FI 2001 MECÁNICA OTOÑO 2021 P. AREITUNO 13/04
SESIÓN 7

FUERZA DE ROCE VISCOSO

ES LA FUERZA QUE UN FLUIDO EJERCE SOBRE UN CUERPO.

SU EVALUACIÓN ES DETERMINANTE EN DISEÑO PARA MINIMIZARLA (VEHÍCULOS DE TRANSPORTE, AVIONES, BARCOS, SUBMARINOS, NAVES ESPACIALES)

UNA APROXIMACIÓN EMPÍRICA...

$$\vec{F}_{R.V} = -c\, v^n \underbrace{\hat{v}}_{\hat{t}}$$

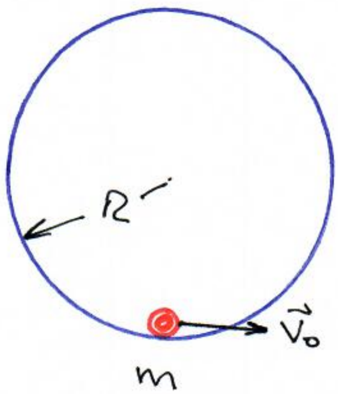
EL EXPONENTE "n" DEPENDE DEL RANGO DE VELOCIDAD DEL CUERPO Y DE LA VISCOSIDAD DEL FLUIDO. PARA VELOCIDADES BAJAS Y UNA VISCOSIDAD RELATIVAMENTE ALTA $n = 1$

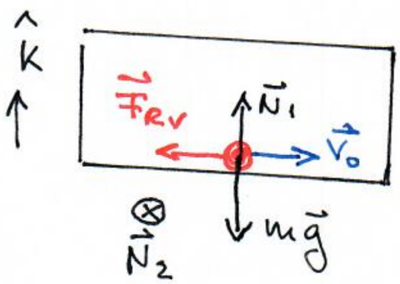
$$\star \quad \vec{F}_{RV} = -c\, v\, \hat{t}$$

PARA VELOCIDADES MÁS ALTAS PERO INFERIORES A LA DEL SONIDO $n = 2$

$$\star \quad \vec{F}_{RV} = -c\, v^2\, \hat{t}$$

EJEMPLO





PARTÍCULA DE MASA "m" SE MUEVE EN EL FONDO DE UN TAMBOR DE RADIO R, PEGADO A LA PARED A PARTIR DE UNA VELOCIDAD INICIAL $\vec V_0$

DETERMINAR DISTANCIA RECORRIDA HASTA LA DETENCIÓN Y TIEMPO QUE TARDA

$$m\vec a = \underbrace{m\vec g + \vec N_1}_{=0} + \vec N_2 + \underset{= -cv\hat t}{\vec F_{RV}}$$

COOR. NATURALES

$$\hat t)\quad m\ddot s = -c\dot s \longrightarrow m\frac{dv}{dt} = -cv$$

$$\hat n)\quad m\frac{v^2}{R} = N_2$$

$$m\frac{dv}{v} = -c\,dt$$

$$\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v} = -\frac{c}{m}\int_0^t dt$$

$$\ln\left(\frac{v}{v_0}\right) = -\frac{c}{m}t \longrightarrow \boxed{v = v_0\, e^{-\frac{c}{m}t}}$$

★ LA RAPIDEZ TIENDE EXPONENCIALMENTE A 0

$$\frac{ds}{dt} = v_0\, e^{-\frac{c}{m}t} \rightarrow ds = v_0\, e^{-\frac{c}{m}t}\, dt$$

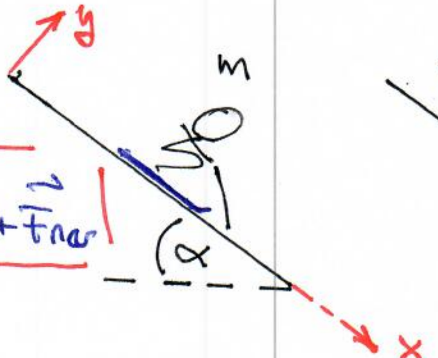
$$\int_0^s ds = v_0 \int_0^t e^{-\frac{c}{m}t}\, dt = v_0 \frac{m}{c} \int_t^0 e^{-\frac{c}{m}t}\left(-\frac{c}{m}dt\right)$$

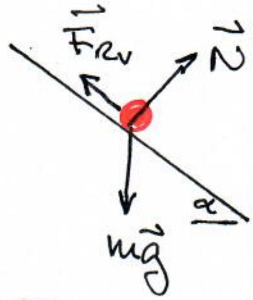
$$s = \frac{m v_0}{c}\, e^{-\frac{c}{m}t}\Big|_t^0 = \frac{m v_0}{c}\left(1 - e^{-\frac{c}{m}t}\right)$$

$$\lim_{t\to\infty} s = \boxed{\frac{m v_0}{c} = s_{MAX}}$$

EJ. 2 ESQUIADOR DESCIENDE POR UNA PENDIENTE. CONSIDERE QUE EL ROCE CINÉTICO EN LA SUPERFICIE ES DESPRECIABLE FRENTE AL ROCE VISCOSO CON EL AIRE

$$\boxed{m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{rv}}$$





$t = 0 \quad \vec{v} = \vec{V}_0$

EN ESE MOMENTO EL ESQUIADOR DEJA DE IMPULSARSE

$\hat{i})\quad m\ddot{x} = mg \operatorname{sen}\alpha - c\dot{x}$

$\hat{j})\quad m\ddot{y} = 0 = N - mg\cos\alpha$

$$m\frac{d\dot{x}}{dt} = mg\,\text{sen}\,\alpha - c\dot{x}$$

$$\int_{V_0}^{\dot{x}} \frac{m\,d\dot{x}}{mg\,\text{sen}\,\alpha - c\dot{x}} = \int_0^t dt$$

$$u = mg\,\text{sen}\,\alpha - c\dot{x}$$
$$du = -c\,d\dot{x}$$

$$-\frac{m}{c}\int_{mg\,\text{sen}\,\alpha - cV_0}^{mg\,\text{sen}\,\alpha - c\dot{x}} \frac{du}{u} = t$$

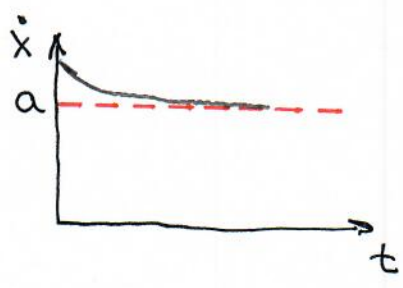
$$\ln\frac{mg\,\text{sen}\,\alpha - c\dot{x}}{mg\,\text{sen}\,\alpha - cV_0} = -\frac{c}{m}t$$

$$a = \frac{mg\,\text{sen}\,\alpha}{c}$$

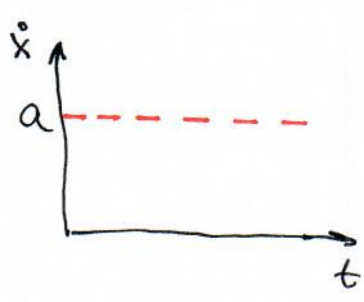
$$\dot{x} - a = (V_0 - a)\,e^{-\frac{c}{m}t}$$

$$\dot{x} = a\left(1 - e^{-\frac{c}{m}t}\right) + V_0\,e^{-\frac{c}{m}t}$$

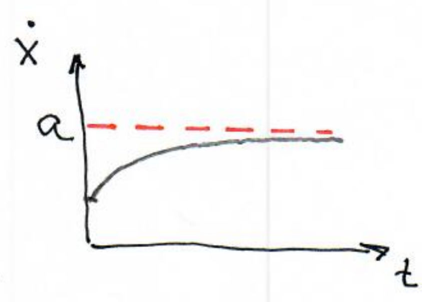
$$\lim_{t\to\infty}\dot{x} = a = \frac{mg\,\text{sen}\,\alpha}{c}$$



$V_0 > a$



$V_0 = a$



$V_0 < a$

FUERZA DE ROCE VISCOSO SOBRE UNA ESFERA DE RADIO R EN EL CASO DE VELOCIDADES PEQUEÑAS

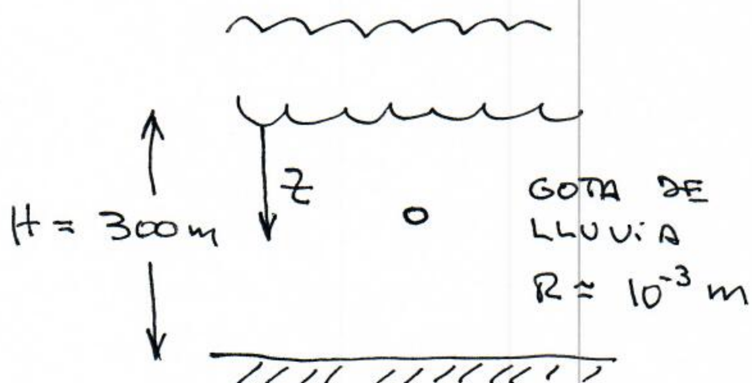
$$|\vec{F}_{r.v}| = c\,v$$

$$c = 6\pi R \eta$$

η : COEFICIENTE DE VISCOSIDAD DEL FLUIDO

AIRE A 20°C

$$\eta = 0.0018 \ [N s m^{-2}]$$



REPETIR EL CÁLCULO CON VISCOSIDAD !!

a) VISCOSIDAD NULA

$$m\ddot{z} = mg \rightarrow \ddot{z} = g$$

$$\frac{d\dot{z}}{dz}\frac{dz}{dt} = g \rightarrow \int_0^{v^*} \dot{z}\, d\dot{z} = \int_0^H g\, dz$$

$$\frac{1}{2}v^{*2} = gH \rightarrow v^* = \sqrt{2gH}$$

$v^* = 76.2 \ m/s$

$v^* = 276 \ \frac{km}{h}$!!

EN EL PROBLEMA DEL ESQUIADOR CONCLUIMOS

QUE
$$\dot{x} = a\left(1 - e^{-\frac{c}{m}t}\right) + V_0 e^{-\frac{c}{m}t}$$

$$a = \frac{mg \operatorname{sen}\alpha}{c}$$

EN ESTE CASO

$\alpha = \frac{\pi}{2}$; $V_0 = 0$

$$\dot{x} = \frac{mg}{c}\left(1 - e^{-\frac{c}{m}t}\right)$$

$$\int_0^H dx = \int_0^{t^*} \frac{mg}{c}\left(1 - e^{-\frac{c}{m}t}\right) dt$$

$$\frac{cH}{mg} = t^* - \int_0^{t} e^{-\frac{c}{m}t}\, dt$$

$$\frac{cH}{mg} = t^* - \frac{m}{c}\left(1 - e^{-\frac{c}{m}t^*}\right)$$