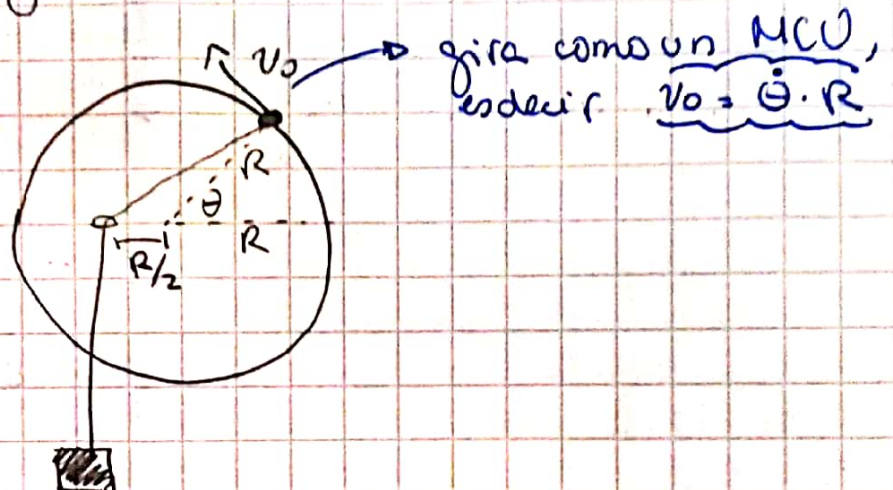


33)

Tenemos el siguiente problema.



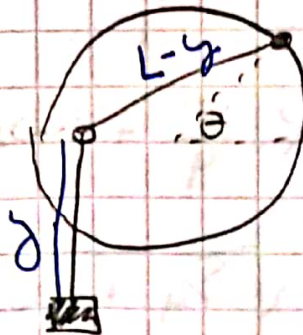
a) Queremos obtener la rapidez del bloque

Para ello:

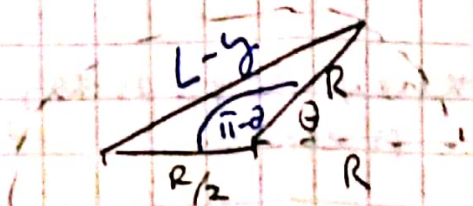
- 1) identifiquemos la distancia del bloque hacia la superficie, llamémosla y .
- 2) luego derivemos $y \rightarrow \dot{y}$, obteniendo lo que queremos.

Otenyano primero la distancia y .

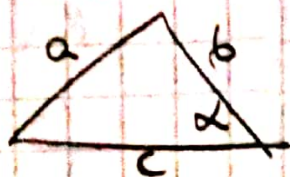
Dijeron que el lap del hilo es L



Usando Trigonometria.



y Recordando el teorema del coseno.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)$$

Queda:

$$(L-y)^2 = R^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2 - 2R \cdot \frac{R}{2} \underbrace{\cos(\pi - \theta)}_{= -\cos(\theta)}$$

$$(L-y)^2 = R^2 + \frac{R^2}{4} + R^2 \cos(\theta)$$

$$(L-y)^2 = R^2 \left(\frac{5}{4} + \cos(\theta) \right) \quad \sqrt{\quad}$$

$$(L-y) = R \sqrt{\frac{5}{4} + \cos(\theta)}$$

$$\text{luego } y = L - R \sqrt{\frac{5}{4} + \cos \theta}$$

Ahora para obtener la rapidez derivando en función del tiempo

Recordando que θ es $\theta(t)$

$$\rightarrow \dot{y} = \frac{d}{dt} \left(L - R \sqrt{\frac{5}{4} + \cos \theta} \right)$$

ley de la cadena

$$\dot{y} = \frac{-R}{2\sqrt{s/4 + \omega s \theta}} \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{s}{4} + \omega s \theta \right)$$

$$= \frac{-R}{2\sqrt{s/4 + \omega s \theta}} \cdot -\sin \theta \frac{d\theta}{dt}$$

$$\boxed{\dot{y} = \frac{R}{2} \frac{\sin \theta \dot{\theta}}{\sqrt{s/4 + \omega s \theta}}} \quad \text{donde } \dot{\theta} = \frac{v_0}{R}$$

$$\boxed{\dot{y} = \frac{v_0}{2} \frac{\sin \theta}{\sqrt{s/4 + \omega s \theta}}} \rightarrow \text{respido}$$

b) Queremos la velocidad máxima, para ello debemos encontrar un máximo de $\dot{y}$, es decir $\frac{d\dot{y}}{dt} = 0$

lo que es lo mismo que $\ddot{y} = 0$

→ Calculamos $\ddot{y}$

$$\ddot{y} = \frac{d\dot{y}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{v_0}{2} \frac{\sin \theta}{\sqrt{5/4 + \cos \theta}} \right)$$

$$= \frac{v_0}{2} \cdot \frac{(\cos \theta) \sqrt{5/4 + \cos \theta} - \sin \theta \left(\frac{1}{2\sqrt{5/4 + \cos \theta}} \right)}{5/4 + \cos \theta}$$

$$= \frac{v_0}{2} \cdot \frac{\cos \theta \sqrt{5/4 + \cos \theta} - \sin \theta \cdot \frac{1}{2\sqrt{5/4 + \cos \theta}} \cdot (-\sin \theta)}{5/4 + \cos \theta}$$

$$\ddot{y} = \frac{v_0 \dot{\theta}}{2} \left(\frac{\omega \theta \sqrt{\frac{5}{4} + \omega \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{2 \sqrt{\frac{5}{4} + \omega \theta}}}{\frac{5}{4} + \omega \theta} \right) \cdot \frac{\sqrt{\frac{5}{4} + \omega \theta}}{\sqrt{\frac{5}{4} + \omega \theta}}$$

$$= \frac{v_0 \cdot v_0}{2 \cdot R} \left(\frac{\omega \theta \left(\frac{5}{4} + \omega \theta \right) + \frac{\sin^2 \theta}{2}}{\left(\frac{5}{4} + \omega \theta \right)^{3/2}} \right)$$

$$= \frac{v_0^2}{2R} \left(\frac{\omega^2 \theta + \frac{5}{4} \omega \theta + \frac{1}{2} \sin^2 \theta}{\left(\frac{5}{4} + \omega \theta \right)^{3/2}} \right)$$

$= 1 - \omega^2 \theta$

$$= \frac{v_0^2}{2R} \left(\frac{\omega^2 \theta + \frac{5}{4} \omega \theta + \frac{1}{2} - \frac{\omega^2 \theta}{2}}{\left(\frac{5}{4} + \omega \theta \right)^{3/2}} \right)$$

$$\ddot{y} = \frac{v_0^2}{2R} \left(\frac{\frac{\omega^2 \theta}{2} + \frac{5}{4} \omega \theta + 1/2}{\left(\frac{5}{4} + \omega \theta \right)^{3/2}} \right)$$

aceleración en función de θ

tempo quando a rapidez máxima $\rightarrow \frac{d}{dt} \dot{s} = 0$

$$\boxed{\ddot{s} = 0}$$

$$\ddot{s} = 0 \left\{ \frac{v_0^2}{2R} \left(\frac{\omega^2 \theta}{2} + \frac{5}{4} \omega \theta + 1/2 \right) - 0 \right.$$

$$\rightarrow \frac{\omega^2 \theta}{2} + \frac{5}{4} \omega \theta + 1/2 = 0$$

$$2\omega^2 \theta + 5\omega \theta + 2 = 0$$

equation quadrática:

$$\omega \theta = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{4}$$

$$\omega \theta = \frac{-5 \pm 3}{4}$$

$$\omega \theta \begin{cases} -2 \\ -1/2 \end{cases}$$

Como debe ser una solución real nos podemos con

$$\cos \theta = -1/2 \rightarrow \theta_{\max} = \arccos(-1/2)$$

En este la velocidad máxima es en

$$\boxed{\theta = \arccos(-1/2)}$$

c) es evaluar en $\theta = 0$ nuestra $\ddot{y}$

$$\begin{aligned} \rightarrow \ddot{y}(\theta=0) &= \frac{v_0^2}{2R} \cdot \left(\frac{\omega^3(\theta=0)}{2} + \frac{5}{4} \omega(\theta=0) + 1/2 \right) \\ &\quad \left(\frac{5}{4} + \omega(\theta=0) \right)^{3/2} \\ &= \frac{v_0^2}{2R} \left(\frac{1/2 + 5/4 + 1/2}{(5/4 + 1)^{3/2}} \right) \\ &= \frac{v_0^2}{2R} \left(\frac{9/4}{(9/4)^{3/2}} \right) \\ &= \frac{v_0^2}{2R} (9/4)^{-1/2} \end{aligned}$$

$$\ddot{y}(\theta=0) = \frac{v_0^2}{2R} \cdot \frac{2}{3} = \frac{v_0^2}{3R}$$

$$|a| = \frac{v_0^2}{3R}$$

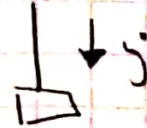
→ este es el módulo de la aceleración, no le falta la dirección!

→ Para saber la dirección notemos que cuando va girando la pelota y pasa por $\theta=0$, es en $\theta=0$ el momento donde más cerca de la superficie se encuentra el bloque

Antes de llegar a $\theta=0$ está un poco más lejos de la superficie, luego ni en $\theta=0$ para de estar



a



la aceleración indica hacia abajo!

$$\vec{a} = \frac{v_0^2}{3R} \quad \text{con dirección } \underline{\text{hacia abajo}}$$