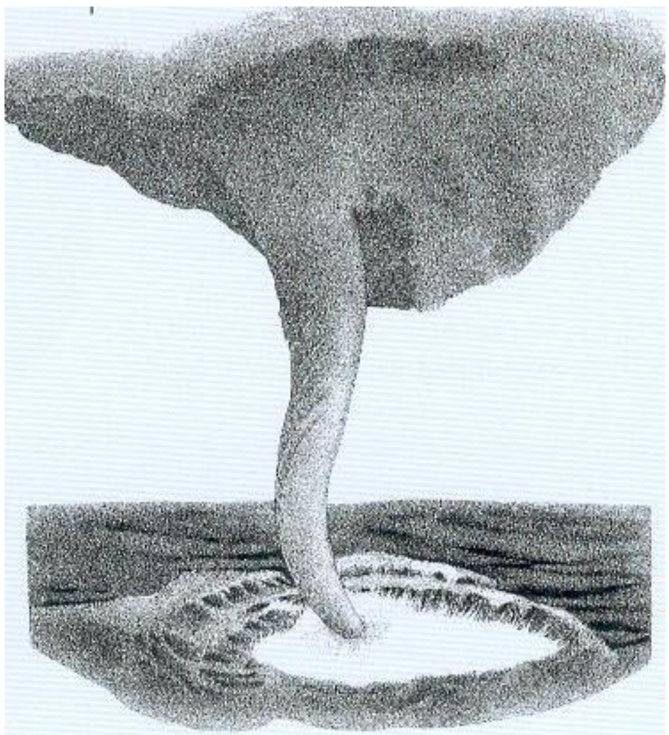
UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA

Curso: Mecánica (FI-21A)

Listado de ejercicios (parte B)



Patricio Aceituno y Francisco Brieva

RE-IMPRESION DE VERSION ORIGINAL PUBLICADA EN 1989

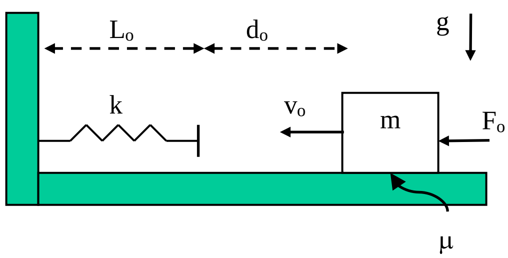
Marzo 2007

C: TRABAJO Y ENERGIA

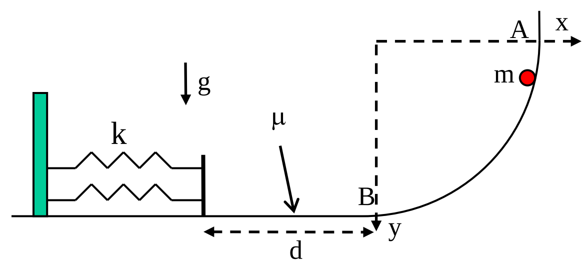
C.1.- Considere el movimiento de una partícula de masa *1 kg* que. se mueve bajo la acción de una fuerza especificada como $\vec{F} = x(y^2 + z^2)\hat{\imath} + y(x^2 + z^2)\hat{\jmath} + z(x^2 + y^2)\hat{k}$

a) calcule el trabajo realizado por la fuerza F entre *(0,0,0) y (1,1,1)*
b) ¿depende el trabajo de la trayectoria escogida?
c) con qué rapidez se mueve la partícula en *(1,1,1)* si en *(0,0,0)* fue lanzada con una velocidad inicial de $v_0=(-1,-1,-1)$
d) determine el trabajo para llevar a la partícula entre *(-1,-1,-1) y (1,1,1)*

C.2.- Considere que el bloque de masa m en la figura se desplaza hacia el resorte bajo la acción de una fuerza constante F_o. En el instante inicial el bloque se encuentra a una distancia d_o del extremo de un resorte de largo natural L_o y constante elástica k, y se mueve con una rapidez v_o. Si en el momento de máxima deformación la fuerza F_o deja de actuar, determine la posición final de la masa con respecto a la pared. El coeficiente de roce estático y dinámico entre la superficie y la masa es μ y la constante elástica del resorte es k.



(Prob. C.2)



(Prob. C.3)

C.3.- Una partícula de masa m desliza sin roce por una rampa cuya forma está definida por la ecuación

$$\left[\frac{x-a}{a}\right]^2 + \left[\frac{y-b}{b}\right]^2 = 1$$

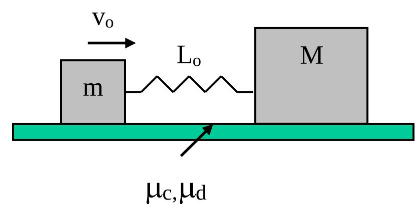
La partícula parte desde el reposo en el punto A y al alcanzar el punto B sigue deslizando sobre una superficie horizontal rugosa de largo d para finalmente chocar con la plataforma de masa despreciable que está fija a dos resortes, como se indica en la figura. Como resultado del impacto, la partícula se detiene cuando los resortes de comprimen una distancia δ. Considerando que la constante elástica de ambos resortes es k calcule el coeficiente de roce cinético que debe existir entre la partícula y la superficie horizontal.

C.4.- Se lanza una partícula de masa m verticalmente hacia arriba con una rapidez inicial v. Suponiendo que. sobre la partícula actúa una fuerza de roce viscoso $F_v= bv^2$ donde b es una constante y v es la rapidez de la partícula, calcule:

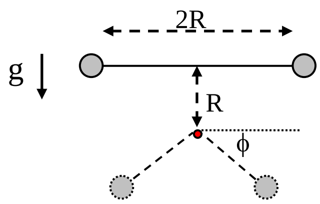
a) la rapidez de la partícula cuando vuelve al punto de partida.
b) el trabajo realizado por la fuerza de roce viscosa.

C.5.- En el instante representado en la figura, el bloque de masa M está detenido mientras que el bloque de masa masa m se está moviendo con una velocidad v_o hacia la derecha. Justo en este instante el resorte no está deformado. Los coeficientes de roce cinético y estático son μ_d y μ_c, respectivamente, y la constante elástica del resorte es k.

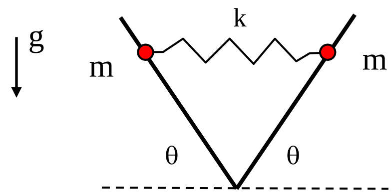
a) determine la comprensión máxima del resorte para que M no deslice
b) determine el valor máximo de la velocidad v_o si $M = 2m$,$\mu_d = 2\mu_c = 1$ y si M no desliza?



C.6.- Dos partículas de igual masa *m* están unidas entre sí por una cuerda ideal de largo *2R*. El sistema se suelta a partir del reposo con la cuerda en posición horizontal, estirada y sin tensión. En ese instante el tope T, fijo con respecto al suelo, se encuentra a una distancia *R* por debajo del punto medio de la cuerda. Se sabe que el tope puede soportar una fuerza máxima de *(7/2)mg*. Determine el ángulo ϕ en el instante que se rompe la cuerda.



(Prob. C.6)



(Prob. C.7)

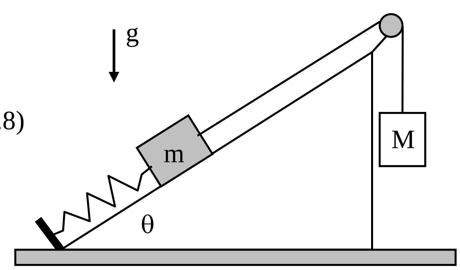
C.7.- Dos anillos de masa *m* cada uno, están unidos entre sí por un resorte de constante elástica *k*. Los anillos, deslizan con roce despreciable por sendas barras inclinadas en un ángulo θ con respecto a la horizontal. El sistema se suelta desde el reposo, en una posición donde el resorte no está deformado. Determine:

a) la posición de los anillos cuando el resorte alcanza la máxima compresión.
b) la rapidez máxima de los anillos y la posición en que la alcanzan.

C.8.- Un bloque de masa *m* se encuentra sobre un plano inclinado, sostenido por resorte y unido a otro bloque de masa *M* mediante una cuerda inextensible, en la forma como se indica en la figura. Inicialmente el sistema está en reposo con el resorte comprimido en δ_o. El roce entre el bloque de masa m y la superficie inclinada es despreciable. Determine:

a) el máximo desplazamiento del bloque de masa *m* cuando se libera el sistema.
b) determine bajo qué condiciones la cuerda se suelta, una vez que el sistema se libera.

(Prob. C.8)

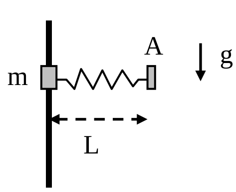


C.9.- Demuestre que el siguiente campo de fuerza es conservativo:

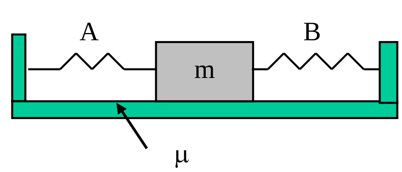
$$\vec{F} = x(y^2 + z^2)\hat{\imath} + y(x^2 + z^2)\hat{\jmath} + z(x^2 + y^2)\hat{k}$$

C.10.- Un anillo de masa *m* se desplaza con roce despreciable a lo largo de una barra vertical, como se indica en la figura. El anillo está sujeto a un resorte de constante elástica *k*, cuyo otro extremo se encuentra fijo en el punto A localizado a una distancia *L* de la barra, que corresponde al largo natural del resorte. Determine la rapidez del anillo en función de la altura sobre su posición inicial, bajo las siguientes condiciones iniciales:

a) el anillo se suelta desde el reposo, en una posición donde el resorte se encuentra horizontal.
b) el anillo se lanza hacia arriba desde la misma posición, pero con una rapidez inicial v_o.



(Prob. C.10)

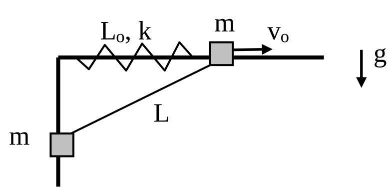


(Prob. C.11)

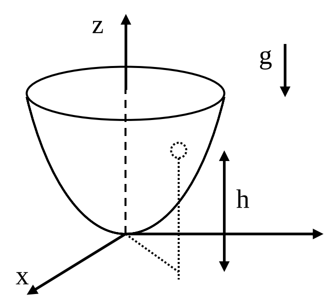
C.11.- El bloque de masa m indicado en la figura descansa sobre una superficie horizontal, con la cual tiene un coeficiente de roce cinético μ. En la posición indicada el resorte A está comprimido en δ_a mientras que el resorte B tiene un largo que excede en δ_b su largo natural. Las constantes elásticas de los resortes A y B son k_a y k_b, respectivamente. Si el sistema se libera desde el reposo en esa posición determine la velocidad máxima del bloque.

C.12.- Considere dos anillos de masa *m* cada uno, que deslizan con roce despreciable, uno por una barra horizontal (A_h) y el otro por una barra vertical (A_v) manteniéndose unidos por una cuerda de largo *L*. El anillo A_h está atado a un resorte de constante elástica *k* y largo natural L_o, como se indica en la figura. Estando el sistema en posición de equilibrio se impulsa el anillo A_h hacia la derecha con una velocidad inicial v_o.

a) pruebe que la suma de los trabajos que realizan las fuerzas de tensión de la cuerda sobre los dos anillos es nula.
b) utilizando conceptos de energía, determine la magnitud mínima de v_o para que el anillo A_v, suba hasta tocar la barra horizontal.
c) determine una ecuación diferencial para el ángulo que forma la cuerda con la vertical.
d) determine el periodo de pequeñas oscilaciones en torno al punto de equilibrio.



(Prob. C.12)

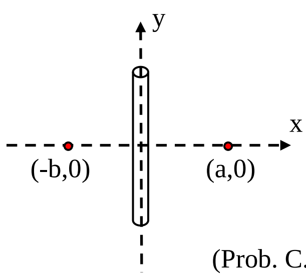


(Prob. C.13)

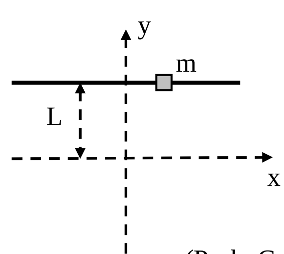
C.13.- Una partícula de masa *m* se mueve por el interior de un paraboloide de revolución descrito por la ecuación $z=a\,(x^2+y^2)$, bajo la acción del campo gravitatorio terrestre. Suponga que la partícula se encuentra inicialmente a una altura *h* sobre el punto más bajo del paraboloide y que se le da una velocidad inicial v_o en dirección horizontal, sobre la superficie de revolución. Determine las alturas máximas y mínimas que alcanza la partícula en su movimiento sobre el paraboloide.

C.14.- Considere que en el espacio bidimensional (x-y) definido en la figura existen dos puntos que generan fuerzas de atracción sobre una partícula de masa *m* que se mueve en dicho campo sólo bajo la atracción de dichas fuerzas (no hay gravedad). Los puntos de atracción están localizados en las posiciones (a,0) y (-b,0) y la fuerza de atracción que ejerce cada uno de ellos es proporcional a la distancia de la partícula al respectivo punto de atracción (la constante de proporcionalidad es *k*). (nota: a y b son valores positivos)

a) determine una expresión vectorial para la fuerza total que se ejerce sobre la partícula cuando ésta se encuentra en una posición cualquiera (x,y).
b) demuestre que la fuerza definida en a) es conservativa y encuentre una expresión para el campo de potencial V(x,y). Describa la forma de las superficies equipotenciales si a = b.
c) si a = 2b y la partícula es obligada a moverse por el interior de un tubo colocado en el eje y, determine la ecuación de movimiento y el periodo de las pequeñas oscilaciones alrededor del punto de equilibrio
d) demuestre que para cualquier moviento en las condiciones especificadas en c) la fuerza que el tubo ejerce sobre la partícula es constante.



(Prob. C.14)



(Prob. C.15)

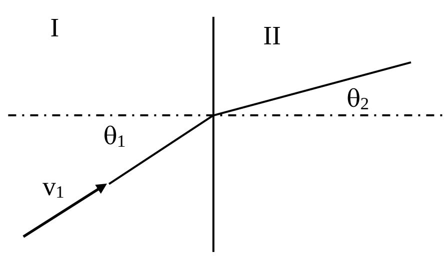
C.15.- Un anillo de masa *m* se mueve a lo largo de una barra lisa (roce despreciable) que pasa por los puntos (L,L) y (-L,L) en un sistema de coordenadas (x,y), bajo la acción de un campo de fuerzas definido del modo siguiente: $\mathbf{F} = -ax\,\mathbf{i} - ay\,\mathbf{j}$
donde (**i, j**) son los vectores unitarios en las direcciones x e y, respectivamente. La partícula se libera desde el reposo en la posición (L,L). Determine:

a) el trabajo realizado por la fuerza neta que actúa sobre el anillo, hasta que alcanza la posición (0,L).
b) la rapidez máxima que alcanza el anillo.
c) determine si existe un punto de equilibrio estable, y si lo hay, calcule el periodo de las pequeñas oscilaciones en torno a el.

C.16.- Considere un vehículo de masa m que se mueve a lo largo de un camino recto. Partiendo del reposo, el vehículo acelera impulsado por el motor que le imprime una fuerza constante F_o hacia adelante. Sobre el vehículo actua una fuerza de roce viscoso con el aire, que es proporcional a la velocidad ($\mathbf{F} = -k\,\mathbf{v}$). Determine:

a) el tiempo que demora el vehículo en alcanzar una velocidad v_o.
b) el trabajo realizado por la fuerza F_o hasta alcanzar esa velocidad.
c) la velocidad máxima que puede alcanzar el vehículo y el tiempo que tarda en alcanzarla.

C.17.- Considere el espacio dividido en dos zonas, I y II, en las cuales actúan fuerzas conservativas sobre una partícula de masa m. Estas fuerzas tienen asociados potenciales constantes V_1 y V_2 en las dos zonas. La partícula, que se mueve con una velocidad v_1 en la zona I, cambia de dirección al pasar a la zona II. Si trayectoria en la zona I forma un ángulo θ_1 con la normal al plano de separación entre ambas zonas, determine el ángulo θ_2 que la trayectoria forma con este plano, cuando pasa a la zona II.



(Prob. C.17)

D: FUERZAS CENTRALES Y MOVIMIENTOS PLANETARIOS

D.1.- Considere el movimiento de una partícula de masa m bajo la acción de una fuerza central del tipo

$$\vec{F} = -cr^n \hat{r} \qquad c>0$$

a) determine el período para pequeñas oscilaciones en torno a la órbita circular.
b) ¿cuál es el radio de esa órbita?
c) demuestre que las órbitas son estables para $n > -3$

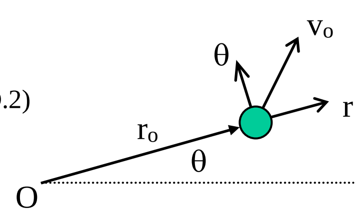
D.2.- Una partícula de masa *m* se mueve bajo la acción de un campo de fuerza definido como

$$\vec{F} = -\frac{k}{r^3}\hat{r}$$

La velocidad de la partícula es $\vec{v}_0 = v_1\hat{r} + v_2\hat{\theta}$, cuando se encuentra a una distancia r_o del centro de atracción.

a) calcule la energía potencial asociada a *F*
b) calcule la rapidez de la partícula en función de su distancia r al centro de atracción.
c) calcule el ángulo entre la velocidad y el radio vector cuando $r = r_o/2$

(Prob. D.2)



D.3.- Una partícula de masa *m* es atraida hacia un punto fijo con una fuerza que en componentes esféricas está definida como:

$$\vec{F}(r) = -12Eo\left[\frac{r_0^6}{r^7} - \frac{r_0^{12}}{r^{13}}\right]\hat{r}$$

donde E_o *y* r_o son constantes positivas. Si esta es la única fuerza que actúa sobre la partícula, determine:

a) rapidez mínima que debe tener la partícula cuando se encuentra a una distancia $r=r_o$ del punto de atracción para que logre escapar del campo de fuerza.
b) distancia máxima (o mínima) entre el punto de atracción y la partícula, si ésta se mueve a lo largo de la recta definida por ambas posiciones, de modo que pasa por el punto donde $r = r_o$ con la mitad de la rapidez especificada en a).

D.4.- Un satélite se encuentra en órbita circular alrededor de la Tierra a una altura h_o sobre la superficie. Calcule el incremento mínimo de velocidad del satélite para que escape del campo gravitacional terrestre.

D.5.- Una partícula de masa *m* está sometida a una fuerza de atracción definida como:

$$\vec{F}(r) = -\frac{k}{r}\hat{r}$$

a) encuentre una expresión para el potencial efectivo asociado a esa fuerza. Grafíquelo.
b) discuta los posibles movimientos de la partícula.
c) encuentre el radio y la rapidez correspondiente a la órbita circular.
d) calcule la frecuencia de las pequeñas oscilaciones radiales en torno a la órbita circular.

D.6.- Una nave espacial, con sus cohetes apagados, está describiendo una órbita circular de radio *R* alrededor del centro de la Tierra. Su capitán enciende los cohetes durante un tiempo muy breve, dando a la nave un impulso en la dirección tangencial al movimiento. Si el período orbital resultante es igual a *27/8* del periodo que tenía la nave en la órbita original, determine la rapidez de la nave cuando pasa por el punto en que se encuentra más alejada del centro de la tierra.

D.7.- Un satélite es colocado en órbita alrededor de la Tierra desde una altura de *600 kms* sobre la superficie con una velocidad inicial de *30.000 km/h* paralela a ésta. Asumiendo que el radio de la Tierra es *6378 km* y que su masa es de $5{,}976 \cdot 10^{24}$ *kg*, determine la excentricidad de la órbita resultante y la velocidad del satélite en su apogeo.

D.8.- Se lanza una partícula de masa m con una rapidez inicial v_o en una dirección tal que, de mantenerse el movimiento en línea recta, pasaría a una distancia b del origen de un campo de fuerza de repulsión definido como:

$$f(r) = \frac{cm}{r^2} \qquad\qquad c > 0$$

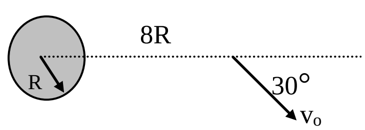
a) calcule la distancia r_{min} entre el centro del campo de fuerzas y la trayectoria de la masa.
b) sugiera una metodología para calcular el ángulo de dispersión α.

D.9.- Se coloca en órbita un satélite alrededor de la Tierra, con las condiciones iniciales siguientes (ver figura):

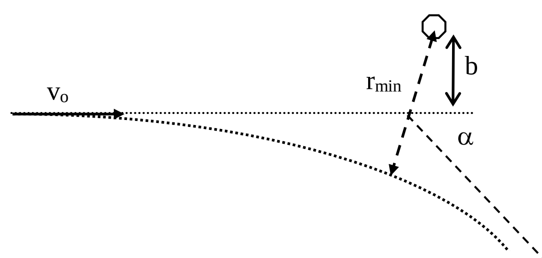
$$\rho_0 = 8R \qquad \theta = 30° \qquad v_0 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{GM}{8R}}$$

donde R y M son respectivamente el radio y la masa de la Tierra y G es la constante gravitacional, determine:

a) ecuación de la trayectoria $r = r(\theta)$
b) la excentricidad de la órbita resultante.
c) perigeo y apogeo
d) ¿choca el satélite con la Tierra?



(Prob. D.9)



(Prob. D.8)

D.10.- Un satélite se encuentra en órbita circular de radio 3R alrededor de la Tierra, donde R es el radio terrestre. La rapidez del satélite decrece bruscamente en Δv, dando lugar a una órbita elíptica que roza la superficie de la Tierra en un cierto punto. Determine:

a) magnitud de Δv
b) la ecuación de la trayectoria elíptica $\rho = \rho(\theta)$
c) la rapidez del satélite cuando pasa rozando la superficie de la Tierra (no considere el roce con la atmósfera)
d) el tiempo transcurrido desde que frena hasta que llega a la superficie de la Tierra.

D.11.- La distancia entre el centro de la Tierra y el centro de la Luna es igual a 60 veces el radio R de la Tierra, y la masa de la luna es 1/81 la masa M de la Tierra. El radio de la luna es 7/25 veces el radio de la Tierra. A partir de esta información, y suponiendo que la Tierra y la Luna están fijas,

a) determine la aceleración de gravedad en la superficie de la Luna, en función de la aceleración de gravedad en la superficie de la Tierra.

b) encuentre una expresión para la fuerza neta que se ejerce sobre una partícula de masa m que se mueve en línea recta entre el centro de la Tierra y el centro de la Luna, y una expresión para la energía potencial asociada. Grafique la función de energía potencial en función de la distancia r de la partícula al centro de la tierra.
c) si una partícula sale desde la superficie de la Tierra hacia la Luna con rapidez inicial v_o, determine con que. rapidez llega a la superficie lunar (si es que llega).

D.12.- Dos satélites, de masa m cada uno, están describiendo órbitas cerradas alrededor de la Tierra, moviéndose en un mismo plano y en el mismo sentido. El satélite 1 está describiendo una circunferencia de radio R y el satélite 2 una elipse tal que sus distancias mínima y máxima al centro de la Tierra son R y 8R, respectivamente. Si los dos satélites se acoplan en un choque inelástico de muy corta duración, cuando el satélite 2 está pasando a la distancia mínima de la Tierra, determine:

a) el cuociente entre la energía cinética del conjunto inmediatamente antes del choque y la energía cinética después del choque.
b) las características de la órbita del “satélite compuesto” resultante.

D.13.- El objetivo de este problema es deducir la ley de gravitación de Newton:

a) primera ley de Kepler “las órbitas de los planetas son elipses con el sol en uno de sus focos”, aceptando esto como hipótesis y que el sol ejerce una fuerza central, demuestre que $$F(r) = -\frac{k}{r^2}$$

(k > 0)

b) considere dos órbitas circulares y suponiendo válida la tercera ley de Kepler demuestre que la constante k es proporcional a la masa del planeta.

D.14.- Considere una partícula que se mueve bajo la acción de una fuerza central cuya magnitud es proporcional a su distancia al origen del campo de fuerza $(\mathbf{F} = -K\mathbf{r})$

a) analice si es posible que esta partícula escape de este campo de atracción.
b) determine el periodo orbital si la partícula se encuentra girando en una órbita circular a una distancia r_o del origen
c) si en la condición especificada en el punto anterior se da un pequeño impulso a la partícula en la dirección radial, determine el periodo de las pequeñas oscilaciones en torno a la órbita circular.
d) repita los cálculos anteriores, si la fuerza es del tipo $F = -F_o$ (constante).

D.15.-Una nave espacial se está moviendo con rapidez v_o en el momento que una fuerza de atracción empieza a actuar sobre ella, provocada por un objeto lejano no identificado. La fuerza está definida por la siguiente expresión $f(r) = -cm/(4r^3)$ donde r es la distancia al centro de atracción. Si la nave no fuera afectada por esta fuerza pasaría a una distancia D del centro de atracción:

a) determine la rapidez máxima que alcanza la nave.
b) determine la distancia mínima que alcanza al centro de atracción.

D.16.- Una partícula se mueve únicamente bajo la acción de una fuerza central cuyo potencial esta dado por la expresión $V(r) = mkr^3$, con k > 0.

a) determine la velocidad de la partícula si se mueve en una órbita circular de radio R.
b) si la partícula es desviada de su trayectoria como resultado de un pequeño impulso radial, determine el periodo de las pequeñas oscilaciones en la distancia al centro de atracción.

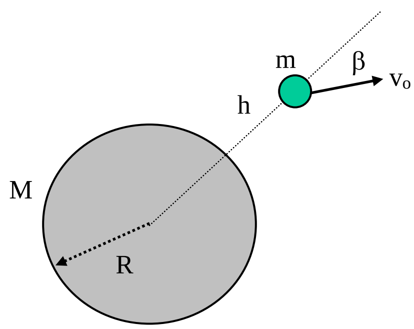
D.17.- Considere una cápsula espacial que describe una órbita circular de radio R_o moviéndose con rapidez v_o alrededor de un cuerpo no especificado. Súbitamente su cohete impulsor se enciende momentáneamente de modo que su velocidad aumenta hasta un valor αv_o, con $\alpha > 1$.

a) determine el máximo valor de α para que la cápsula no escape de la atracción gravitacional del cuerpo que la atrae.
b) demuestre que la distancia máxima alcanzada por la cápsula verifica la relación
$$R_{max}/R_o = \alpha^2 / (2-\alpha^2)$$

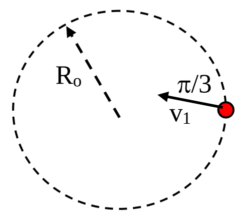
D.18.- Considere un satélite de masa m que órbita la Tierra con un periodo T

a) si la órbita es circular, encuentre expresiones para el radio de la órbita con respecto al centro de la Tierra (R_o) y la rapidez del movimiento (v_o). Especifique estos valores en términos del periodo T , del radio de la Tierra (R_T) y de la gravedad g en la superficie de la Tierra.
b) considere que el satélite orbita la Tierra con el mismo periodo anterior T, pero con una trayectoria elíptica de excentricidad e. Determine la distancia del satélite al centro de la Tierra en el perigeo y en el apogeo de la órbita. Entregue sus resultados en función de la excentricidad e de la órbita elíptica y del radio R_o de la órbita circular especificada en a)
c) para el caso especificado en b) determine la rapidez del satélite en el perigeo y en el apogeo, en términos de la excentricidad e de la órbita elíptica y de la rapidez v_o de la órbita circular especificada en a)

D.19.- Se coloca en órbita un satélite de modo que a una altura h sobre la superficie terrestre se le deja libre con una velocidad v_o en una dirección que forma un ángulo β con el vector de posición definido desde el centro de la Tierra. Encuentre la ecuación de la trayectoria en términos de los parámetros del problema, y también en función del radio de la Tierra R, de la constante gravitacional G y de la masa de la tierra M.



(Prob. D.19)



(Prob. D.20)

D.20.- Un satélite de masa m se encuentra en órbita circular de radio R_o, sometido a una fuerza central cuya función de energía potencial es $V(r) = -k/r$. En un cierto instante el satélite recibe un impacto que altera su velocidad (no su rapidez) en un ángulo $\pi/3$, como se indica en la figura.. Determine las distancias máxima y mínima al centro de atracción en la nueva órbita del satélite.

D.21.- Un satélite de masa m gira en una órbita circular a una distancia D del centro de la Tierra. En un cierto instante se da un impulso al satélite que resulta en un cambio δv en su velocidad.

a) suponiendo que el impulso se da en la dirección de movimiento del satélite determine la magnitud de δv para que el satélite escape de la atracción gravitacional terrestre.
b) repita el cálculo suponiendo que el impulso es radial
c) suponga de nuevo el impulso es tangencial (como en a) y que el satélite permanece en órbita elíptica. Determine los radios máximo y mínimo de la órbita resultante.

D.22.- Suponga que la Tierra (M_T) gira en torno al Sol (M_S) en una órbita circular de periodo T (365 días) por efecto gravitacional.

a) demuestre la tercera ley de Kepler, es decir que T^2 es proporcional a R_o^3, donde R_o es el radio de la órbita circular. Calcule explícitamente la constante de proporcionalidad.
b) suponga que se detiene abruptamente el movimiento de la Tierra alrededor del Sol. Calcule el tiempo que tardaría la Tierra en chocar con el Sol (desprecie el tamaño radial de ambos cuerpos). Exprese el resultado en función del periodo de la órbita circular T y evalúe explícitamente. ¿son minutos, días, meses ?

D.23.- Una partícula de masa m se encuentra a una distancia a de un centro de atracción gravitacional representado por una partícula de masa M, fija en el espacio. En el instante inicial, la partícula de masa m es impulsada con una velocidad v_o perpendicular a la recta entre las dos partículas. Determine:

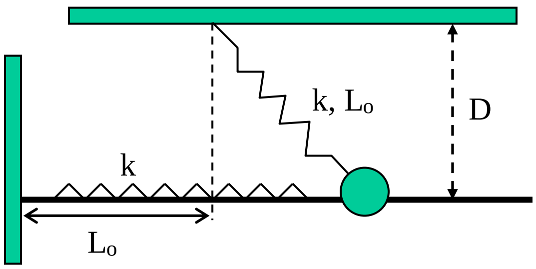
a) el valor mínimo de v_o para que la partícula escape del campo de atracción gravitacional.
b) determine el valor de v_o para que la partícula permanezca en una órbita circular.

----

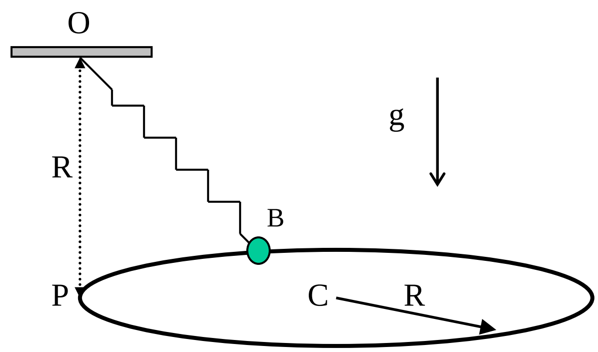
c) si la velocidad inicial es igual a la mitad de aquella calculada en el punto a), describa la trayectoria de la partícula y determine su distancia mínima al centro de atracción.

E: PEQUEÑAS OSCILACIONES ALREDEDOR DE POSICIONES DE EQUILIBRIO

E.1.- La esfera E de masa *m* desliza con roce despreciable por una barra rígida horizontal fija a la tierra. La esfera está unida a dos resortes que tienen la misma constante elástica *k* e igual largo natural L_o y cuyos otros extremos están fijo como se indica en la figura. Encuentre los puntos de equilibrio estables de la esfera, indicando las condiciones para que existan. Determine además los períodos de las pequeñas oscilaciones en torno a dichos puntos.



(Prob. E.1)

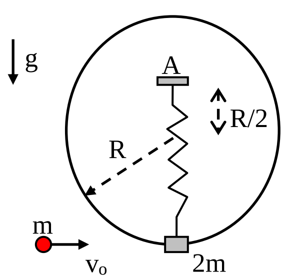


(Prob. E.2)

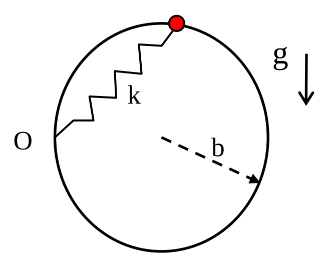
E.2.- Un anillo (B) de masa *m* desliza con roce despreciable a lo largo de un aro circular rígido de radio *R*, colocado en posición horizontal. El anillo está unido al extremo de un resorte ideal de constante elástica *k* y largo natural $L_o=3R$. El otro extremo del resorte está fijo en un punto O, ubicado verticalmente sobre el punto P del aro y a una distancia *R* de éste. Encuentre los puntos de equilibrio estable del sistema, y los períodos de las pequeñas oscilaciones alrededor de éstos.

E.3.- Una partícula de una masa *m* que se desplaza con una velocidad $v_0 = \sqrt{3gR}$ choca elásticamente con un anillo de masa *2m* que se encuentra en reposo sobre un aro de radio R. El anillo se encuentra atado a un resorte en la forma como se indica en la figura y desliza con roce despreciable a lo largo del aro colocado en posición vertical. El largo natural del resorte es *R*.

a) determine la constante elástica del resorte si como resultado del choque, el anillo sube por el aro hasta alcanzar una altura igual a la del punto A.
b) calcular la reacción normal del aro sobre el anillo y su aceleración tangencial cuando alcanza la altura máxima
c) ¿ está el anillo inicialmente en un equilibrio estable?



(Prob. E.3)

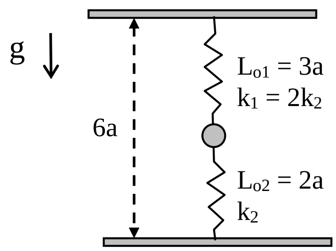


(Prob. E.4)

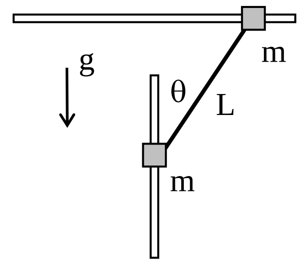
E.4.- El anillo de la figura puede deslizar sin roce por un aro vertical de radio *b* , unido a un resorte de constante elástica *k=mg/b* y largo natural despreciable, que se encuentra fijo al punto O del aro. Si el roce entre el anillo y el aro es despreciable determine:

a) posiciones de equilibrio y su naturaleza
b) período de las pequeñas oscilaciones alrededor de los puntos de equilibrio estable.

E.5.- Una partícula de masa *m* está sujeta por dos resortes diferentes de constantes elásticas k_1 *y* k_2, y largo natural L_{o1} y L_{o2}, tal como se indica en la figura. Estudiar las posiciones de equilibrio y la estabilidad correspondiente. Encontrar el período de las pequeñas oscilaciones verticales y el de las pequeñas oscilaciones horizontales.



(Prob. E.5)



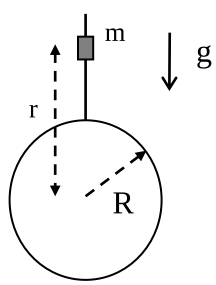
(Prob. E.6)

E.6.- Considere dos anillos de masa m cada uno, que deslizan sin roce a lo largo de una barra vertical y de otra barra horizontal, como se indica en la figura. Ambos están unidos por una cuerda ideal de largo L.

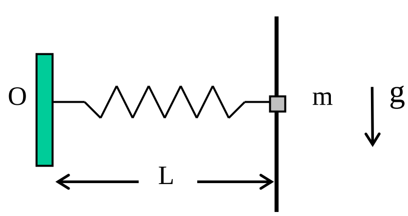
a) demuestre que la suma de los trabajos de las fuerzas de tensión que la cuerda ejerce sobre ambos anillos partículas es nula.
b) usando el principio de conservación de energía, encuentre la ecuación de movimiento para el ángulo θ de la figura.
c) encuentre el ángulo θ de equilibrio y el período de pequeñas oscilaciones del sistema en torno del punto de equilibrio estable.

E.7.- En el experimento que se describe en la figura, un anillo de masa m desliza con roce despreciable a lo largo de una barra vertical. La esfera colocada en el extremo inferior de la barra, cuyo radio es R, se encuentra cargada electrostáticamente, de modo tal que ejerce una fuerza de repulsión $F=k/r^2$ sobre el anillo. Suponga que $k/R^2 > mg$

a) determine la función de potencial asociada a la fuerza neta que actúa sobre el anillo, en función de su distancia al centro de la esfera, y grafíquela en forma esquemática.
b) determine los puntos de equilibrio para el movimiento vertical del anillo y el período de pequeñas oscilaciones alrededor de los puntos de equilibrio estable
c) determine desde que altura r_o sobre el centro de la esfera se debe liberar el anillo (desde el reposo) para que llegue con velocidad nula a la superficie de la esfera.



(Prob. E.7)



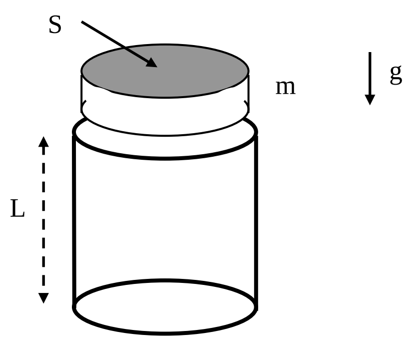
(Prob. E.8)

E.8.- Considere un anillo de masa m que desliza con roce despreciable a lo largo de una barra vertical. El anillo se encuentra atado a un resorte de largo natural despreciable, que está fijo en el punto 0 a una distancia L de la barra. El anillo se suelta desde el reposo, a una altura igual a la del punto O. Calcule:

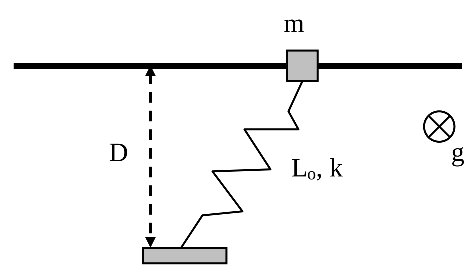
a) rapidez máxima del anillo.
b) puntos de equilibrio.
c) período de las pequeñas oscilaciones alrededor de cada punto de equilibrio estable.

E.9.- Considere un cilindro de sección transversal S, colocado en posición vertical y con su extremo inferior cerrado. En un cierto instante se deja caer un bloque cilíndrico de masa m, sección transversal S y velocidad inicial nula desde una altura L desde el fondo del tubo. En esta posición inicial, la presión en el interior del tubo es igual a la presión atmosférica p_a exterior. En la medida que el bloque comprime el aire en el interior del tubo la presión (p) aumenta de modo tal que el producto entre ésta y el volumen (V) de aire comprimido se mantiene constante (p V = cte). Calcule:

a) velocidad máxima que alcanza el bloque y a qué altura desde la base del tubo ocurre.
b) encuentre una ecuación (no la resuelva) que le permitiría calcular la altura mínima del bloque sobre la base del tubo, correspondiente a la máxima compresión en su interior.
c) calcule el periodo de las pequeñas oscilaciones del bloque alrededor del punto de equilibrio estable.



(Prob. E.9)

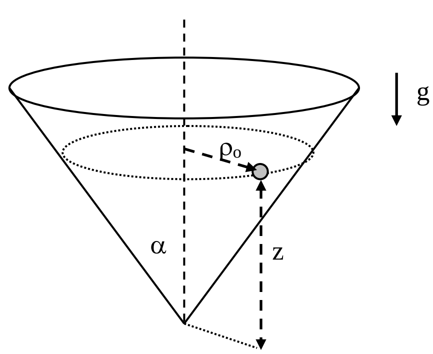


(Prob. E.10)

E.10 Considere un anillo de masa m que desliza con roce despreciable a lo largo de una barra colocada en posición horizontal. El anillo está atado a un resorte de largo natural L_o y de constante elástica k, cuyo otro extremo está fijo a un punto localizado a una distancia D de la barra. Dependiendo de los valores relativos entre Lo y D, determine la posición de los puntos de equilibrio y el periodo de las pequeñas oscilaciones en torno a los puntos de equilibrio estable.

E.11.- Una partícula de masa m desliza con roce despreciable sobre la superficie interior de un cono invertido como se indica en la figura. La generatriz del cono forma un ángulo α con la dirección vertical.

a) escriba las ecuaciones de movimiento de la partícula con respecto a un sistema fijo.
b) determine la distancia radial ρ_o en la cual la partícula se mantiene en un movimiento circular horizontal con rapidez v_o
c) perturbe ligeramente el movimiento anterior en la dirección de la generatriz del cono y determine el periodo de las pequeñas oscilaciones que se generan, ya sea en la altura z sobre el vértice del cono o en la distancia ρ al eje del mismo.

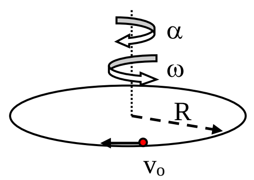


(Prob. E.11)

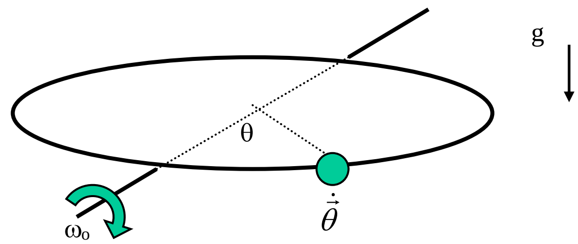
F: MOVIMIENTO RELATIVO

F.1.- Un cazador que apunta hacia un pájaro en vuelo inclina su fusil en un ángulo θ_o con respecto a la vertical mientras que gira en torno de un eje vertical con velocidad angular ω_o constante. Calcule la fuerza que el proyectil ejerce sobre el fusil, cuyo largo es L, cuando está a punto de salir del cañón con una velocidad v_o relativa a éste. Considere que la fuerza de roce es despreciable.

F.2.- Un bichito recorre el borde de un disco con una rapidez v_o constante, relativa al disco. En el instante indicado en la figura el disco gira con velocidad angular y aceleración angular ω *y* α , respectivamente. Determinar la velocidad y aceleración del bichito en ese instante, con respecto a un sistema de referencia inercial (sistema fijo externo al disco).



(Prob. F.2)



(Prob. F.3)

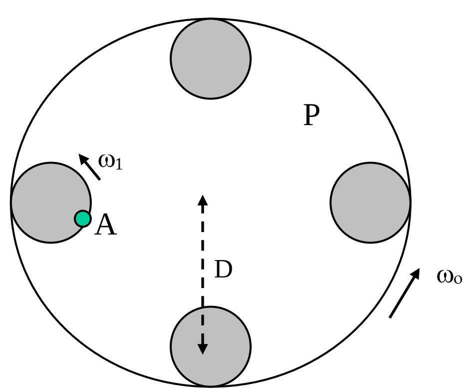
F.3.- Un anillo de masa *m* desliza con roce despreciable a lo largo de un aro circular de radio *R*, con una velocidad angular $\dot{\theta}_o$ constante, relativa a el. A su vez, el aro gira con una velocidad angular ω_o constante, alrededor de un eje horizontal que pasa por el centro del aro. Si cuando el aro está pasando por la posición horizontal el ángulo θ *es igual a* $\pi/4$ calcule para ese instante:

a) la velocidad y aceleración de la partícula con respecto a un sistema fijo externo.
b) la magnitud de la fuerza de interacción entre el aro y el anillo.

F.4.- Un péndulo simple de largo *L* cuelga en reposo en el interior de un vehículo al cual se le da repentinamente una aceleración horizontal constante $\boldsymbol{a}_o$.

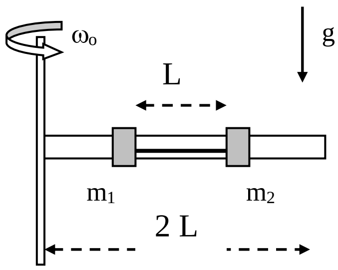
a) encuentre las ecuaciones de movimiento del péndulo, respecto de un sistema de coordenadas fijas al vehículo
b) suponiendo que a_o es pequeño respecto a la aceleración gravitacional g, resuelva las ecuaciones y describa el movimiento resultante.

F.5.- En un parque de diversiones se tiene una plataforma (P) que. gira con una velocidad angular constante ω_o en el sentido que se indica en la figura adjunta. Sobre la plataforma se encuentran 4 carros que. giran con una velocidad angular ω_1 relativa a la plataforma. .El centro de cada carro se encuentra a una distancia *D* del centro de la plataforma, y los pasajeros están sentados a una distancia *d* del centro del carro. Determine los valores máximos y mínimos de velocidad y aceleración que experimentan los pasajeros, con respecto a un sistema de referencia fijo y externo a la plataforma.

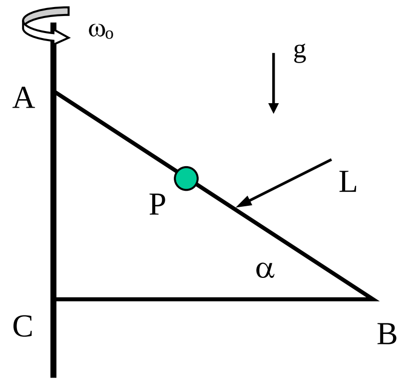


(Prob. F.5)

F.6.- Los anillos de masa m_1 *y* m_2 deslizan con roce despreciable a lo largo de una barra rígida horizontal de largo $2L$, unidos entre si por una cuerda inextensible de largo L. La barra está rotando con rapidez angular constante ω_o en torno a un eje vertical que pasa por uno de sus extremos. Si inicialmente el anillo de masa m_1 se encontraba en reposo en el punto en que. $x=0$, encuentre expresiones para la tensión de la cuerda y para la rapidez de los anillos respecto a la barra en el instante en que el anillo de masa m_2 llega al extremo de ésta.



(Prob. F.6)

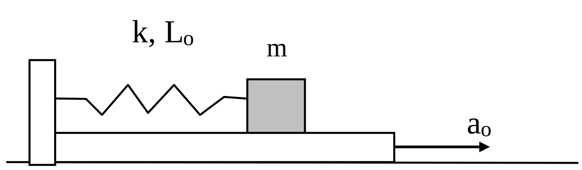


(Prob. F.7)

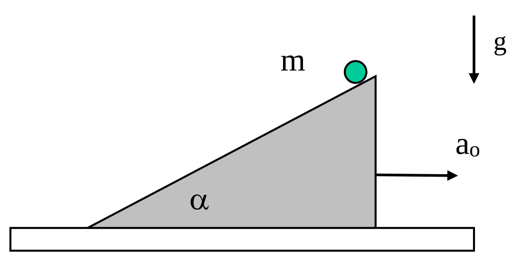
F.7.- Mientras que la escuadra ABC gira con velocidad angular constante ω_o. la partícula P describe un movimiento armónico simple relativo a la escuadra entre las posiciones A y B, con un período T. En t=0 la partícula se encuentra en B. Calcule la velocidad y aceleración de la partícula, con respecto a un sistema fijo externo, para el instante cuando $t=T/4$.

F.8.- El sistema que muestra la figura empieza a moverse desde el reposo con una aceleración constante a_o. El bloque de masa m, que puede deslizar con roce despreciable sobre la plataforma, se encuentra sujeto a un punto de la plataforma por un resorte de constante elástica k y largo natural L_o. En el momento que el sistema se empieza a mover el bloque está en reposo y el resorte no se encuentra deformado. Determine:

a) ecuación de movimiento para el bloque respecto de la plataforma.
b) encuentre la máxima compresión que alcanza el resorte.
c) determine si en el movimiento resultante el resorte en algún instante se estira más allá de su largo natural.



(Prob. F.8)



(Prob. F.9)

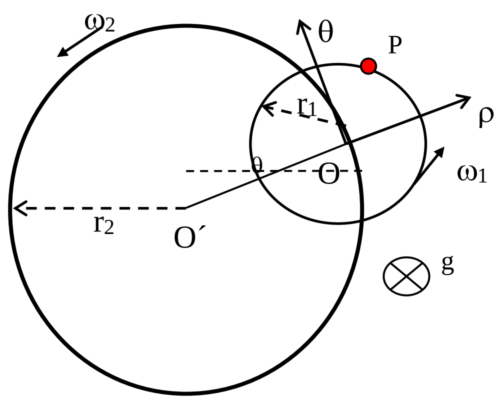
F.9.- Considere una cuña de forma triangular (ángulo α) que se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal. Sobre la cuña se coloca una partícula de masa m, la cual se mantiene en reposo debido al roce con la superficie de la cuña. En un cierto instante se imprime a la cuña una aceleración a_o hacia la derecha, de modo tal que la partícula se despega de su superficie.

a) determine el valor mínimo de a_o para que esto suceda.
b) describa el movimiento resultante de la partícula con respecto a la superficie y con respecto a la cuña.

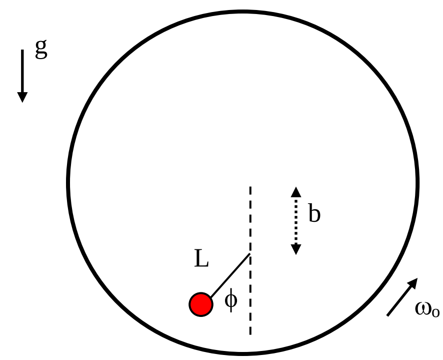
F.10.- Se dispara un proyectil verticalmente hacia arriba en el Ecuador. Si el proyectil alcanza una altura máxima h sobre el suelo, calcule la desviacion entre el punto de lanzamiento y el punto de caída, como función de h.

F.11.- Calcule la desviación horizontal de un proyectil disparado desde *45°* S hacia el sur, con un ángulo de elevación de *45°* y una rapidez inicial de *700 m/s*.

F.12.- En un parque de diversiones la plataforma sobre la cual va montada un carro gira con velocidad angular constante ω_2, en tanto que el carro C, cuyo eje está a una distancia r_2 del centro de la plataforma, gira con velocidad angular uniforme ω_1, respecto a ella. Exprese la velocidad de un pasajero (P), que va sentado en el carro a una distancia r_1 de su eje, respecto del sistema de referencia móvil definido por los vectores unitarios ρ y θ.



(Prob. F.12)

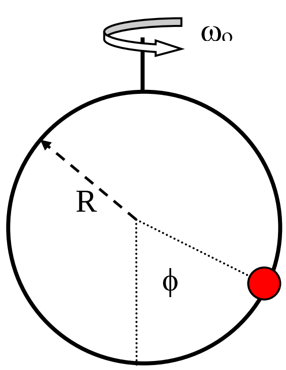


(Prob. F.13)

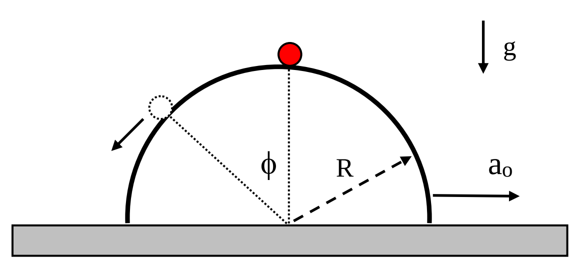
F.13.- La figura ilustra el llamado péndulo centrífugo. El disco está girando con una velocidad angular ω_o constante. En el punto a una distancia b del centro del disco se instala un péndulo simple de largo L, con una masa m en su extremo. Suponga que la fuerza gravitacional sobre la masa es despreciable frente a las fuerzas inerciales producto del movimiento del disco. Determine la ecuación de movimiento de la masa m con respecto al disco para ángulos ϕ pequeños.

F.14.- El anillo de masa m puede deslizar sin roce a lo largo del aro de radio R que. rota con velocidad angular constante ω_o en torno de un eje vertical como se indica en la figura.

a) determine la ecuación de movimiento del anillo, relativo al aro, expresando su posición en función del ángulo ϕ. El anillo se libera desde la posición donde $\phi=\pi/2$
b) suponga ahora que el anillo se encuentra en reposo en el punto mas bajo del aro $(\phi=0)$. Escriba de nuevo la ecuación de movimiento cuando se da un pequeño impulso al anillo (ϕ es pequeño). ¿Bajo que condiciones el anillo oscilará armónicamente?, ¿con qué periodo?



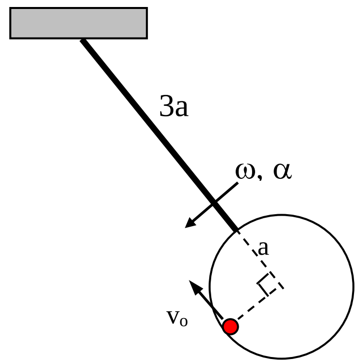
(Prob. F.14)



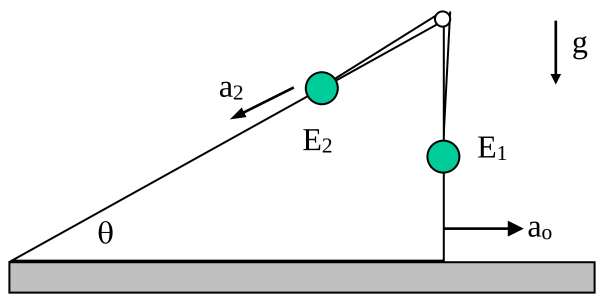
(Prob. F.15)

F.15.- Una partícula de masa *m* está apoyada en la parte más alta de un semi-cilindro de radio *R* que descansa sobre una superficie horizontal. El roce entre el bloque y el semicilindro es despreciable. Si se imprime al semi-cilindro una aceleración a_o constante hacia la derecha, partiendo desde el reposo, determine la posición de la partícula, relativa al semi-cilindro, en el instante cuando pierde contacto con el, y la distancia detrás del cilindro donde el bloque impacta la superficie horizontal.

F.16.- El disco de radio *a* está fijo a la barra OA, la cual en el instante indicado en la figura está girando en torno al eje horizontal que pasa por O con una velocidad angular ω y una aceleración angular α. Determine, para ese instante, la magnitud de la aceleración de una partícula P, con respecto a un sistema de referencia externo, si ésta se encuentra en la posición indicada, moviéndose en el borde exterior del disco con una velocidad v_o relativa a él.



(Prob. F.16)

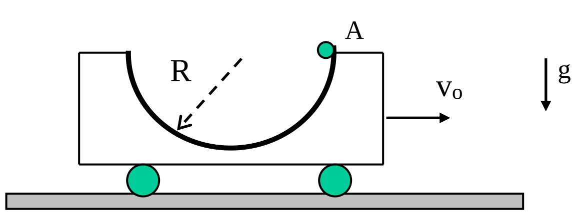


(Prob. F.17)

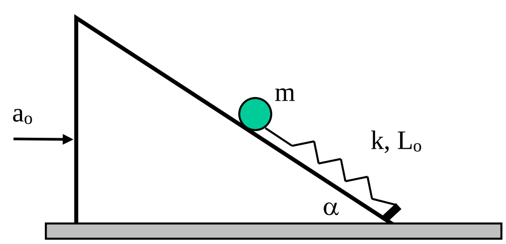
F.17.- Las esferitas E_1 y E_2 de masa *m y 2m* respectivamente, deslizan con roce despreciable por los lados de un marco triangular rígido colocado en forma vertical, como se indica en la figura. Las esferitas están unidas entre sí por una cuerda inextensible que pasa por el vértice superior del marco. Se verifica que cuando el marco tiene una aceleración a_o constante y horizontal como se indica en la figura, la aceleración a_2 de E_2 respecto del marco es hacia abajo y su magnitud es igual al doble de la aceleración (también hacia abajo) cuando el marco está en reposo. En estas condiciones encuentre una expresión para la magnitud de a_o en función de θ *y g*.

F.18.- El carro de la figura se desplaza con velocidad constante v_o sobre una superficie horizontal fija. Una partícula P de masa *m*, que se encuentra inicialmente en el punto A, en reposo relativo al carro, desliza con roce despreciable sobre la superficie semicilíndrica de radio *R*. Calcule el trabajo realizado por la fuerza de interacción entre el carro y la partícula desde el instante inicial hasta que pasa por el punto más bajo:

a) si se calcula con respecto a un sistema de referencia fijo al carro.
b) si se calcula con respecto a un sistema de referencia fijo a la superficie horizontal.



(Prob. F.18)



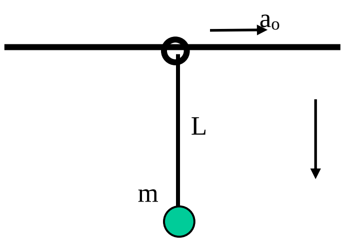
(Prob. F.19)

F.19.- El sistema de la figura se encuentra en reposo. El roce entre la partícula de masa *m* y la superficie inclinada es despreciable. Si en un cierto instante la cuña se mueve hacia la derecha con una aceleración a_o constante, determine:

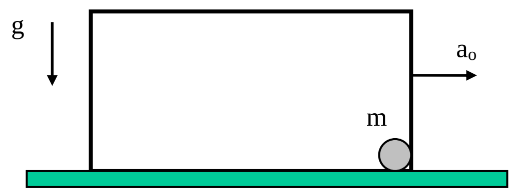
a) fuerza inicial de reacción de la superficie sobre la partícula.
b) periodo de las oscilaciones que experimenta el resorte
c) valor máximo de a_o del bloque para que el resorte se mantenga siempre comprimido.

F.20.- Considere un péndulo simple de largo L y masa m que cuelga de un anillo que se puede mover libremente a lo largo de una barra horizontal. Estando el péndulo en reposo se impulsa el anillo con una aceleración a_o constante a lo largo de la barra. Determine:

a) máxima desviación del péndulo con respecto a la vertical.
b) tensión máxima que experimenta la cuerda y el ángulo con respecto a la vertical donde ésta se alcanza.



(Prob. F.20)



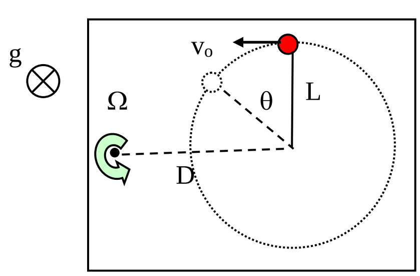
(Prob. F.21)

F.21.- Considere una partícula de masa m, colocada en el fondo de una caja de vidrio llena de aceite y cerrada por todas sus caras como se indica en la figura. Al desplazarse la partícula por el fondo de la caja sólo actúa la fuerza de roce viscoso con el aceite de acuerdo con la siguiente expresión: $\boldsymbol{F}_r = -cm\boldsymbol{v}`$, donde $\boldsymbol{v}`$ es la velocidad relativa a la caja y c es el coeficiente de viscosidad. En un cierto instante la caja empieza a moverse hacia la derecha con una aceleración constante $\boldsymbol{a}_o$. En ese momento la partícula se encuentra en el borde derecho de la caja. Determine en función del tiempo:

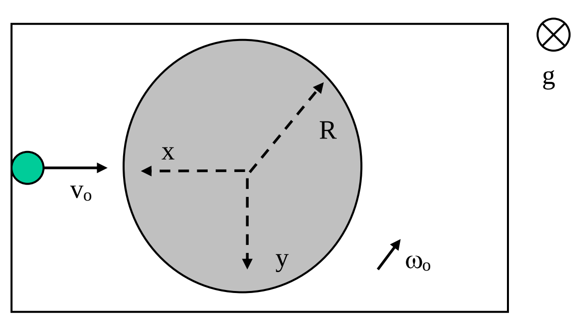
a) rapidez absoluta y relativa (respecto de la caja) de la partícula antes que llegue al otro extremo de la caja.
b) magnitud de la fuerza horizontal que se ejerce sobre la partícula.
c) desplazamiento absoluto de la partícula.

F.22.- Considere una plataforma horizontal lisa que gira alrededor de un eje vertical con velocidad angular constante Ω. A una distancia D del eje de rotación se ata una cuerda inextensible de largo L ($L<D$), cuyo otro extremo sostiene una partícula de masa m .Con la cuerda totalmente extendida, como se indica en la figura, se da un impulso v_o a la partícula en dirección perpendicular a la cuerda.

a) determine la ecuación de movimiento para θ
b) determine la magnitud mínima de v_o para que la partícula describa un movimiento circular completo alrededor del punto P de fijación de la cuerda.
c) en las condiciones descritas en b) evalúe la máxima tensión que experimenta la cuerda.



(Prob. F.22)

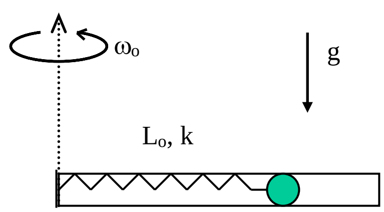


(Prob. F.23)

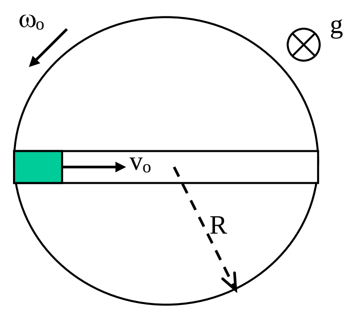
F.23.- Una partícula se mueve con rapidez constante v_o sobre un vidrio colocado en forma horizontal. Un disco de radio R gira con velocidad angular constante ω_0 por debajo del vidrio. El tiempo que tarda el disco en dar una vuelta es igual al tiempo que tarda la partícula en atravesar por encima de él, pasando por sobre su centro. Deduzca expresiones para el vector posición, la velocidad y la aceleración de la partícula con respecto a un sistema cartesiano solidario con el disco, y cuyo origen coincide con el centro del disco.

F.24.- Considere un tubo que gira con velocidad angular ω_0 constante en torno a un eje vertical, tal como se indica en la figura adjunta. En el interior del tubo se mueve con roce despreciable una partícula de masa m, atada al eje de rotación mediante un resorte de constante elástica k y largo natural L_o. Si la partícula se libera desde una posición donde el resorte no está deformado, determine:

a) ecuación de movimiento para la distancia ρ de la partícula al eje de rotación; ¿bajo qué condiciones el movimiento de la partícula relativo al tubo es armónico?
b) ¿se conserva la energía de la partícula en este movimiento? explique



(Prob. F.24)

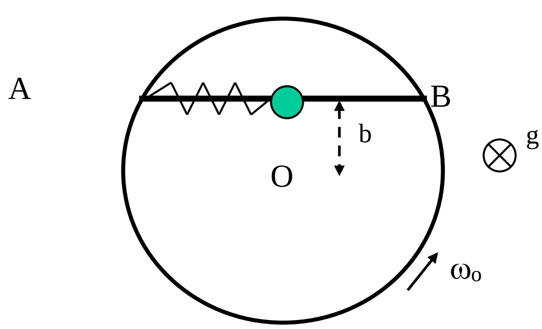


(Prob. F.25)

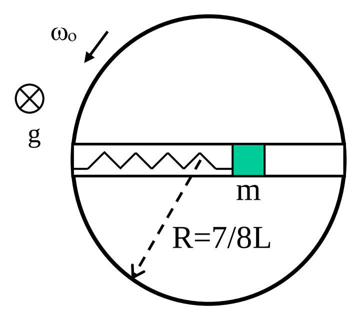
F.25.- Un disco de radio R rota con velocidad angular constante ω_0 con respecto a un eje vertical que pasa por su centro. Por el interior de una ranura que atraviesa el disco pasando por su centro desliza una partícula de masa m con roce despreciable.

a) determine la velocidad mínima v_o que hay que dar a la partícula (respecto al disco) para que una vez lanzada desde el extremo de la ranura llegue al otro extremo de la misma.
b) si la partícula se lanza con velocidad inicial $2v_o$, determine la magnitud de la fuerza que la pared de la ranura ejerce sobre la partícula cuando ésta pasa por el centro del disco?

F.26.- La plataforma circular de la figura gira con velocidad angular constante ω_o alrededor del eje vertical O. Un anillo de masa m se mueve con roce despreciable a lo largo de la barra AB que pasa a una distancia b del centro de la plataforma. El anillo está atado a un resorte de constante elástica k. En la posición indicada en la figura, el resorte tiene su largo natural. Analice los movimientos posibles, dependiendo de los valores de m, k y de la velocidad angular ω_o, cuando se saca el anillo de su posición de equilibrio.



(Prob. F.26)



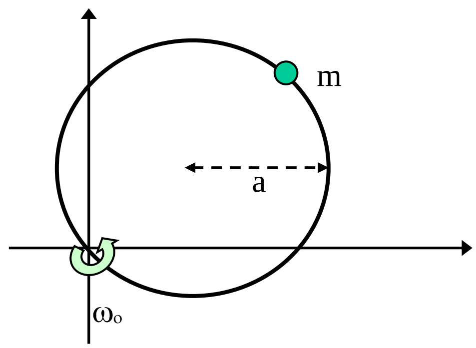
(Prob. F.27)

F.27.- El disco de radio R que se muestra en la figura gira con una velocidad ω_o constante alrededor de un eje vertical que pasa por su centro, en la dirección indicada por la flecha. El bloque de masa *m* puede deslizar sin roce por una ranura que pasa por el centro del disco, unida a un resorte de constante $k=2m\Omega^2$ y largo natural *L*. En el instante inicial el largo del resorte es 11/8 *L* y la masa se encuentra en reposo respecto del disco. El radio R del disco es igual a 7/8 de L.

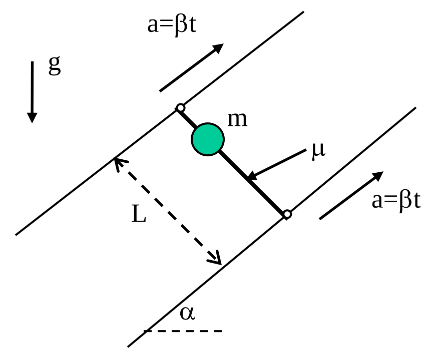
a) determine la ecuación de movimiento para la distancia x entre el bloque y el centro el punto central de la ranura.
b) calcule la fuerza horizontal que la ranura del disco ejerce sobre la masa, en función de la deformación del resorte.

F.28.- Un aro de radio *a*, gira con velocidad angular constante ω_o con respecto a un eje vertical que pasa por el punto A del aro. Un anillo de masa *m* puede moverse libremente (sin roce) sobre el aro.

a) encuentre la ecuación de movimiento del anillo con respecto a un sistema de referencia que gira en forma solidaria al aro.
b) encuentre los puntos de equilibrio para la partícula en el sistema móvil y determine el periodo de las pequeñas oscilaciones respecto al punto de equilibrio.



(Prob. F.28)

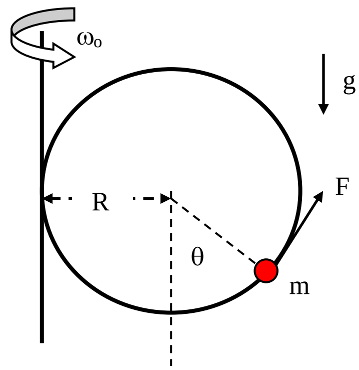


(Prob. F.29)

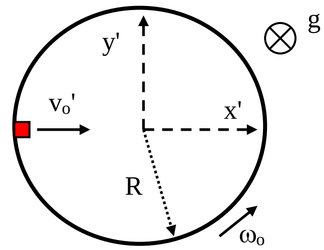
F.29.- Considere el sistema de dos rieles paralelos colocados en un plano vertical, fijos e inclinados en un ángulo α con respecto a la horizontal. El anillo de masa *m* se encuentra inicialmente en reposo en el extremo superior de la barra B de largo *L* que desliza a lo largo de los rieles. El coeficiente de roce estático y dinámico entre el anillo y la barra es μ . A partir de un cierto instante se imprime a la barra una aceleración uniformemente creciente $a=\beta t$ (t es el tiempo) de modo que desliza hacia arriba a lo largo de los rieles, partiendo del reposo. Analice el movimiento resultante del anillo y en particular calcule una relación entre m, g, L, μ, β y α. para que el anillo llegue al otro extremo de la barra.

F.30. Considere un aro de radio *R* que gira en un ambiente <u>sin gravedad</u>, con velocidad angular constante ω_o con respecto a un eje tangencial al aro, como se indica en la figura. Un anillo de masa *m* se mueve (sin roce) a partir del punto A, bajo la acción de una fuerza externa F tangencial al aro, de modo que su rapidez relativa al mismo es constante e igual a v_o. Determine, en función del ángulo θ:

a) rapidez del anillo con respecto a un sistema fijo externo.
b) expresión para la fuerza F
c) Expresión de la fuerza que el aro ejerce sobre el anillo.



(Prob. F.30)



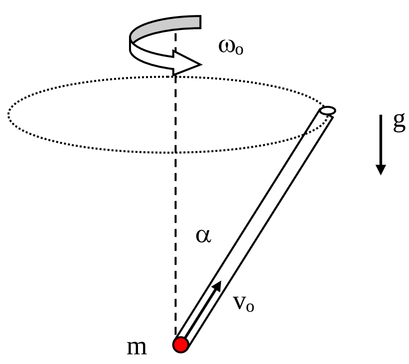
(Prob. F.31)

F.31.- Una plataforma circular de radio *R*, gira en un plano horizontal, con velocidad angular constante ω_o. Un observador colocado en el borde de la plataforma lanza un bloque de masa *m* en dirección hacia el centro del disco, con una rapidez $v_o' = \omega_o R$, relativa a la plataforma. El bloque desliza con roce despreciable sobre la plataforma. Determine:

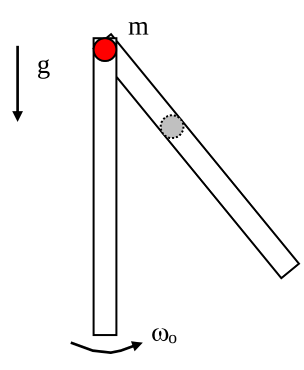
a) distancia mínima que pasa el bloque del centro del disco.
b) en el instante en que el bloque está pasando por la posición más cercana al centro del disco, determine la magnitud de su velocidad y de su aceleración en un sistema de coordenadas (x', y') que rota solidariamente con el disco y cuyo origen coincide con el centro de este (ver figura).

F.32.- Una partícula de masa *m* desliza con roce despreciable por el interior de un tubo que gira con velocidad angular constante ω_o alrededor de un eje vertical, formando un ángulo α con la vertical. En un cierto instante se lanza la partícula hacia arriba, desde la base del tubo con una velocidad v_o, relativa a el. Asumiendo que el tubo es muy largo, determine:

a) el valor mínimo de v_o para que las partículas se desplace hacia arriba en forma indefinida (independientemente del largo del tubo)
b) la distancia máxima que la partícula recorre por el interior del tubo, si la velocidad inicial v_o es inferior a la determinada en el punto a).
c) fuerza de reacción que el tubo ejerce sobre la partícula en función de su distancia al punto de partida.



(Prob. F.32)



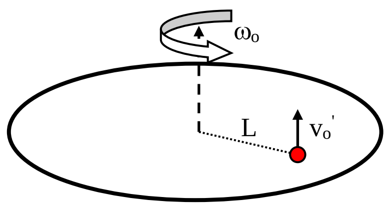
(Prob. F.33)

F.33.- Considere un tubo que gira con velocidad angular constante ω_o alrededor de un eje horizontal. Por su interior se puede desplazar con roce despreciable una partícula de masa m. Justo en el instante que el tubo va pasando por la posición vertical, con el eje en el extremo superior, se libera la partícula colocada en ese extremo (en el eje). Determine:

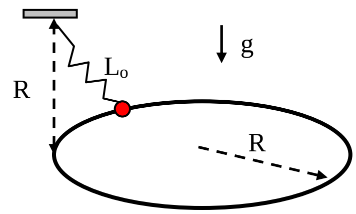
a) la distancia L recorrida por la partícula en el interior del tubo cuando éste alcanza la posición horizontal (suponga que aún no llega al otro extremo del tubo)
b) la energía mecánica que se entrega a la partícula desde que se libera hasta que el tubo alcanza la posición horizontal.

F.34.- Imagine una plataforma circular de radio muy grande, que gira con velocidad angular ω_o constante. Una persona, ubicada a una distancia L del centro de la plataforma, y en reposo con respecto a ella, lanza una moneda verticalmente hacia arriba, con una velocidad v_o' relativa a la plataforma.

a) escriba las ecuaciones de movimiento de la moneda para un sistema de coordenadas fijo a la plataforma.
b) determine a que distancia del observador cae la moneda.



(Prob. F.34)



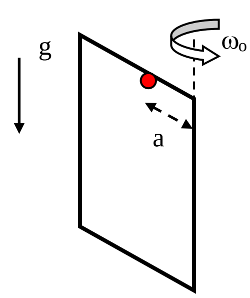
(Prob. F.35)

F.35.- Un anillo de masa m se desplaza con roce despreciable a lo largo de un aro de radio R colocado en posición horizontal. El anillo está atado a un resorte de constante elástica k, cuyo otro extremo se encuentra fijo en un punto situado a una distancia D = R sobre el borde del aro, como se indica en la figura. El largo natural del resorte es $L_o = R^{1/2}$. Determine:

a) los puntos de equilibrio estable e inestable.
b) el periodo de las pequeñas oscilaciones alrededor de los puntos de equilibrio estable.
c) velocidad que hay que dar al anillo en un punto de equilibrio estable para que alcance con velocidad nula un punto de equilibrio inestable.

F.36.- Una partícula de masa m cae con roce despreciable deslizando sobre una puerta que gira con velocidad angular constante ω_o. La partícula inicia su caida con una velocidad nula respecto de la puerta, desde el borde superior de la misma y a una distancia *a* de la misma. Determine:

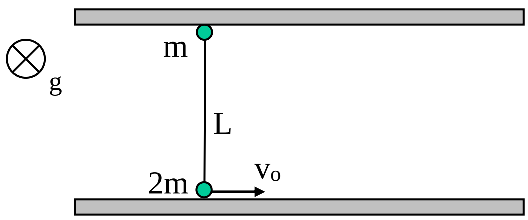
a) rapidez de la partícula respecto de la puerta en función de su posición sobre ella (elija el sistema de coordenadas que estime conveniente).
b) fuerza que la puerta ejerce sobre la partícula en función del tiempo o de su posición sobre ella.
c) ¿se conserva la energía mecánica total con respecto a un sistema de referencia inercial ? Justifique su repuesta.



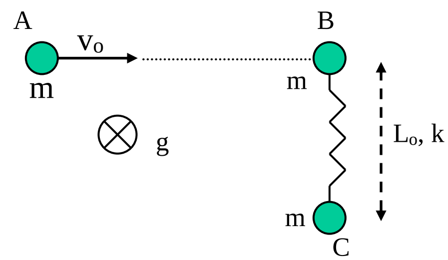
G. SISTEMAS DE PARTICULAS Y SOLIDOS

G.1.- Considere un sistema de dos partículas de masas *m y 2m*, respectivamente, unidas por una cuerda inextensible de largo L y colocadas sobre una superficie horizontal entre dos paredes paralelas, como se indica en la figura. El roce con la superficie es despreciable. Inicialmente la línea que. une a las dos partículas es perpendicular a las 2 paredes. Se da un impulso a la partícula de masa $2m$, de modo que su velocidad inicial es v_o paralela a las paredes, determine:

a) el tiempo que transcurre antes de que. alguna de las dos masas choque con una de las paredes
b) la tensión en la cuerda justo antes del impacto



(Prob. G.1)



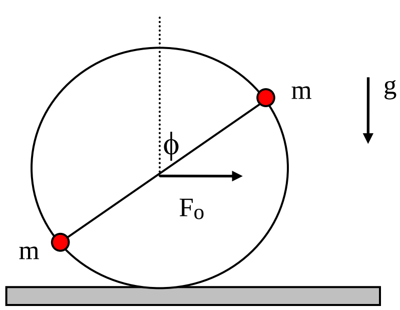
(Prob. G.2)

G.2.- Considere el sistema formado por tres partículas A, B y C todas de masa m, colocadas sobre una superficie horizontal, sobre la cual pueden deslizar con roce despreciable. Las masas B y C están en reposo, unidas entre sí por un resorte de constante elástica k y largo natural L_o. La partícula A choca con la partícula B a una velocidad v_o en la dirección indicada en la figura. Si las partículas A y B quedan unidas después del choque determine:

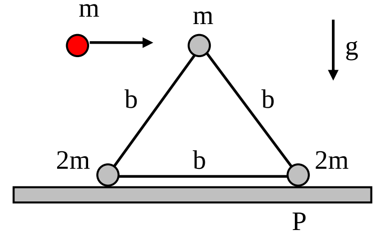
a) el movimiento resultante del centro de masa del sistema.
b) el ángulo de giro θ del sistema en función del largo del resorte L.
c) el estiramiento máximo del resorte.

G.3.- Dos partículas de igual masa m están pegadas en los extremos de una barra rígida, que corresponde al diámetro de un aro de radio R. La masa del aro y de la barra son despreciables, en comparación con la masa de ambas partículas. Inicialmente el sistema está en reposo, colocado sobre una superficie horizontal y con la barra en posición vertical. Suponga que sobre el punto medio de la barra se aplica una fuerza F_o constante, en dirección horizontal. En ese caso la aceleración resultante del centro de masa del sistema es a. Si el roce entre el aro y la superficie fuera nulo, la aceleración resultante del centro de masa sería $2a$. Con estas condiciones deduzca:

a) el valor de la aceleración angular de rotación del sistema ¿Qué distancia recorre el centro de masa cuando el aro completa exactamente una vuelta ?
b) la velocidad y aceleración de un punto P del aro en el momento que toma contacto con la superficie ¿qué condiciones debe cumplir el coeficiente de roce μ para que este movimiento sea posible?



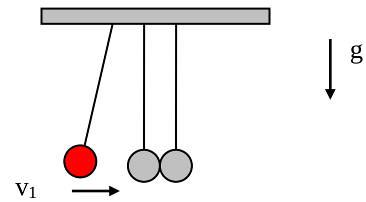
(Prob. G.3)



(Prob. G.4)

G.4.- Considere un conjunto de tres partículas de masas m, $2m$ y $2m$ formando un triángulo equilátero. Las partículas están unidas por barras de masa despreciable y largo b. Este sistema, inicialmente en reposo, es impactado por una cuarta partícula, de masa m, que se mueve en el instante del choque con una velocidad v_o horizontal. Por efecto del choque las dos partículas de masa m quedan pegadas y el sistema tiende a volcarse de forma tal que la partícula basal en el punto P no desliza debido al roce estático con la superficie. Determine el valor máximo de v_o para que el sistema no alcance a volcarse.

(Prob. G.4)



G.5.- Considere un sistema constituido por 3 esferas de masa m que están suspendidas por cuerdas de igual largo tal como se indica en la figura adjunta. Si la primera esfera se deja caer desde un cierto ángulo, de modo que golpea la segunda esfera con una rapidez v_1, encuentre la rapidez de la tercera esfera (v_3) inmediatamente luego de ser golpeada por la segunda. Asuma que el coeficiente de restitución en cada choque es ε. Generalice el resultado al choque consecutivo de <u>n</u> esferas.

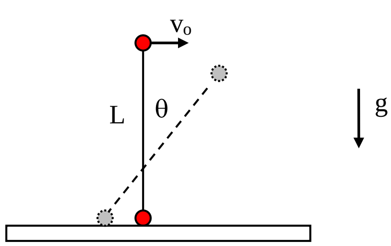
G.6.- Dos partículas de masa m_1 y m_2 se mueven de modo tal que su velocidad relativa es v y la velocidad de su centro de masas es V_{cm}. Demostrar que la energía cinética total es

$$K = \frac{1}{2} M V^2{}_{CM} + \frac{1}{2}\mu v^2$$

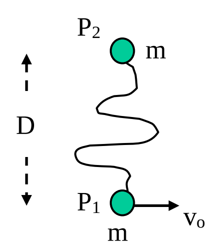
donde M es la masa total del sistema y μ es su masa reducida.

G.7.- Suponga que momento angular de la Luna alrededor de la Tierra es L. Encuentre el momento angular respecto al centro de masa del sistema constituido por la Tierra y la Luna. Las masas de la Tierra y de la Luna son M_T y M_L, respectivamente.

G.8.- El sistema de 2 partículas de masa m cada una mostrado en la figura está unido por una barra rígida de masa despreciable y largo L. Inicialmente la barra se encuentra en posición vertical y en reposo, con una de las partículas apoyada sobre una superficie horizontal con la cual tiene un roce despreciable. El sistema cae al darle una velocidad v_o a la partícula en el extremo superior de la barra. Encuentre una expresión para la magnitud de la fuerza que la superficie ejerce sobre la partícula que está en contacto con ella, en función del ángulo θ que la barra forma con la vertical.



(Prob. 8)



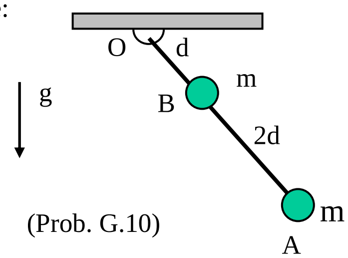
(Prob. 9)

G.9.- Las partículas P_1 y P_2, de igual masa m, deslizan con roce despreciable sobre una superficie horizontal fija. Las partículas están unidas entre sí por una cuerda inextensible de largo $2D$. En el instante inicial la partícula P_1 se encuentra en reposo a una distancia D de P_2, que se está moviendo con una velocidad v_o en una dirección perpendicular a la recta entre las dos partículas. Determine:

a) la rapidez angular de rotación de la cuerda una vez que se encuentra completamente estirada.
b) la variación de energía cinética que experimenta el sistema cuando se estira la cuerda.

G.10.- La barra OA de largo $3d$ y de masa despreciable gira sin roce en torno de un eje horizontal que pasa por su extremo superior. En la posición B y en el extremo A de la barra se encuentran fijas dos partículas, ambas de masa m. El sistema se libera desde el reposo cuando la barra está en posición horizontal. Para la posición en la cual la barra forma un ángulo θ con la horizontal determine:

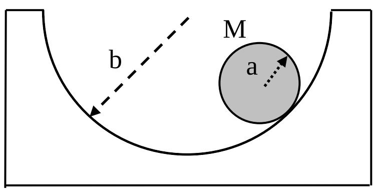
a) el momento angular del sistema en torno a O.
b) la velocidad angular de la barra.
c) la aceleración angular de la barra.
d) la fuerza que el eje ejerce sobre la barra



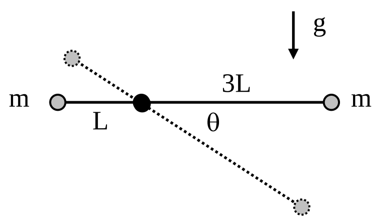
(Prob. G.10)

G.11.- Un disco homogéneo de radio a y masa M rueda sin resbalar sobre una superficie cilíndrica de eje horizontal y radio b.

a) escriba las ecuaciones de movimiento para el disco.
b) determine el periodo de las pequeñas oscilaciones en torno a la posición de equilibrio estable.



(Prob. G.11)



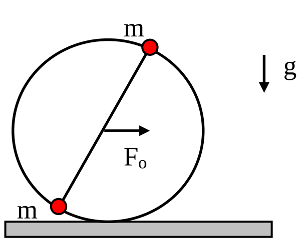
(Prob. G.12)

G.12- Considere un sistema de dos partículas, ambas de masa m, unidas por una barra de largo $4L$ y masa despreciable. La barra rota libremente alrededor de un eje horizontal colocado a una distancia L de uno de sus extremos, como se indica en la figura. El sistema se libera desde el reposo, con la barra colocada en posición horizontal. Determine expresiones para las siguientes variables, en función del ángulo θ que forma la barra con la horizontal:

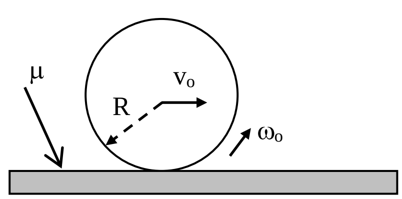
a) rapidez de la partícula que se encuentra a una distancia $3L$ del eje.
b) aceleración angular de la barra.
c) magnitud de la fuerza que se ejerce sobre el eje.

G.13.- Dos partículas de igual masa m están pegadas a un aro de radio R y masa despreciable y a los extremos de una barra rígida fija al aro y de masa también despreciable, cuya longitud coincide con el diámetro del aro. El sistema está inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal, con la barra en posición vertical. Al aplicar una fuerza F_o constante sobre el punto medio de la barra, en dirección horizontal, la aceleración resultante del centro de masa del sistema es a. Por otra parte se conoce que si el roce entre el aro y la superficie fuera nulo la aceleración resultante del centro de masa sería $2a$. Con esta información determine:

a) la aceleración angular ϕ que experimenta el sistema.
b) la distancia que recorre el centro de masa cuando el aro completa una vuelta.



(Prob. G.13)



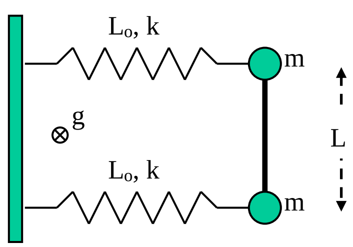
(Prob. G.14)

G.14.- Se presiona con un dedo una bolita de radio R y masa M, colocada sobre una superficie horizontal, de manera que esta sale proyectada a lo largo de una superficie horizontal con una velocidad lineal v_o y una velocidad angular ω_0 como se indica en la figura. El coeficiente de roce estático y cinético entre la bolita y la superficie es μ.. Determine:

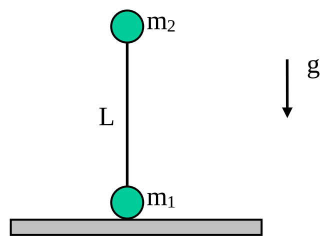
a) la relación que debe existir entre v_o ,R *y* w_o para que la bolita se detenga en algún momento.
b) que relación debe existir entre v_o ,R *y* ω_0 para que la bolita regrese al punto de partida con una velocidad igual a $v_o/3$

G.15.- Considere un sistema de dos partículas de masa m, unidas entre si por una barra rígida de largo $2L$ y masa despreciable. Las partículas se encuentran inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal con la cual no tienen roce, y están unidas a una pared por sendos resortes de largo natural L_o y constante elástica k, como se indica en la figura. Si a una de las dos partículas se le da un pequeño impulso en dirección perpendicular a la pared, determine:

a) ecuación de movimiento del centro de masa y el periodo de sus pequeñas oscilaciones.
b) ecuación de movimiento con respecto al centro de masa del sistema y el periodo de pequeñas oscilaciones del ángulo que forma la barra con la dirección paralela a la pared.



(Prob. G.15)

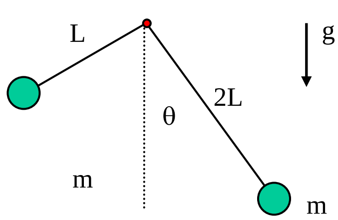


(Prob. G.16)

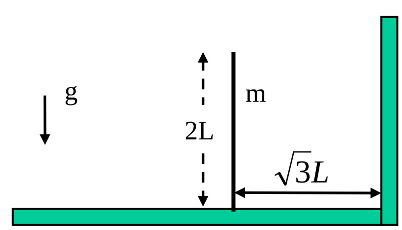
G.16.- Considere un sistema formado por dos partículas de masas m_1 *y* m_2 $(m_1<m_2)$ unidas por una barra de largo L de masa despreciable. El sistema se equilibra verticalmente sobre una superficie rugosa, que impide que m_1 resbale cuando la barra cae. Si la barra se saca ligeramente de su posición de equilibrio inestable, determine el ángulo que forma con la dirección vertical, cuando la partícula m_1 se despega del piso. Analice la relación que debe existir entre m_1 y m_2 para que esto ocurra.

G.17.-Considere un sistema de dos partículas de masa m cada una, unidas entre si por una barra rígida de masa despreciable y que se encuentra doblada en ángulo recto formando dos lados de largo L y $2L$. El sistema se puede girar libremente alrededor de un eje horizontal, en la forma indicada en la figura. Determine:

a) el ángulo θ para el cual el sistema se encuentra en equilibrio estable
b) la frecuencia angular de las pequeñas oscilaciones en torno a la posición de equilibrio estable.



(Prob. G.17)



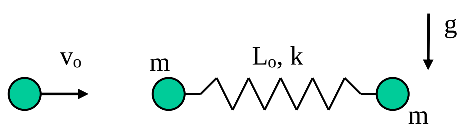
(Prob. G.18)

G.18.- Una barra delgada de largo $2L$ y masa m se encuentra equilibrada en posición vertical, apoyada sobre una superficie horizontal rugosa. Al hacer caer la barra mediante un pequeño impulso, el roce con la superficie hace que esta no deslice. Determine:

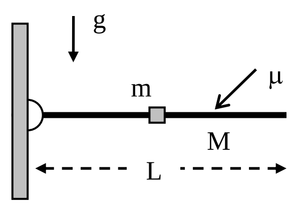
a) la velocidad del extremo de la barra cuando ésta golpea una pared vertical localizada a una distancia $\sqrt{3}L$ del extremo inferior.
b) la fuerza normal y de roce que la superficie horizontal ejerce sobre la barra justo antes del impacto.

G.19.- Considere un sistema de dos partículas de masa m unidas entre si por un resorte de largo natural L_o y constante elástica k. El sistema se encuentra inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal, con la cual tiene un roce despreciable. Una tercera partícula, también de masa m, choca con velocidad v_o con una de las partículas del sistema, moviéndose en dirección a lo largo del resorte, como se indica en la figura. Las dos partículas que chocan quedan unidas luego del impacto. Determine:

a) la velocidad del centro de masa del sistema formado por las tres partículas, después del choque.
b) la pérdida de energía mecánica durante el choque.
c) el periodo de oscilación del resorte en el movimiento resultante después del choque.
d) repita b) y c) considerando que el choque se produce en la dirección perpendicular al resorte.



(Prob. 19)



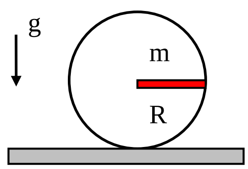
(Prob. 20)

G.20.- Una barra delgada de largo L y masa M puede girar sin roce sobre un eje horizontal colocado uno de sus extremos. En el punto medio de la barra se encuentra un anillo de masa m = 2M/3 que tiene un coeficiente de roce estático μ con la barra. Si el sistema se libera desde el reposo, con la barra en posición horizontal, se observa que el anillo comienza a deslizar cuando la barra forma un ángulo de $\pi/4$ con la horizontal. Determine:

a) momento de inercia del sistema con respecto al eje de rotación antes que el anillo empiece a deslizar.
b) velocidad y aceleración angular de la barra en el instante que el anillo empieza a deslizar.
c) fuerza que se ejerce sobre el punto de apoyo en ese instante.
d) valor del coeficiente de roce estático entre el anillo y la barra.

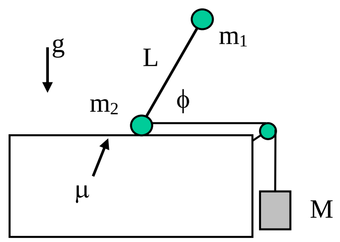
G.21.- Considere un aro de radio R y masa despreciable que tiene soldada una barra de masa m y largo R como se indica en la figura. El sistema se libera desde el reposo con la barra en posición horizontal.

a) determine la magnitud mínima que debe tener el coeficiente de roce estático entre el aro y la superficie para que el aro ruede sin resbalar desde la posición inicial.
b) estudie el movimiento si el roce con la superficie es nulo. Describa cualitativamente el movimiento del centro de masa de la barra. Calcule la velocidad angular máxima que experimenta el sistema.

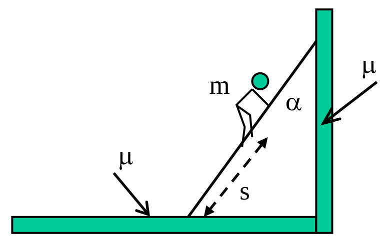


G.22.- El sistema indicado en la figura, constituido por dos partículas de masa m_1 y m_2 unidas por una barra rígida de largo L y masa despreciable, se mueve hacia la derecha manteniendo un ángulo ϕ constante con la horizontal, traccionado por una cuerda atada al bloque de masa M que cae libremente. El coeficiente de roce cinético entre m_2 y la superficie es μ. Determine:

a) la magnitud de M para que este movimiento sea posible.
b) la magnitud de la fuerza de interacción entre las dos masas, a través de la barra.



(Prob. G.22)

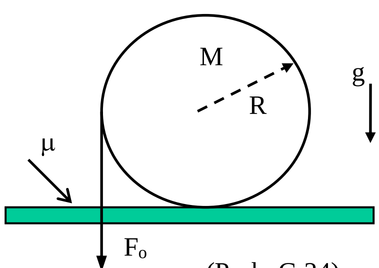


(Prob. G.23)

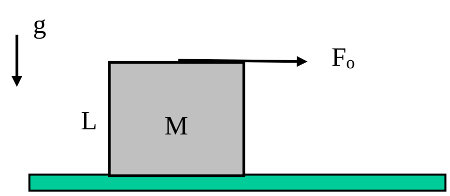
G.23.- Considere una escalera de masa M y largo L apoyada sobre una pared vertical, como se indica en la figura. En las superficies de contacto en los extremos de la escalera el coeficiente de roce estático es μ lo cual hace que ésta se mantenga en reposo en esa posición. Si una persona sube muy lentamente por esa escalera, determine hasta que altura puede hacerlo antes que la escalera empiece a deslizar.

G.24.- Un cilindro de radio R y masa M se encuentra apoyada en un par de rieles horizontales. En la superficie de contacto entre el cilindro y los rieles el coeficiente de roce estático es μ. El cilindro tiene enrollado un cordel de masa despreciable del cual se tira hacia abajo con una fuerza constante F_o lo cual hace que el cilindro ruede sin resbalar.

a) haga un diagrama de cuerpo libre que muestre todas las fuerzas que se ejercen sobre el cilindro.
b) determine las ecuaciones de movimiento para la rotación y la traslación del cilindro.
c) resuelva las ecuaciones anteriores. Determine en particular la aceleración del centro de masa y la fuerza de roce que actúa sobre el cilindro
d) determine la aceleración máxima del centro de masa.



(Prob. G.24)



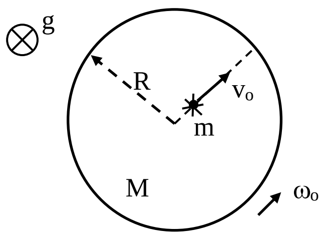
(Prob. G.25)

G.25.- Un cubo homogéneo de masa M y lado L desliza sin roce sobre una superficie horizontal, bajo la acción de una fuerza F_o constante horizontal que se aplica mediante una cuerda sujeta al centro de la cara superior del cubo. Determine:

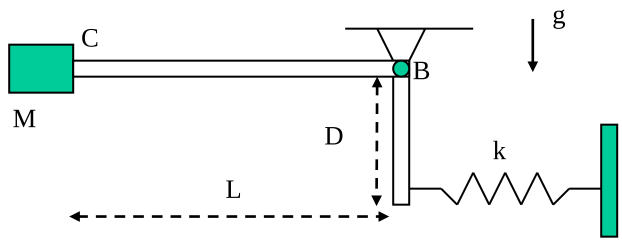
a) el máximo valor de F_o para que el bloque no se vuelque.
b) repita el cálculo de a) suponiendo que el coeficiente de roce cinético entre el cubo y la superficie es μ.

G.26.- Un disco sólido de radio R y masa M se encuentra girando con una velocidad angular ω_o alrededor de un eje vertical que pasa por su centro, con el cual tiene un roce despreciable. Un insecto de masa m que se encuentra inicialmente en el centro del disco camina radialmente hacia el borde con una velocidad constante v_o relativa al mismo. Determine:

a) la velocidad angular del disco en el instante que el insecto llega al borde
b) el número de vueltas que ha dado hasta ese momento.



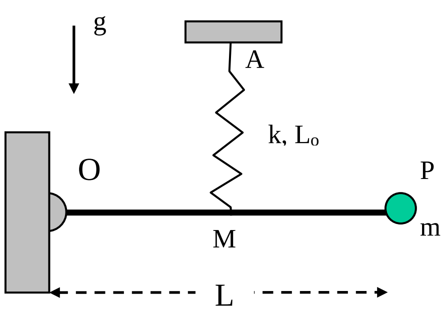
(Prob. G.26)



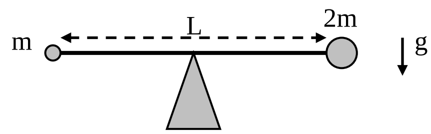
(Prob. G.27)

G.27.- Una lámina doblada en ángulo recto, como se indica en la figura, puede rotar sin roce alrededor de un eje horizontal en el punto B. El extremo C de esta estructura cuya masa es despreciable, soporta un bloque de masa M, mientras que el otro extremo está sujeto a una pared vertical mediante un resorte que tiene una constante elástica k. El sistema está en equilibrio cuando el brazo de largo L se encuentra en posición horizontal. Determine el período natural de vibración del sistema para pequeñas oscilaciones en torno al punto de equilibrio.

G.28.- La partícula P de masa *m* está unida al extremo de una barra de masa despreciable y largo *L* que puede rotar con roce despreciable en torno a su extremo fijo O. Un resorte ideal de largo natural L_o y constante elástica *k* sujeta la barra en su punto medio mientras que su otro extremo se encuentra fijo en el punto A, como se indica en la figura. El sistema está en equilibrio cuando la barra está en en posicion horizontal. Determine el período de las pequeñas oscilaciones verticales de la partícula P en torno a su punto de equilibrio estable.



(Prob. G.28)



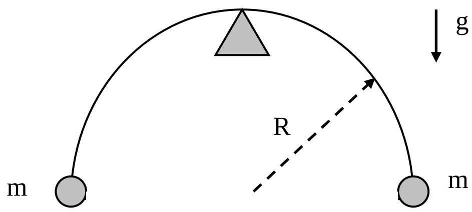
(Prob. G.29)

G.29.- Considere un sistema de dos partículas de masas m y 2m, unidas entre sí por una barra de largo L y masa despreciable. El sistema se libera desde el reposo, con la barra en posición horizontal apoyada en su punto medio sobre una cuña, con la cual tiene un coeficiente de roce estático μ_e. Determine:

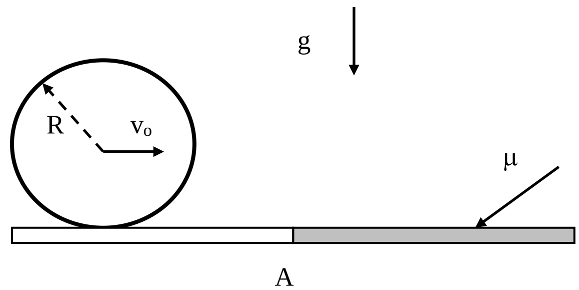
a) la aceleración vertical que experimenta la partícula 2m en el momento que el sistema se libera desde el reposo.
b) la velocidad de la partícula de masa m cuando la barra ha girado un angulo θ respecto a la horizontal (suponiendo que en esa posición la barra aún no desliza sobre la cuña)
c) ángulo que la barra forma con la horizontal en el momento que empieza a deslizar sobre la cuña.

G.30.- Considere una estructura rígida formada por un semi-aro de radio R y masa despreciable, que tiene en sus extremos dos partículas de masa m cada una. El sistema está en inicialmente en reposo, apoyado en un soporte colocado en el punto medio del semi-aro, con el cual tiene un coeficiente de roce estático μ_e (ver figura).

a) determine el periodo de las pequeñas oscilaciones en torno al punto de equilibrio.
b) si la estructura se inclina un ángulo a, determine la fuerza que se ejerce sobre el soporte, si la estructura se libera desde el reposo (suponga que no hay deslizamiento).
c) calcule el ángulo máximo que se puede desviar la estructura de su posición original, para que al liberarla desde el reposo quede oscilando sin que se produzca deslizamiento en el punto de contacto.



(Prob. G.30)



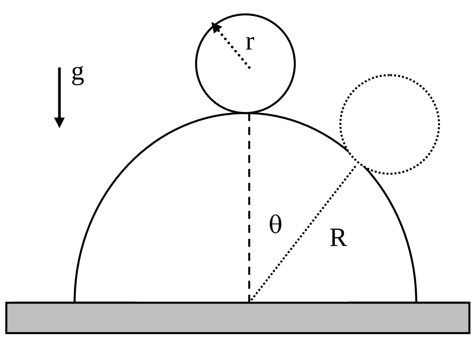
(Prob. G.31)

G.31.- Un cilindro hueco, de masa M y radio R desliza sin rotar con una velocidad v_o sobre una superficie horizontal sin roce. En un cierto punto A el cilindro entra en una zona donde la superficie tiene un coeficiente de roce estático y cinético igual a μ.. Determine:

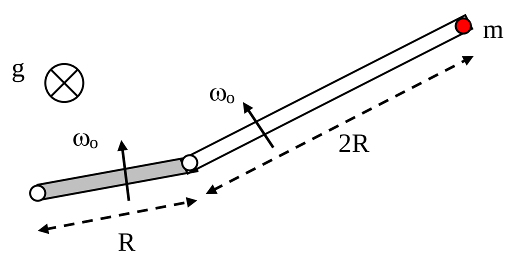
a) la distancia desde el punto A donde el cilindro empieza a rodar sin resbalar.
b) la velocidad del eje del cilindro en este instante
c) el tiempo hasta que el eje del cilindro recorre una distancia $2x_o$ a partir del punto A.

G.32.- Una esfera de radio r y masa m se encuentra en el punto más alto de una semi-esfera de radio R, con la cual tiene un coeficiente de roce estático m_e. En un cierto instante, la esfera es sacada de su punto de equilibrio y comienza a rodar sin resbalar sobre la semi-esfera.

a) plantee las ecuaciones de movimiento del centro de masa de la esfera mientras que ésta rueda sin resbalar.
b) encuentre la velocidad del centro de la esfera en función de q mientras esto sucede.
c) determine el ángulo crítico θ_o donde la esfera empieza a resbalar.



(Prob. G.32)

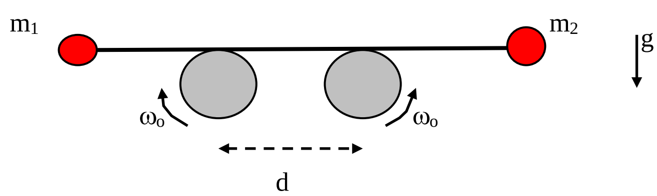


(Prob. G.33)

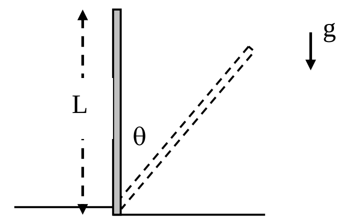
G.33.- Considere una barra de largo *R* que rota con una velocidad angular constante ω_o alrededor de un eje vertical. Otra barra, de largo *2R* gira también alrededor de un eje vertical, en el extremo de la primera barra, con una velocidad angular ω_o respecto a ella. Una partícula de masa *m* se encuentra en el extremo libre de la segunda barra, sujeta a ella sólo por la fuerza de roce estático.

a) suponiendo que la partícula nunca se despega de la barra, determine las magnitudes máxima y mínima de la fuerza de roce que la sujeta.
b) determine el valor mínimo del coeficiente de roce estático que hace posible que la partícula permanezca fija a la barra.

G.34.- Considere un sistema de dos partículas de masa m_1 y m_2, unidas entre si por una barra de masa despreciable y largo L. El sistema se apoya sobre dos rodillos que giran con igual velocidad angular, pero en dirección opuestas, como se indica en la figura. En el instante inicial el centro de masa del sistema de dos partículas corresponde al punto de contacto de la barra con el cilindro izquierdo. Suponga que la velocidad de rotación de los rodillos es suficientemente grande para que la barra siempre deslice sobre ellos. El coeficiente de roce cinético entre la barra y la superficie de los cilindros es μ_c Determine la velocidad y aceleración del centro de masa en función del tiempo.



(Prob. G.34)



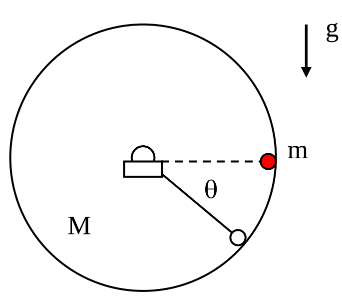
(Prob. G.35)

G.35.- Considere una barra de largo L que se encuentra equilibrada verticalmente sobre una superficie con la cual tiene un roce despreciable. Debido a un pequeño impulso la barra cae. Un pequeño escalón impide que el extremo inferior de la barre deslice.

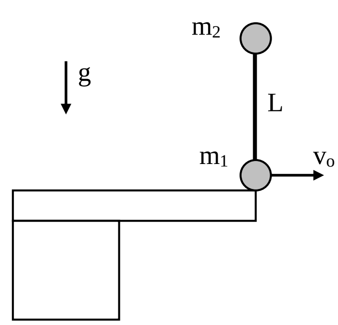
a) determine si el extremo inferior de la barra se desplaza antes que está alcance la posición horizontal.
b) determine si el extremo inferior de la barra se levanta del piso antes que la barre alcance la posición horizontal.

G.36.- Considere un disco de radio *R* y masa *M* que puede girar libremente (con roce despreciable) sobre un eje horizontal que pasa por su centro. En el instante inicial el disco se encuentra en reposo. En esa condición se pega en el borde exterior del disco y a la misma altura que su centro, una partícula de masa $m = M/2$. La magnitud de la fuerza máxima de adherencia entre la partícula y el disco es F_o. Determine:

a) la rapidez de la partícula cuando el disco ha girado un ángulo θ (ver figura).
b) valor mínimo de la fuerza F_o para que la partícula no se despegue nunca del disco.
c) periodo de pequeñas oscilaciones del sistema alrededor d su posición de equilibrio estable.



(Prob. G.36)



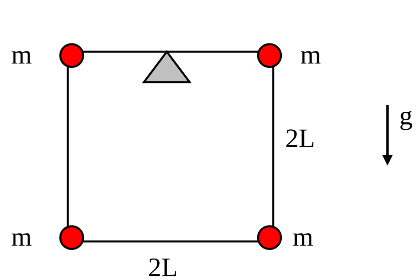
(Prob. G.37)

G.37.- Un sistema de dos partículas está compuesto por una barra de largo L y masa despreciable y dos partículas fijas en sus extremos, una de masa $m_1 = m$ y la otrade masa $m_2 = 3m$. El sistema está equilibrado verticalmente en el extremo de una plataforma horizontal, en la forma indicada en la figura, con la partícula de masa m_1 en el extremo inferior. En un cierto instante se le da a esta partícula una velocidad horizontal v_o, y el sistema cae. Determine:

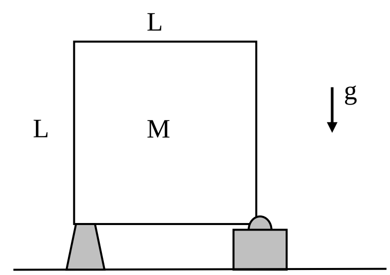
a) la velocidad angular de la barra en el movimiento del sistema.
b) la trayectoria del centro de masa del sistema
c) analice si la partícula de masa m_2 choca o no con la plataforma.

G.38.- Considere una estructura cuadrada formada por cuatro barras de largo *2L* cada una, y de masa despreciable. En los extremos del cuadrado se encuentran 4 partículas de masa *m* c/u. La estructura está apoyada en el punto medio de la barra horizontal superior, como se indica en la figura. Si el sistema se perturba ligeramente haciéndolo oscilar respecto del punto de apoyo, determine:

a) la ecuación de movimiento para el ángulo q que forman las barras superior e inferior con la dirección horizontal.
b) el periodo de las pequeñas oscilaciones del sistema.



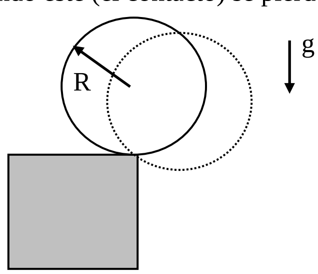
(Prob. G.38)



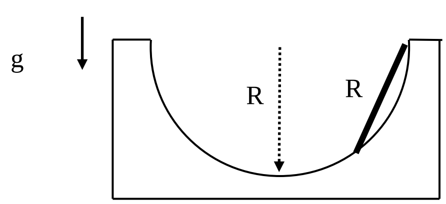
(Prob. G.39)

G.39.- Una placa sólida de masa M y de forma cuadrada de lado L descansa apoyada en un eje, en la esquina inferior derecha, y sobre un soporte colocado en la esquina inferior izquierda, como se indica en la figura. Calcule la fuerza instantánea que se ejerce sobre el eje en el momento que se retira el soporte.

G.40.- Una esfera de radio R se encuentra en equilibrio justo en el borde de una plataforma horizontal. Un pequeño impulso la hace caer. Suponiendo que el roce en el punto de contacto es suficientemente grande para evitar el deslizamiento, determine el ángulo que forma la línea entre el centro de la esfera y el punto de contacto cuando éste (el contacto) se pierde.



(Prob. G.40)

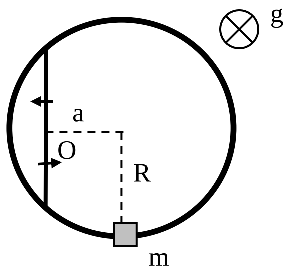


(Prob. G.41)

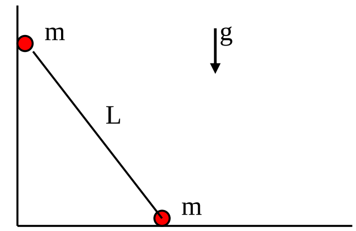
G.41.- Una barra de largo R desliza con roce despreciable por el interior de un casquete semi-esférico de radio R, a partir de la posición indicada en la figura. Calcule la velocidad del centro de masa de la barra cuando pasa por la posición horizontal.

G.42.- Un aro de radio *R* gira con velocidad angular constante ω_0 alrededor de un eje vertical localizado en el punto O a una distancia a del centro del aro, sobre una barra fija al aro. Un anillo de masa *m* puede deslizar con roce despreciable a lo largo del aro. En el instante inicial el anillo se suelta desde la posición indicada en la figura. Para la posición donde la distancia del anillo al eje de rotación es máxima, determine:

a) velocidad del anillo relativa al aro.
b) velocidad absoluta del anillo
c) fuerza que ejerce el aro sobre el anillo.



(Prob. G.42)



(Prob. G.43)

G.43.- Considere dos partículas de masa m cada una, fijas en los extremos de una barra de largo L y masa despreciable. Inicialmente, el sistema se encuentra en posición vertical, apoyado en una pared. El roce con ésta y con la superficie horizontal es nulo. En estas condiciones se da un pequeño impulso a la partícula inferior de modo que el sistema empieza a deslizar sobre la pared y la superficie horizontal. Determine, en función del ángulo que la barra forma con la horizontal:

a) la fuerza N_1 que la pared ejerce sobre la partícula superior.
b) la fuerza N_2 que la superficie horizontal ejerce sobre la partícula inferior.