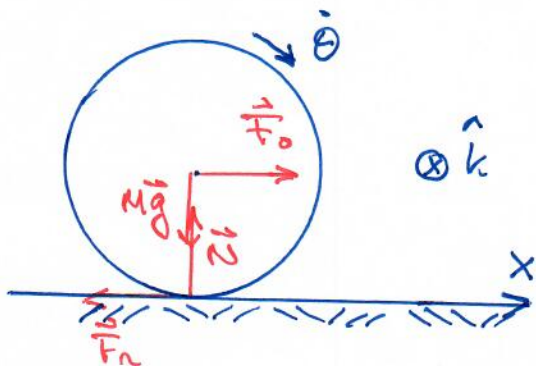


CUERPOS QUE RUEDAN

EC. MOV. C.M.

$$M \vec{a}_{cm} = \vec{F}_0 + \vec{F}_n$$

EC. MOV. ALREDEDOR DEL C.M.

$$I_{cm} \ddot{\theta} = \vec{\tau}_{cm}^{ext} \cdot \hat{k}$$

Si EL CUERPO RUEDA SIN RESBALAR

$$\Delta x = R \Delta \theta$$

R: RADIO DE ROTACIÓN

$$v_{cm} = R \dot{\theta}$$

$$\ddot{x}_{cm} = a_{cm} = R \ddot{\theta}$$

$$M \ddot{x}_{cm} = F_0 - F_n$$

$$I_{cm} \ddot{\theta} = F_n R$$

$$\left. \begin{aligned} M R \ddot{\theta} &= F_0 - F_n \\ I_{cm} \ddot{\theta} &= F_n R \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{MR}{I_{cm}} = \frac{F_0 - F_n}{F_n R}$$

$$MR^2 F_n = I_{cm} F_0 - I_{cm} F_n$$

$$\left| F_n = \frac{I_{cm}}{MR^2 + I_{cm}} F_0 \right| \leq N = Mg$$

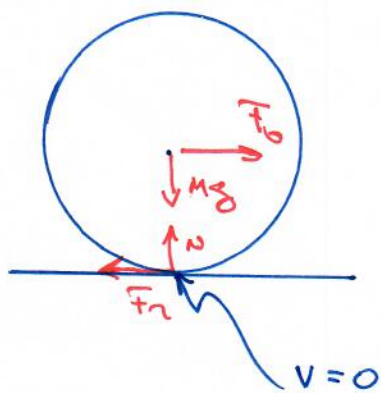
MÁX. FUERZA \vec{F}_0 ANTES QUE EL CUERPO

RESBALE

$$\left| F_{0 \text{ MAX}} = Mg \frac{MR^2 + I_{cm}}{I_{cm}} \right|$$

OTRA APROXIMACIÓN

2



INSTANTANEAMENTE EL CUERPO ESTÁ ROTANDO ALREDEDOR DE UN EJE EN REPOSO QUE PASA POR EL PUNTO DE APOYO

$$I_0 \ddot{\theta} = \vec{C}_0^{\text{ext}} \cdot \vec{k}$$

LA ÚNICA FUERZA QUE EJERCE UN TORQUE C/R AL PUNTO DE APOYO ES \vec{F}_0

$$I_0 \ddot{\theta} = F_0 R \rightarrow \text{STEINER} \rightarrow (MR^2 + I_{cm}) \ddot{\theta} = F_0 R \quad (1)$$

LA VELOCIDAD EN EL PUNTO SUPERIOR ES $2R\dot{\theta}$

" " " " CENTRO ES $R\dot{\theta}$

LA VELOCIDAD DEL PUNTO SUPERIOR C/R AL CENTRO = $R\dot{\theta}$

∴ LA VELOCIDAD ^{ANGULAR} DE GIRO DEL CUERPO C/R A UN EJE QUE PASA POR EL C.M. ES $\dot{\theta}$

∴ SI NO HAY RESBAMIENTO $\dot{x}_{cm} = R\dot{\theta}$

$$\dot{x}_{cm} = R\dot{\theta}$$

$$MR\ddot{\theta} = F_0 - F_r \quad (2)$$

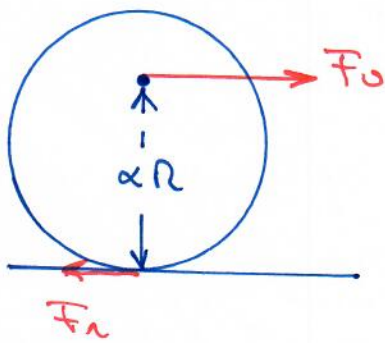
$$\frac{(1)}{(2)} \frac{(MR^2 + I_{cm})\ddot{\theta}}{MR\ddot{\theta}} = \frac{F_0 R}{F_0 - F_r} \rightarrow (MR^2 + I_{cm})(F_0 - F_r) = MR^2 F_0$$

$$\cancel{MR^2 F_0} - \cancel{MR^2 I_{cm}}$$

$$\cancel{MR^2 F_0} - MR^2 F_r + I_{cm} F_0 - I_{cm} F_r = \cancel{MR^2 F_0}$$

$$\boxed{F_r = \frac{I_{cm}}{MR^2 + I_{cm}} F_0}$$

(3)



$$I_0 \ddot{\theta} = \alpha R F_0$$

$$I_0 = I_{cm} + MR^2$$

$$F_0 - F_n = M \ddot{x}_{cm}$$

Si: El cuerpo rueda sin resbalar

$$\dot{x}_{cm} = R \dot{\theta} \rightarrow \ddot{x}_{cm} = R \ddot{\theta}$$

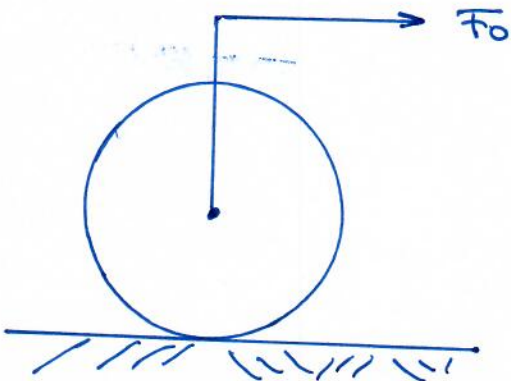
$$\frac{I_0 \ddot{\theta}}{MR \ddot{\theta}} = \frac{\alpha R F_0}{F_0 - F_n} \rightarrow F_n = \left(\frac{I_0 - \alpha MR^2}{I_0} \right) F_0$$

$$\therefore F_n = 0 \quad \text{Si} \quad \alpha = \frac{I_0}{MR^2}$$

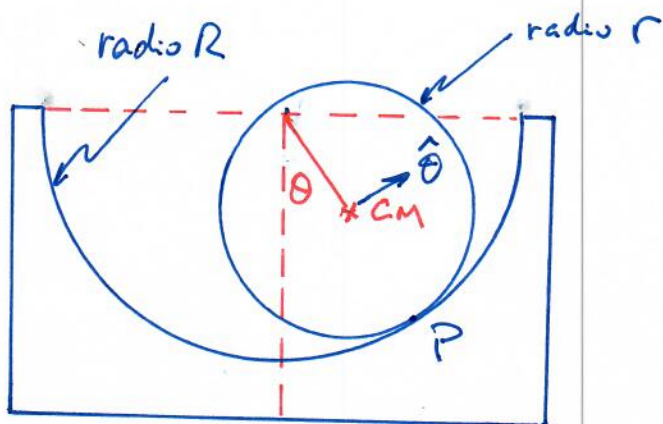
* EJ. CUERPO ES UN DISCO DE RADIO R

$$I_{cm} = \frac{1}{2} MR^2 \rightarrow I_0 = MR^2 + I_{cm}$$

$$I_0 = \frac{3}{2} MR^2 \rightarrow \boxed{\alpha = \frac{3}{2}}$$



EJEMPLO: RODILLO DE MASA M Y RADIO r RUEDA (4)



SIN RESBALAR SOBRE UNA SUPERFICIE CILÍNDRICA DE RADIO R .

* CALCULAR PERIODO DE PEQUEÑAS OSCILACIONES DEL RODILLO CUANDO SE LE PERTURBA DESDE SU POSICIÓN DE EQUILIBRIO

* FUERZAS: $\left\{ \begin{array}{l} \text{GRAVITACIONAL} \\ \text{NORMAL} \\ \text{ROCE ESTÁTICO} \end{array} \right\}$ NO HACEN TRABAJO

* SE CONSERVA LA ENERGÍA MECÁNICA TOTAL (E_0)

$$\frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \dot{\theta}^2 - Mg(R-r)\cos\theta = E_0$$

EL C.M. DESCRIBE UN CÍRCULO DE RADIO $(R-r)$

$$v_{CM} = (R-r) \dot{\theta}$$

* CONDICIÓN DE NO DESLIZAMIENTO EN EL PUNTO P

$$v_P = 0$$

$$\vec{v}_P = \vec{v}_{CM} + \vec{v}'$$

$$0 = (R-r) \dot{\theta} \hat{e} - r \dot{\phi} \hat{e}$$

$$\therefore \dot{\phi} = \frac{R-r}{r} \dot{\theta}$$

$$I_{CM} = \frac{1}{2} M r^2 \quad (\text{rodillo})$$

* EC. ENERGÍA

$$\frac{1}{2} M (R-r)^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} M r^2 \right) \left(\frac{R-r}{r} \right)^2 \dot{\theta}^2 - Mg(R-r)\cos\theta = E_0$$

DERIVANDO C/R AL TIEMPO...

$$(R-r)^2 \ddot{\theta} + \frac{1}{4} R^2 \left(\frac{R-r}{r} \right)^2 \ddot{\theta} + g(R-r) \sin \theta = 0$$

$$\left[(R-r)^2 + \frac{R^2}{4} \left(\frac{R-r}{r} \right)^2 \right] \ddot{\theta} + g(R-r) \sin \theta = 0$$

∴ θ ES PEQUEÑO... $\sin \theta \approx \theta$

$$[\cdot] \ddot{\theta} + g(R-r) \theta = 0 \quad \text{M.A.S}$$

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$$

$$\omega_0^2 = \frac{g(R-r)}{[\cdot]}$$

$$\text{Es: } r = \frac{R}{2} \quad [\cdot] = \frac{R^2}{2}$$

$$\omega_0^2 = \frac{g \frac{R}{2}}{\frac{R^2}{2}} = \frac{g}{R}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{g}{R}}$$