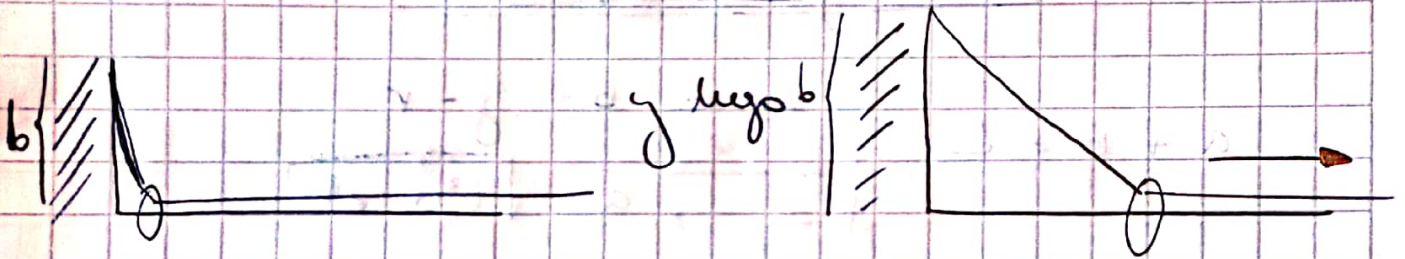


Aux 2

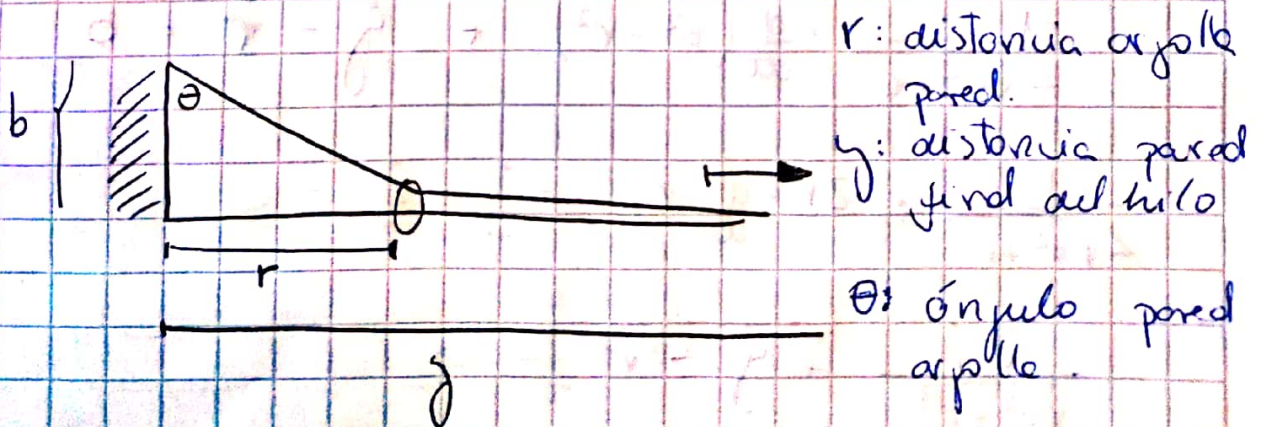
31) Tenemos lo siguiente:



Es decir un hilo amarrado a la pared a una altura b , que es tirado desde su otro extremo.

¿Con qué rapidez se mueve la argolla?

Notemos lo siguiente, si definimos:

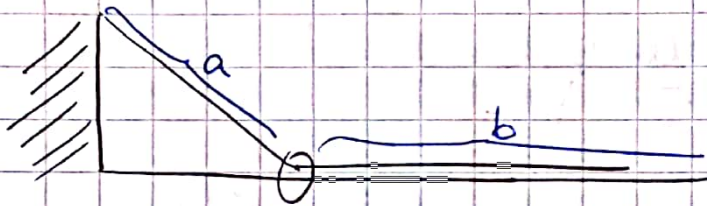


r : distancia argolla pared.

y : distancia pared final del hilo

θ : ángulo pared argolla.

como el hilo por enunciado su distancia es L :



$$a + b = L \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{donde } b = y - r \\ a = \sqrt{b^2 + r^2} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \sqrt{b^2 + r^2} + y - r = L$$

nosotros buscamos la rapidez de la polea, es decir $\dot{r}$, luego derivamos:

$$\frac{1}{2\sqrt{b^2 + r^2}} \cdot \frac{d}{dt}(b^2 + r^2) + \dot{y} - \dot{r} = 0$$

$$\frac{1}{2\sqrt{b^2 + r^2}} \cdot 2r \cdot \frac{d}{dt}(r) + \dot{y} - \dot{r} = 0$$

$$\frac{r \dot{r}}{\sqrt{b^2 + r^2}} + \dot{y} - \dot{r} = 0$$

$$\dot{r} - \frac{\dot{r}r}{\sqrt{b^2 + r^2}} = j$$

$$\dot{r} \left(1 - \frac{r}{\sqrt{b^2 + r^2}} \right) = j$$

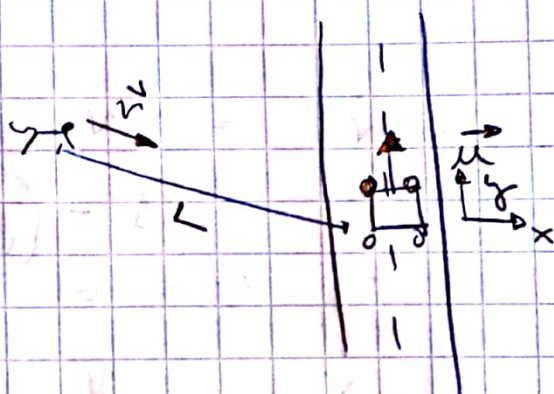
es la rapidez con que tiran el hilo = v

$$\dot{r} = \frac{v}{1 - \frac{r}{\sqrt{b^2 + r^2}}} = \text{sen } \Theta$$

$$\dot{r} = \frac{v}{1 - \text{sen } \Theta}$$

P2)

Tenemos 2 objetos en movimiento que podemos visualizar de la siguiente manera:



Queremos encontrar la trayectoria que sigue el perro, es decir alguna función tipo $y(x)$ que podamos dibujar en el plano:

Para ello notemos lo siguiente, dado que la rapidez del perro es $\vec{v}$, esta la podemos definir como

$$\vec{r}_1 = x_1(t)\hat{x} + y_1(t)\hat{y} \quad \text{posición perro}$$

$$\vec{r}_2 = x_2(t)\hat{x} + y_2(t)\hat{y} \quad \text{posición auto}$$

hugo la velocidad como:

$$\vec{v}_1 = \dot{x}_1 \hat{x} + \dot{y}_1 \hat{y}$$

$$\vec{v}_2 = \cancel{\dot{x}_2 \hat{x}}^0 + \dot{y}_2 \hat{y} = \mu \hat{y}$$

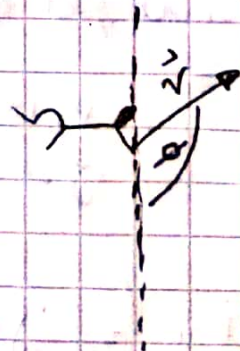
solo se mueve en linea recta

podemos definirlo como:

$$\vec{v}_1 = v \cos \phi \hat{x} + v \sin \phi \hat{y}$$

donde ϕ es:

angulo que dependiera del tiempo.



$$\rightarrow \text{Tan } \phi = \frac{\dot{y}_1}{\dot{x}_1}$$

por otra parte como nienye el pero marca el auto

$$\tan(\phi) = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\rightarrow \frac{y_2}{x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{\frac{dy_1}{dt}}{\frac{dx_1}{dt}}$$

$$\frac{dy_1}{dx_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Ademas como el auto vo en linea recta

$$x_2(t) = 0$$

$$y_2(t) = \mu \cdot t$$

$$\frac{dy_1}{dx_1} = \frac{y_1 - \mu t}{x_1}$$

$$\left(\text{definieramos} \right) \quad y_1' = \frac{dy_1}{dx_1}$$

$$y_1' = \frac{y_1 - \mu t}{x_1}$$

$$y_1' x_1 = y_1 - \mu t$$

$$y_1' x_1 - y_1 = -\mu t \quad / \quad \frac{d}{dx_1}$$

$$y_1'' x_1 + \cancel{y_1' \frac{dx_1^2}{dx_1}} - \cancel{y_1'} = -\mu \frac{dt}{dx_1}$$

$$\boxed{y_1'' x_1 = -\mu \frac{dt}{dx_1}}$$

queremos despejar $y_1(x)$

Para ello notemos que en S esta distancia que recorre el perro

$$\frac{dS}{dt} = v$$

Pero $S(x)$ se puede escribir como:

(longitud de la recorrida en función de x)

$$S(x) = \int_L^x dx \sqrt{1 + (y_1')^2}$$

Usando regla de la cadena:

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dx} \frac{dx}{dt} \implies v \frac{dx}{ds} = \frac{dx}{dt}$$

$$\implies \frac{dt}{dx} = \frac{1}{v} \frac{ds}{dx}$$

$$\implies \frac{dt}{dx} = \frac{-1}{v} \sqrt{1 + y_1'^2}$$

de cuenta de que si disminuye x , aumenta s

reemplazando:

$$x_1 y_1'' = \frac{\mu}{v} \sqrt{1 + y_1'^2}$$

definimos

$$x_1 z' = \frac{\mu}{v} \sqrt{1 + z^2}$$

$z = y_1'$

$$\frac{z'}{\sqrt{1+z^2}} = \frac{\mu}{v x_1}$$

$$\int \frac{z'}{\sqrt{1+z^2}} = \int \frac{\mu}{v x_1} dx_1$$

$$\int_0^z \frac{dz}{\sqrt{1+z^2}} = \frac{\mu}{\nu} \int_L^{x_1} \frac{dx_1}{x_1}$$

$$\operatorname{arcsinh}(z) = \ln \left(\left(\frac{x_1}{L} \right)^{\mu/\nu} \right)$$

$$\ln(z + \sqrt{z^2 + 1}) = \ln \left(\left(\frac{x_1}{L} \right)^{\mu/\nu} \right)$$

$$z + \sqrt{z^2 + 1} = \left(\frac{x_1}{L} \right)^{\mu/\nu}$$

$$\sqrt{z^2 + 1} = \left(\frac{x_1}{L} \right)^{\mu/\nu} - z \quad (1)^2$$

$$\cancel{z} + 1 = \left(\frac{x_1}{L} \right)^{\frac{2\mu}{\nu}} - 2 \left(\frac{x_1}{L} \right)^{\mu/\nu} \cdot z + \cancel{z}$$

$$z = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{x_1}{L} \right)^{\mu/\nu} - \left(\frac{x_1}{L} \right)^{-\mu/\nu} \right)$$

$$\text{Como } z = y_1'$$

$$\frac{dy_1}{dx_1} = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{x_1}{L} \right)^{\mu/\nu} - \left(\frac{x_1}{L} \right)^{-\mu/\nu} \right) \int_L^{x_1} dx_2$$

$$y_1(x_1) = \frac{1}{2} \cdot \left(\int_L^{x_1} \left(\frac{x_1}{L} \right)^{\mu/\nu} - \int_L^{x_1} \left(\frac{x_1}{L} \right)^{-\mu/\nu} \right)$$

$$y_1(x_1) = \frac{1}{2} \left(\frac{L}{1 + \mu/\nu} \left(\frac{x_1}{L} \right)^{1 + \mu/\nu} - \frac{L}{1 - \mu/\nu} \left(\frac{x_1}{L} \right)^{1 - \mu/\nu} \right)$$

→ trayectoria del perno.