

P1) a) Piden aceleración del borde del tambor cuando la balancera está balanceada

* ¿Qué coordenadas usamos? Podemos usar cualquiera, pero por la naturaleza del movimiento es más cómodo usar polares. Entonces:

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho \cdot \dot{\theta}^2) \cdot \hat{\rho} + (2\dot{\rho} \cdot \dot{\theta} + \rho \cdot \ddot{\theta}) \cdot \hat{\theta} \rightarrow \text{Aceleración en coordenadas polares}$$

* Por enunciado tenemos que $\omega = 1000 \text{ RPM}$

Esto es la velocidad angular, es decir $\dot{\theta} = 1000 \text{ RPM}$

→ notar que implica que $\ddot{\theta} = 0$

* Notar que el movimiento es circular, luego: $\rho = \text{cte} \rightarrow$ Notar que esto implica que $\dot{\rho} = \ddot{\rho} = 0$

Entonces, reemplazando en la expresión de $\vec{a}$:

$$\vec{a} = -\rho \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \hat{\rho}$$

* Con esto es directo que $|\vec{a}| = \rho \cdot \dot{\theta}^2$

* Reemplazando con los datos del problema: $r = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$ $\dot{\theta} = 1000 \text{ RPM}$

* Transformemos RPM a unidades que podamos operar:

$$1 \text{ RPM} = \frac{1 \text{ Revolución}}{1 \text{ min}} \rightarrow 1 \text{ vuelta} = \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}}$$

$$\Rightarrow 1000 \text{ RPM} = 1000 \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}}$$

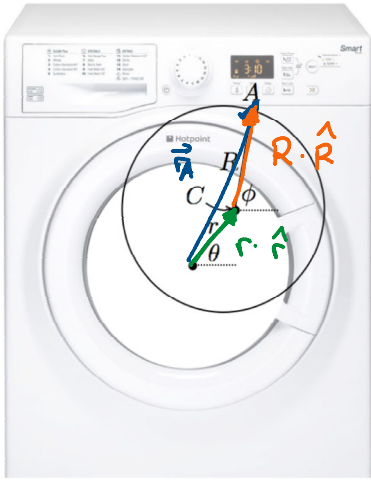
* Aproximando $\pi \approx 3 \Rightarrow 1000 \text{ RPM} \approx \frac{100 \text{ rad}}{1 \text{ s}}$

* A partir de esto: $|\vec{a}| = 0.3 \cdot (10^2)^2 \text{ m/s}^2 = 3 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2$

* Comparando con lo pedido:

$\bullet \vec{a} \approx 300 \text{ g}$ $\bullet \vec{a} \approx 10 \text{ gsd.}$
--

b) Veamos el caso en que la lavadora esté desbalanceada.



Por geometría:

$$\vec{r}_A = r \cdot \hat{r} + R \cdot \hat{R}$$

Derivando:

$$\dot{\vec{r}}_A = \cancel{\dot{r}} \cdot \hat{r} + r \cdot \dot{\hat{r}} + \cancel{\dot{R}} \cdot \hat{R} + R \cdot \dot{\hat{R}}$$

$$\begin{aligned} \text{* obs: } \dot{\hat{r}} &= \dot{\theta} \cdot \hat{\theta} \\ \dot{\hat{R}} &= \dot{\phi} \cdot \hat{\phi} \end{aligned}$$

Con esto:

$$\vec{v}_A = r \cdot \dot{\theta} \cdot \hat{\theta} + R \cdot \dot{\phi} \cdot \hat{\phi}$$

Vector que describe el movimiento del centro

Vector que une el nuevo centro con A

Vector que une el antiguo centro con A.

Derivando nuevamente: $\dot{\hat{\theta}} = -\dot{\theta} \cdot \hat{r}$

$\dot{\hat{\phi}} = -\dot{\phi} \cdot \hat{R}$

$$\vec{a}_A = -r \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \hat{r} - R \cdot \dot{\phi}^2 \cdot \hat{R}$$

* Calculemos ahora la magnitud de $\vec{a}_A$:

$$\|\vec{a}_A\| = \sqrt{\vec{a}_A \cdot \vec{a}_A}$$

* Notar que: $\hat{r} \cdot \hat{R} = |\hat{r}| \cdot |\hat{R}| \cdot \cos(\alpha) = \cos(\alpha)$

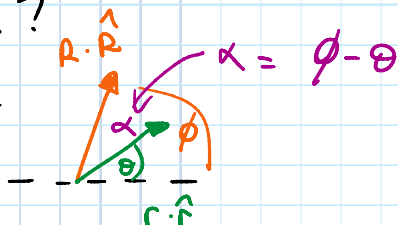
$\begin{aligned} \hat{r} \cdot \hat{r} &= 1 \\ \hat{R} \cdot \hat{R} &= 1 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{son vectores unitarios}$

* Con esto se tiene que:

$$\begin{aligned} \vec{a}_A \cdot \vec{a}_A &= (-r \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \hat{r} - R \cdot \dot{\phi}^2 \cdot \hat{R}) \cdot (-r \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \hat{r} - R \cdot \dot{\phi}^2 \cdot \hat{R}) \\ &= r^2 \cdot \dot{\theta}^4 \cdot (\hat{r} \cdot \hat{r}) + R^2 \cdot \dot{\phi}^4 \cdot (\hat{R} \cdot \hat{R}) + 2 \cdot r \cdot \dot{\theta}^2 \cdot R \cdot \dot{\phi}^2 \cdot (\hat{r} \cdot \hat{R}) \\ &= r^2 \cdot \dot{\theta}^4 + R^2 \cdot \dot{\phi}^4 + 2 \cdot r \cdot \dot{\theta}^2 \cdot R \cdot \dot{\phi}^2 \cdot \cos(\alpha) \end{aligned}$$

* ¿Cuánto vale α ?

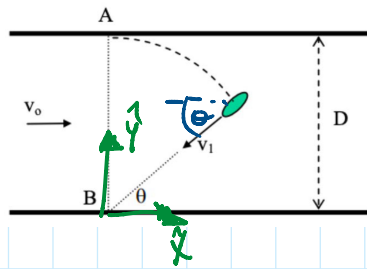
Por geometría



* Resimplazando :

$$\|\vec{a}_A\| = \sqrt{r^2 \cdot \dot{\theta}^4 + R^2 \cdot \dot{\phi}^4 + 2 \cdot r \cdot \dot{\theta}^2 \cdot R \cdot \dot{\phi}^2 \cdot \cos(\phi - \theta)}$$

P2]

a) Escribir $\dot{x}(\theta)$ e $\dot{y}(\theta)$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v_0 - v_1 \cdot \cos(\theta) \\ \dot{y} &= -v_1 \cdot \sin(\theta) \end{aligned}$$

b) Relación entre θ , x e y :

$$\tan(\theta) = \frac{y}{x}$$

Derivando esta relación:

$$x \cdot \tan(\theta) = y \quad \bigg/ \quad \frac{d}{dt}$$

$$\Rightarrow \dot{x} \cdot \tan(\theta) + x \cdot \sec^2(\theta) \cdot \dot{\theta} = \dot{y}$$

 $\rightarrow$ Reemplazando $\dot{x}$ e $\dot{y}$

$$\Rightarrow (v_0 - v_1 \cdot \cos(\theta)) \cdot \cancel{\tan(\theta)} + x \cdot \sec^2(\theta) \cdot \dot{\theta} = -v_1 \cdot \sin(\theta)$$

$\frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$

c) Reordenando:

$$\Rightarrow v_0 \cdot \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} - \cancel{v_1 \cdot \sin(\theta)} + \frac{x \cdot \dot{\theta}}{\cos^2(\theta)} = \cancel{-v_1 \cdot \sin(\theta)}$$

$$\Rightarrow v_0 \cdot \sin(\theta) + \frac{x \cdot \dot{\theta}}{\cos(\theta)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{\theta}}{\sin(\theta)} = -\frac{v_0 \cdot \cos(\theta)}{x}$$

Dado que podemos resolver para "y", pero la variable no está en la ecuación, la hacemos "aparecer"

$$\frac{y}{x} = \tan(\theta) \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{\tan(\theta)}{y} = \frac{\sin(\theta)}{y \cdot \cos(\theta)}$$

Reemplazando:

Reemplazando:

$$\frac{\dot{\theta}}{\sin(\omega)} = - \frac{v_0 \cdot \cancel{\cos(\omega)} \cdot \sin(\omega)}{y \cdot \cancel{\cos(\omega)}}$$

$$\frac{\dot{\theta}}{\sin(\omega)} = - \frac{v_0 \cdot \sin(\omega)}{y} \quad \left(\frac{v_1}{v_1} \right) \leftarrow \text{Multiplica por 1}$$

$$\frac{\dot{\theta}}{\sin(\omega)} = - \frac{v_0}{v_1} \cdot \frac{v_1 \cdot \sin(\omega)}{y} \rightarrow -\dot{y} \text{ por } (\omega)$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{\theta}}{\sin(\omega)} = \frac{v_0}{v_1} \cdot \frac{\dot{y}}{y} \rightarrow \text{Ahora resolvemos la EDO para } y(\omega)$$

Solución de EDO:

$$\int \frac{\dot{\theta}}{\sin(\omega)} dt = \frac{v_0}{v_1} \int \frac{\dot{y}}{y} dt$$

$$\Rightarrow \int_{\pi/2}^{\theta(t)} \frac{1}{\sin(\omega)} \cdot \frac{d\theta}{dt} \cdot dt = \frac{v_0}{v_1} \int_B^{y(t)} \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dt} \cdot dt$$

USAMOS INDICACIÓN ACÁ

$$\Rightarrow \ln \left(\tan \left(\frac{\theta}{2} \right) \right) \Big|_{\theta(0) = \frac{\pi}{2}}^{\theta(t)} = \frac{v_0}{v_1} \ln \left(y(t) \right) \Big|_{y(0) = D}^{y(t)}$$

$$\ln \left(\tan \left(\frac{\theta}{2} \right) \right) - \ln \left(\tan \left(\frac{\pi}{4} \right) \right) = \frac{v_0}{v_1} \ln \left(\frac{y(t)}{D} \right)$$

$$\Leftrightarrow \ln \left(\frac{\tan(\theta/2)}{\tan(\pi/4)} \right) = \frac{v_0}{v_1} \cdot \ln \left(\frac{y(\theta)}{D} \right) \quad / \text{exp()}$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \left(\frac{y}{D}\right)^{\frac{v_0}{v_1}}$$

$$\Leftrightarrow y(\theta) = D \cdot \left(\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)^{\frac{v_1}{v_0}}$$

PARTE D)

Com esta poleman, encontramos $x(\theta)$:

Recordando que $\frac{y}{x} = \tan(\omega) \Leftrightarrow x = \frac{y}{\tan(\omega)}$

$$\Leftrightarrow x(\theta) = \frac{D \cdot \left(\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)^{\frac{v_1}{v_0}}}{\tan(\theta)}$$

