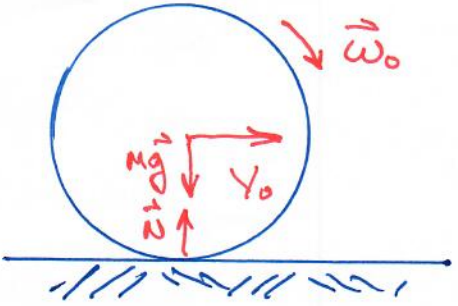


* EJ. ESFERA QUE RUEDA SOBRE UNA SUPERFICIE HORIZONTAL CON ROCE



C.I. ($t=0$)

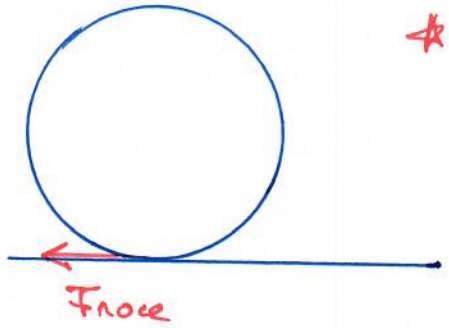
* EL CENTRO DE MASA SE MUEVE CON VELOCIDAD \vec{v}_0

* LA ESFERA ROTA CON VELOCIDAD ANGULAR $\vec{\omega}_0$ C/R AL CENTRO DE MASA

LA VELOCIDAD EN EL PUNTO DE CONTACTO (v_{pc})

$$v_{pc} = v_0 - \omega_0 R \quad (\text{Si } v_{pc} \neq 0 \text{ HAY F. ROCE})$$

a) $v_0 > \omega_0 R \quad v_{pc} > 0 \quad \vec{f}_{roce} = -\mu_c \vec{N} = -\mu_c Mg \hat{i}$



* EC. MOV. CENTRO DE MASA

~~$$\ddot{x}_{cm} = -\mu_c Mg$$~~

$$\dot{x}_{cm} = v_0 - \mu_c g t$$

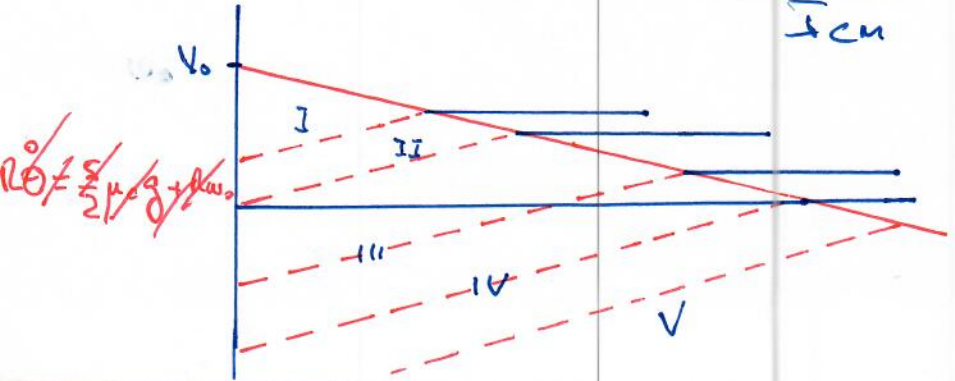
* EC. MOV. DE LA ROTACIÓN ALREDEDOR DE EJE HORIZONTAL QUE PASA POR EL C.M.

$$I_{cm} \ddot{\theta} = \mu_c Mg R$$

$$I_{cm} = \frac{2}{5} MR^2$$

$$\dot{\theta} = \frac{\mu_c Mg R}{I_{cm}} t + \omega_0$$

$$R\dot{\theta} = R\omega_0 + \frac{5}{2} \mu_c g t$$



EN ROJO (LÍNEA CONTINUA)
 v_{cm}
 EN ROJO (LÍNEA SEGMENTADA)
 $R\dot{\theta}$

Caso I : V_0 y $\omega_0 > 0$

V_{cm} DISMINUYE LINEALMENTE EN EL TIEMPO
 $\dot{\theta} = \omega$ AUMENTA LINEALMENTE EN EL TIEMPO

CUANDO $V_{cm} = R\dot{\theta}$ EL PUNTO DE CONTACTO
 ESTÁ EN REPOSO \Rightarrow NO HAY ROCE

\therefore LA ESFERA SIGUE MOVIÉNDOSE CON V. CTE

Caso II $V_0 > 0$ $\omega_0 = 0$

EL ROCE CINÉTICO HACE AUMENTAR
 LINEALMENTE $\dot{\theta}$ HASTA QUE $V_{cm} = R\dot{\theta}$

Caso III $V_0 > 0$ $\omega_0 < 0$

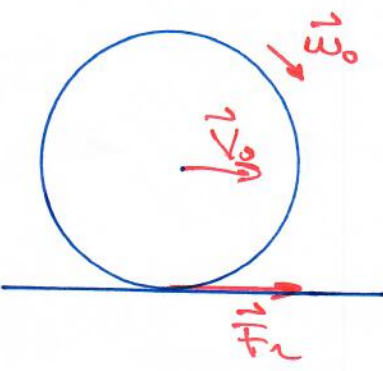
EL ROCE CINÉTICO DISMINUYE LA MAGNITUD
 DE $\dot{\theta} < 0$ HASTA ANULARLO. A PARTIR
 DE ESE INSTANTE SE REPRODUCE CASO II

Caso IV $V_0 > 0$ $\omega_0 < 0$

EN UN INSTANTE t^* $V_{cm} = 0$ $R\dot{\theta} = 0$
 SIMULTÁNEAMENTE, LA ESFERA SE DETIENE

Caso V $V_0 > 0$ $\omega_0 < 0$

EN UN CIERTO INSTANTE t^{**} $V_{cm} = 0$
 CON $\dot{\theta} < 0$. LA FUERZA DE ROCE
 IMPULSA LA ESFERA EN SENTIDO
 CONTRARIO HASTA QUE $V_{cm} = R\dot{\theta}$
 LA ESFERA SIGUE DESPLAZÁNDOSE CON
 V_{cm} CONSTANTE EN EL SENTIDO DE $-\hat{i}$



b) $v_0 < \omega_0 R$

$$\vec{F}_r = +\mu_c M g$$



$$v_{cm} = v_0 + \mu_c g t$$

$$R\dot{\theta} = R\omega_0 - \frac{5}{2}\mu_c g t$$

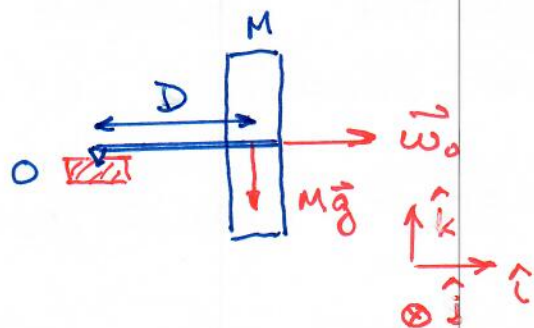
★ LA VELOCIDAD DEL C.M. AUMENTA LINEALMENTE CON EL TIEMPO.

★ LA VELOCIDAD DE ROTACIÓN $\dot{\theta}$ ALREDEDOR DEL C.M. DISMINUYE LINEALMENTE CON EL TIEMPO.

CUANDO $v_{cm} = R\dot{\theta}$ EL ROCE ES NULO (EL PUNTO DE CONTACTO ESTÁ EN REPOSO), Y LA ESFERA SIGUE MOVIÉNDOSE CON v_{cm} CONSTANTE

MOVIMIENTO DE PRECESIÓN

(9)



DISCO DE MASA M Y RADIO R
PUEDE GIRAR LIBREMENTE, MEDIANTE UN SIST. DE RODAMIENTOS, EN EL EXTREMO DE UNA BARRA DE MASA DESPRECIABLE

EN $t=0$ EL SISTEMA SE LIBERA CON EL DISCO ROTANDO CON VELOCIDAD ANGULAR $\vec{\omega}_0$

EL OTRO EXTREMO DE LA BARRA SE APOYA EN UN PUNTO FIJO "O" PUDIENDO ROTAR LIBREMENTE EN EL PLANO HORIZONTAL.

$$t=0 \quad \vec{L}_0 = I_0 \dot{\theta} \hat{k} \quad I_0 = \frac{1}{2} M R^2$$

NO HAY TORQUES QUE PUEDAN CAMBIAR $\dot{\theta} = \omega_0$
YA QUE LAS DOS FUERZAS QUE ACTÚAN LO HACEN SOBRE EL EJE DE ROTACIÓN

" \hat{k} " ES UN VECTOR UNITARIO SOL. DADO CON LA ESTRUCTURA, EN LA DIRECCIÓN DE LA BARRA

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{\tau}_{\text{ext}} = D \hat{k} \times (-Mg \hat{k}) = D Mg \hat{j}$$

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = I_0 \omega_0 \frac{d\hat{k}}{dt} = D Mg \hat{j}$$

$$\boxed{\frac{d\hat{k}}{dt} = \dot{\phi} \hat{j}}$$

$$\rightarrow \boxed{\dot{\phi} = \frac{D Mg}{I_0 \omega_0}}$$

VELOCIDAD ANGULAR DE PRECESIÓN