{2\sqrt{2(1-\cos\theta)}} \cdot 2\sin\theta$$

$$\frac{dU}{dt} = \kappa \frac{(R\sqrt{2(1-\omega\theta)} - \lambda_0) R \sin\theta}{\sqrt{2(1-\omega\theta)}}$$

$$\boxed{\theta = \theta_1}$$

$\theta > 0 < \min \theta$ $\frac{dU}{dt} \neq 0$ sonimos

Para encontrar los pts $\Rightarrow \frac{dU}{dt} = 0$

para determinar $\theta = \theta_1$ aux $T(\theta)$ se necesitan res

$$\kappa \frac{(R\sqrt{2(1-\omega\theta)} - \lambda_0) R \sin\theta}{\sqrt{2(1-\omega\theta)}} = 0$$

$$\text{sobre } \theta = \theta_1 \Rightarrow \sqrt{2(1-\omega\theta)} = T_0 - N \sin\theta \quad \text{usando } \theta = \theta_1$$

$$\Rightarrow \text{numerador} = 0$$

$$\frac{(R\sqrt{2(1-\omega\theta)} - \lambda_0) R \sin\theta}{\sqrt{2(1-\omega\theta)}} = 0 \quad \text{①} \quad \frac{\partial}{\partial \theta}$$

$$R \sin\theta = 0$$

$$\text{de ② } \rightarrow \sin\theta = 0 \Rightarrow \theta_{eq} = 0, \pi \quad \text{②}$$

$$\text{de ① } \rightarrow R\sqrt{2(1-\omega\theta)} - \lambda_0 = 0$$

$$\sqrt{2(1-\omega\theta)} = \frac{\lambda_0}{R}$$

$$2(1-\omega\theta) = \frac{\lambda_0^2}{R^2}$$

$$\omega\theta = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda_0^2}{R^2} \right)$$

Análisisos ni son estables o no

$$(\theta_0 = 0)$$

→ ponemos $\frac{d}{d\theta}(U(\theta)) > 0 < \omega_0$

$$\sigma = \omega_0 \quad \sigma = \omega_0 \text{ col retroceso inf}$$

pero repudiar en $U(\theta)$ que $\theta=0$ es inestable ya

que denominador es $R\sqrt{2(1-\cos\theta)}$ → Se divide por

$$\ln\theta = 0$$

$$\text{quiere } R\sqrt{2(1-\cos\theta)} = 0 \quad \text{Explota } U(\theta) \text{ es inestable}$$

Ahora veamos la otra ac.

$$\frac{d^2U}{d\theta^2} \Big|_{\theta=\pi} = \kappa(R\sqrt{2(1-\cos\theta)} - \omega_0) \frac{R \sin\theta}{\sqrt{2(1-\cos\theta)}} + \kappa(R\sqrt{2(1-\cos\theta)}) \cdot \frac{(R \sin\theta)}{\sqrt{2(1-\cos\theta)}}$$

valiendo en $\theta = \pi$

$$\frac{R(\pi - \omega_0)}{\sqrt{2(1-\cos\theta)}} \cdot \frac{\sin\theta}{\sqrt{2(1-\cos\theta)}} = R(\cos\theta\sqrt{2(1-\cos\theta)}) - \frac{\sin\theta \cdot \sin\theta}{\sqrt{2(1-\cos\theta)}}$$

$$\omega = 7\pi\omega - 17.5$$

$$\omega_0 = 10\omega - 17.5$$

$$= \frac{KR^2 \sin^2 \theta}{2(n-\cos \theta)} + \frac{KR}{2(n-\cos \theta)} \left(R\sqrt{2(n-\cos \theta)} - \omega_0 \right) \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta \frac{\sqrt{2(n-\cos \theta)}}{\sin \theta} \\ -\frac{\sin^2 \theta}{\sqrt{2(n-\cos \theta)}} \end{pmatrix}$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial \theta} \right)_r = \omega_0 \quad \text{c.s.}$$

$$= \frac{KR}{2(n-\cos \theta)} \left(R \sin^2 \theta + \left(R\sqrt{2(n-\cos \theta)} - \omega_0 \right) \cdot \left(\cos \theta \frac{\sqrt{2(n-\cos \theta)}}{\sin \theta} - \frac{\sin^2 \theta}{\sqrt{2(n-\cos \theta)}} \right) \right)$$

$$\text{evaluando en } \theta = \pi \quad \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} \right)_r + \frac{\omega_0 \sin \theta}{r} = 0$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} \Big|_{\theta=\pi} = \frac{KR}{2(n+1)} \left(R \sin \pi + \left(R\sqrt{2(n+1)} - \omega_0 \right) \left(-\Delta \sqrt{2(n+1)} - 0 \right) \right)$$

$$= \frac{KR}{4} \cdot (-\Delta \sqrt{4n}) \cdot (R \cdot \sqrt{4n} - \omega_0) \quad \left(\frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} > 0 \right)$$

$$= -\frac{KR}{4} (2R - \omega_0) \rightarrow \begin{cases} \text{si } \omega_0 > 2R \text{ estable} \\ \text{si } \omega_0 < 2R \text{ inestable} \end{cases}$$

$$\text{Alguna pta } \omega \theta = n - \frac{\omega_0^2}{2R^2}$$

⋮

matriz → siempre estable.

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} < 0 \right)$$

Para sacar la frecuencia debemos comotra la energía como:

$$E = \frac{\alpha}{2} \dot{x}^2 + U(x) \quad \therefore \omega^2 = \frac{U''(x_0)}{\alpha}$$

En este caso si sacas la derivada de la energía se obtiene:

$$E = \frac{m r^2}{2} + U(\theta)$$

(o - Tesis)

$\therefore \dot{r} = R\dot{\theta}$ y que es un circuito

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ momento

$$(o - Tesis) \rightarrow E = \frac{m R^2 \dot{\theta}^2}{2} + U(\theta) \rightarrow \alpha = m R^2$$

Entonces sacar la

velocidad

$$\omega^2 = \frac{U''(x_0)}{m R^2}$$

(o - Tesis)

de la energía →