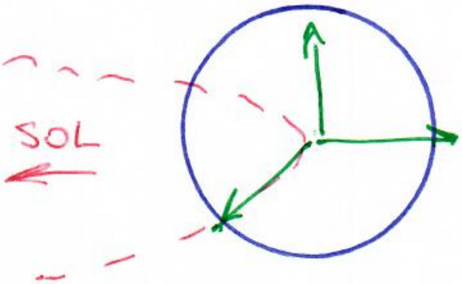
FI 2001 MECÁNICA SESIÓN 18 P. ACEITUNO 27/5/21 (1)

MOVIMIENTO SOBRE LA SUPERFICIE DE LA TIERRA

EFECTOS INERCIALES



★ a) SIST. DE REFERENCIA EN EL CENTRO DE LA TIERRA

EL CENTRO DE LA TIERRA DESCRIBE UNA ÓRBITA APROXIMADAMENTE CIRCULAR DE RADIO R

$R \sim 149$ MILL. DE KM $\simeq 1.49 \times 10^{11}$ (m)

CON UN PERIODO $T = 365$ DÍAS $= 3.154 \times 10^{7}$ (s)

★ FUERZA FICTICIA $(-m\vec{a}_0)$

$$|\vec{a}_0| = \frac{v^2}{R} \qquad v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi\, 1.49 \times 10^{11}}{3.154 \times 10^{7}}$$

$$v = 2.97 \times 10^{4} \left(\frac{m}{s}\right) = 29.7 \left(\frac{km}{s}\right)$$

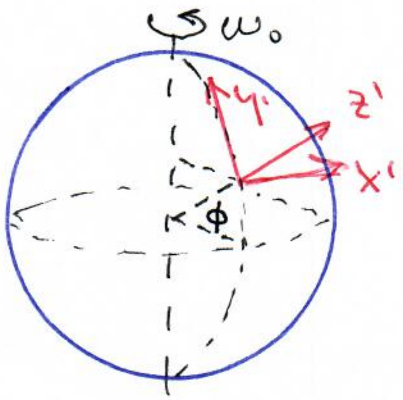
$$|\vec{a}_0| = \frac{(2.97 \times 10^{4})^2}{1.49 \times 10^{11}} = 5.92 \times 10^{-3} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

COMPARANDO $(-m\vec{a}_0)$ CON $(m\vec{g})$

$$\frac{|-m\vec{a}_0|}{|m\vec{g}|} = \frac{5.92 \times 10^{-3}}{9.81} = 0.6 \times 10^{-3} \ !$$

(EFECTO DESPRECIABLE)

b) SIST. DE REFERENCIA SOBRE LA SUPERFICIE DE LA TIERRA



EL CENTRO DEL SISTEMA DE REFERENCIA DESCRIBE UN CÍRCULO DE RADIO $R_T \cos\phi$ (ϕ : LATITUD)

LA TIERRA GIRA CON VELOCIDAD ANGULAR

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \qquad T = 24 \cdot 3600 = 8.64 \times 10^4 (s)$$

* $\omega_0 = 7.27 \times 10^{-5}$ (rad/s)

FUERZA FICTICIA ($-m\vec{a}_0$)

$$|\vec{a}_0| = \omega_0^2 (R_T \cos\phi) \qquad R_T = 6370 (km)$$

MÁX. VALOR EN EL ECUADOR ($\phi = 0$)

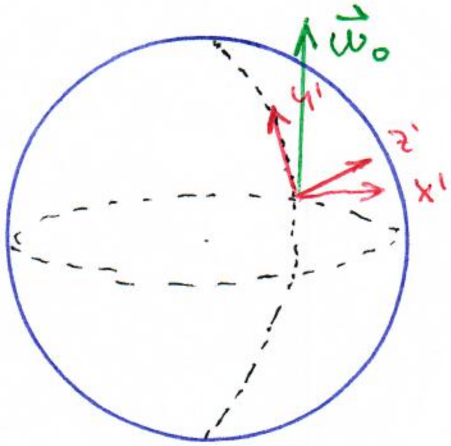
$$|\vec{a}_0|_{MAX} = (7.27 \times 10^{-5})^2 \, 0.637 \times 10^7$$

$$= 0.034 \ (m/s^2)$$

$$\frac{|-m\vec{a}_0|}{|m\vec{g}|} = \frac{0.034}{9.81} = 0.0035$$

¡ EFECTO DESPRECIABLE !

"FUERZA" CENTRÍFUGA $m(\vec{\omega}_0 \times \vec{r}\,') \times \vec{\omega}_0$



MAGNITUD DE $|\vec{F}_{CE}| = m\,\omega_0^2 R_G$

R_G : DISTANCIA DE LA PARTÍCULA AL EJE DE ROTACIÓN DEL SISTEMA

UN SIST. DE REFERENCIA LOCAL (x', y', z') SE UTILIZA PARA ANALIZAR EL MOVIMIENTO EN LA VECINDAD DEL ORIGEN DEL SIST.

SI $R_G = 1000$ km $(10^6\ m)$

$$|\vec{F}_{CE}| = m \cdot (7.27 \times 10^{-5})^2 \cdot 10^6$$

$$= \cancel{m\ 7.2} = 0.0053\ m$$

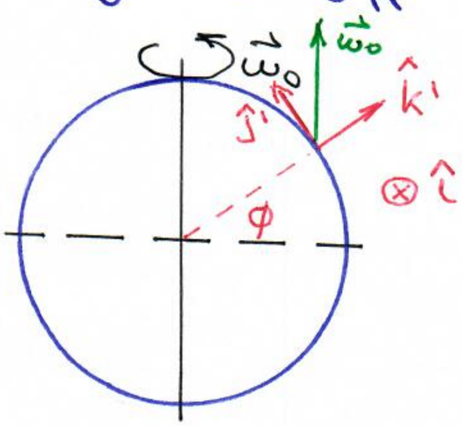
$$\frac{|\vec{F}_{CE}|}{|m\vec{g}|} = \frac{0.0053}{9.81} = 0.00054$$

PARA TODOS EFECTOS PRÁCTICOS $\vec{F}_{CE}$ ES DESPRECIABLE !!

"FUERZA" DE CORIOLIS : $2m\vec{v}'\times\vec{\omega}_0$ (4)

CASO PARTICULAR $\vec{v}'$ ES HORIZONTAL

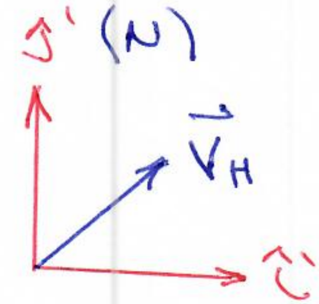
$\vec{v}' = \vec{v}_H$



ϕ : LATITUD

$$\vec{\omega}_0 = \omega_0\cos\phi\,\hat{j}' + \omega_0\sin\phi\,\hat{k}'$$

$$\vec{F}_{co} = 2m\,\vec{v}_H \times (\omega_0\cos\phi\,\hat{j}' + \omega_0\sin\phi\,\hat{k})$$



$\vec{V}_H \times \hat{j}$ APUNTA EN LA DIRECCIÓN DE $\hat{k}'$ (VERTICAL) O DE $-\hat{k}'$ O PUEDE ~~D.~~ SER NULA. PARA UNA DETERMINADA MAGNITUD DE $\vec{v}_H$ EL MÁXIMO EFECTO OCURRE CUANDO $\vec{V}_H$ ES HACIA EL ESTE O HACIA EL OESTE

EN ESE CASO LA COMPONENTE VERTICAL DE $\vec{F}_{co}$ ES: $2m v_H \omega_0 \cos\phi \; (\pm\hat{k}')$

ESA COMPONENTE DE $\vec{F}_{co}$ COMPITE CON $m\vec{g}$

★ EJEMPLO TREN A 300 km/h HACIA EL ESTE EN EL ECUADOR ($\phi = 0$)

$$\omega_0 = 7.27 \times 10^{-5} \text{ (rad/s)}$$

$$\frac{|\vec{F}_{co\,v}|}{|m\vec{g}|} = \frac{2 v_H \omega_0}{g}$$

$$v_H = \frac{300}{3.6} = 83.3$$

$$\frac{|\vec{F}_{co\,v}|}{|m\vec{g}|} = \frac{2 \cdot 83.3 \cdot 7.27 \times 10^{-5}}{9.81}$$

$$= 0.0012$$ ¡DESPRECIABLE!

EL "PESO" DEL TREN SOBRE LOS RIELES ES UN 0.12% MENOS CUANDO VIAJA HACIA EL ESTE Y UN 0,12% MAS CUANDO VA HACIA EL OESTE

★ "PESO" = Mg CORREGIDO POR EFECTO DE CORIOLIS

⑥

★ COMPONENTE HORIZONTAL DE LA FUERZA DE CORIOLIS EN ESTE CASO

$$\vec{F}_{co_H} = 2m\omega_0 \operatorname{sen}\phi \, \vec{v}_H \times \hat{k}'$$

$f : 2\omega_0 \operatorname{sen}\phi$ PARÁMETRO DE CORIOLIS

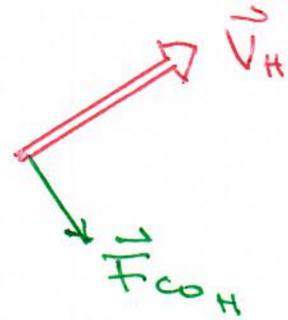
+ : H. NORTE

− : H. SUR

$$\vec{F}_{co_H} = m f \, \vec{v}_H \times \hat{k}'$$

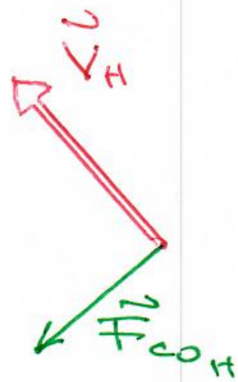
H. N

$(f>0)$



H. S.

$(f<0)$



CASO PARTICULAR

★ MOVIMIENTO HORIZONTAL SÓLO BAJO LA ACCIÓN DE LA FUERZA DE CORIOLIS

$$\cancel{m}\vec{a}' = \cancel{m} f \, \vec{v}_H \times \hat{k}'$$

$$\vec{a}' = f \, \vec{v}' \times \hat{k}' \qquad \vec{a}' \perp \vec{v}'$$

RECORDANDO SIST. DE COORD. NATURALES

$$v = \dot{s}\,\hat{t} \qquad a = \ddot{s}\,\hat{t} + \frac{\dot{s}^2}{R}\,\hat{n}$$

COMO $\vec{a}' \perp \vec{v}' \rightarrow \vec{a}'$ NO TIENE COMPONENTE SEGÚN $\hat{t}$

$\therefore \ \ddot{s} = 0 \rightarrow \dfrac{d\dot{s}}{dt} = 0$ v' SE MANTIENE CONSTANTE !!

$$\therefore |\vec{a}'| = |f||\vec{v}'| = \frac{v'^2}{R}$$

DESPRECIANDO CAMBIO LATITUDINAL DE f COMO v' ES CONSTANTE

$\therefore \ R = \dfrac{v'}{|f|}$ ES CONSTANTE (MOV. CIRCULAR)

EJEMPLO

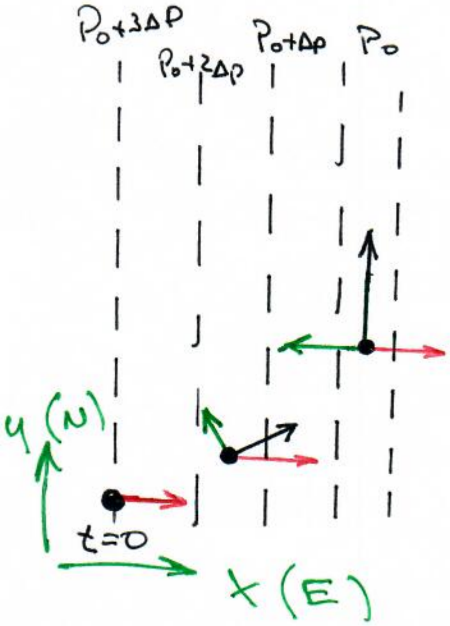
SUPERFICIE HORIZONTAL IDEAL SIN ROCE EN LA SERENA ($\phi = -30°S$)

$$f = 2\omega_0 \operatorname{Sen}\phi = -2\omega_0 \cdot \frac{1}{2} = -\omega_0$$

SE LANZA SOBRE LA SUPERFICIE UNA PARTÍCULA DE MASA m CON VELOCIDAD $|\vec{V}_0| = 1\ m/s$

$$\underline{R} = \frac{1}{7.27 \times 10^{-5}} = 0.14 \times 10^{5}\ m = \underline{14\ km}$$

EFECTO DE CORIOLIS SOBRE EL MOVIMIENTO HORIZONTAL DE LA ATMÓSFERA.



SUPONGAMOS QUE EN UN CIERTO NIVEL DE LA ATMÓSFERA LA PRESIÓN AUMENTA HACIA EL OESTE

FLECHA NEGRA : VELOCIDAD

FLECHA ROJA : FUERZA DE GRADIENTE DE PRESIÓN

FLECHA VERDE : "FUERZA" DE CORIOLIS

CUANDO LA FUERZA DE CORIOLIS BALANCEA LA FUERZA DE GRADIENTE DE PRESION SE ALCANZA UN EQUILIBRIO Y LA PARCELA DE AIRE SIGUE MOVIÉNDOSE CON VELOCIDAD CONSTANTE EN FORMA PARALELA A LAS ISOBARAS.

<u>CONCLUSIÓN</u> : EL CAMPO DE PRESIÓN ATMOSFÉRICA (DISTRIBUCIÓN HORIZONTAL) PERMITE INFERIR CÓMO SE MUEVE LA ATMÓSFERA

★ EFECTO DE CORIOLIS EN LA DINÁMICA DEL OCÉANO

$t=0$

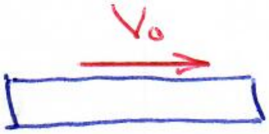
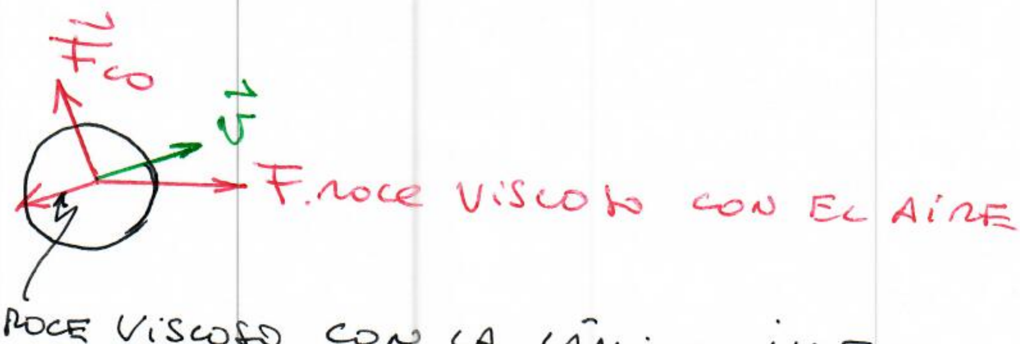


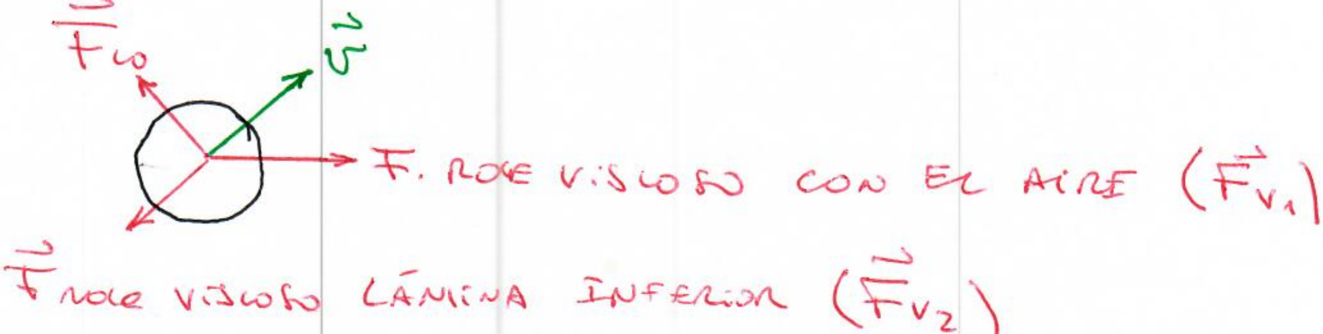
LÁMINA SUPERFICIAL INICIALMENTE EN REPOSO

ROCE VISCOSO GENERADO POR EL VIENTO PONE EN MOVIMIENTO LA LÁMINA

$t > 0$



SITUACIÓN DE EQUILIBRIO



$$\vec{F}_{v_1} + \vec{F}_{v_2} + \vec{F}_{co} = 0$$

★ LA CAPA OCEÁNICA SUPERFICIAL SE MUEVE FORMANDO UN ÁNGULO CON EL VIENTO SUPERFICIAL

DINÁMICA DE LA SEGUNDA LÁMINA OCEÁNICA

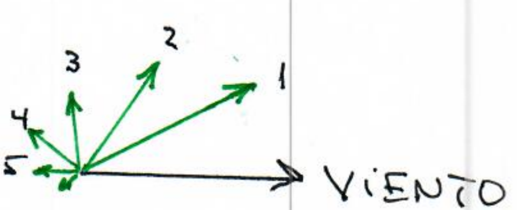
$\vec{F}_{r1}$: FUERZA DE ROCE VISCOSO DE LA PRIMERA LÁMINA SOBRE LA SEGUNDA (COINCIDE CON LA DIRECCIÓN DE LA VELOCIDAD DE LA 1ª LÁMINA

$\vec{F}_{r2}$: FUERZA DE ROCE VISCOSO QUE LA 3ª LÁMINA EJERCE SOBRE LA 2ª LAMINA

$\vec{F}_{co}$: FUERZA DE CORIOLIS

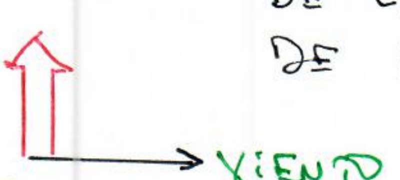
EN CONDICION DE EQUILIBRIO:

$$\vec{F}_{r1} + \vec{F}_{r2} + \vec{F}_{co} = 0$$



LAS FLECHAS INDICAN LA VELOCIDAD DE LAS LÁMINAS DE AGUA (1, 2, 3 ....)

ESPIRAL DE ECKMAN



TRANSPORTE NETO ES ⊥ AL VIENTO

★ MOVIMIENTO CUANDO LA ÚNICA FUERZA REAL ES $m\vec{g}$

$$m\vec{a}' = m\vec{g} + 2m\,\vec{v}'\times\vec{\omega}_0 \quad (*)$$

$$\frac{d\vec{v}'}{dt} = \vec{g} + 2\,\frac{d\vec{r}'}{dt}\times\vec{\omega}_0$$

$$d\vec{v}' = \underset{\substack{\uparrow\\ \text{CONSTANTE}}}{\vec{g}}\,dt + 2\,d\vec{r}'\times\underset{\substack{\uparrow\\ \text{CONSTANTE}}}{\vec{\omega}_0}$$

INTEGRANDO

$$\vec{v}' = \vec{v}_0' + \vec{g}t + 2(\vec{r}' - \vec{r}_0')\times\vec{\omega}_0$$

REEMPLAZANDO $\vec{v}'$ EN $(*)$

$$\vec{a}' = \vec{g} + 2\left(\vec{v}_0' + \vec{g}t + \underbrace{2(\vec{r}' - \vec{r}_0')\times\vec{\omega}_0}\right)\times\underbrace{\vec{\omega}_0}$$

$\propto \omega_0^2$ (SE DESPRECIA)

$$\frac{d\vec{v}'}{dt} = \vec{g} + 2\,\vec{v}_0'\times\vec{\omega}_0 + 2\,t\,\vec{g}\times\vec{\omega}_0$$

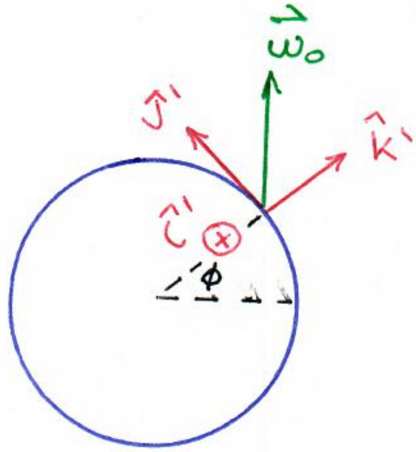
INTEGRANDO ...

$$\vec{v}' = \vec{v}_0' + (\vec{g} + 2\,\vec{v}_0'\times\vec{\omega}_0)t + \vec{g}\times\vec{\omega}_0\,t^2$$

INTEGRANDO NUEVAMENTE

$$\vec{r}\,' = \vec{r}_0\,' + \vec{v}_0\,' t + \frac{1}{2}\vec{g}\,t^2 +$$

$$+ \quad \vec{v}_0\,' \times \vec{\omega}_0\, t^2 + \frac{1}{3}\,\vec{g} \times \vec{\omega}_0\, t^3$$



$$\vec{\omega}_0 = \omega_0 \cos\phi\, \hat{\jmath}' + \omega_0 \operatorname{sen}\phi\, \hat{k}'$$

EJEMPLO: LANZAMIENTO VERTICAL $\vec{v}_0\,' = v_0 \hat{k}'$

ASUMIMOS $\vec{r}_0\,' = 0$

$$\vec{v}_0\,' \times \vec{\omega}_0 = v_0 \hat{k}' \times (\omega_0 \cos\phi\, \hat{\jmath}' + \omega_0 \operatorname{sen}\phi\, \hat{k}')$$

$$\vec{v}_0\,' \times \vec{\omega}_0 = -v_0 \omega_0 \cos\phi\, \hat{\imath}'$$

$$\vec{g} \times \vec{\omega}_0 = -g \hat{k}' \times (\omega_0 \cos\phi\, \hat{\jmath} + \omega_0 \operatorname{sen}\phi\, \hat{k}')$$

$$\vec{g} \times \vec{\omega}_0 = g\, \omega_0 \cos\phi\, \hat{\imath}'$$

$$(*)\quad \vec{r}\,' = \cancel{\vec{r}_0}\; v_0 \hat{k}'\, t - \frac{g t^2}{2} \hat{k} - v_0 \omega_0 \cos\phi\, \overset{t^2 \downarrow}{\hat{\imath}'}$$

$$+ \frac{1}{3}\, g\, \omega_0 \cos\phi\, t^3\, \hat{\imath}'$$

$$\vec{r}' = x'\hat{i}' + y'\hat{j}' + z'\hat{k}'$$

$\hat{j}'$) $y' \equiv 0$ (NO HAY COMPONENTE SEGÚN $\hat{j}'$ EN (*) PÁGINA ANTERIOR)

$\hat{k}'$) $z' = v_0 t - \frac{g t^2}{2}$

TIEMPO DE CAÍDA $z' = 0 \rightarrow t^* = \frac{2 v_0}{g}$

$\hat{i}'$) $x' = \frac{1}{3} g \omega_0 \cos\phi \, t^3 - v_0 \omega_0 \cos\phi \, t^2$

EN $t = t^*$

$$x' = \frac{1}{3} \cancel{g} \omega_0 \cos\phi \frac{8 v_0^3}{g^{\cancel{3}\,2}} - v_0 \omega_0 \cos\phi \frac{4 v_0^2}{g^2}$$

$$x'_{t=t^*} = \left(\frac{8}{3} - 4\right) \frac{v_0^3 \omega_0 \cos\phi}{g^2} = -\frac{4}{3} \frac{v_0^3 \omega_0 \cos\phi}{g^2}$$

¡CAE HACIA EL OESTE!

EJEMPLO

PROYECTIL DISPARADO VERTICALMENTE EN SANTIAGO ($\phi = 33°S$) $v_0 = 10^3$ m/s

x'_{FINAL} = 85 cm HACIA EL OESTE