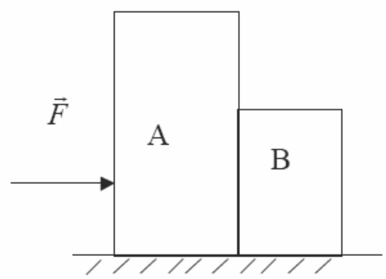
PROBLEMAS RESUELTOS DE DINAMICA
FI100-2, SEMESTRE OTOÑO 2007

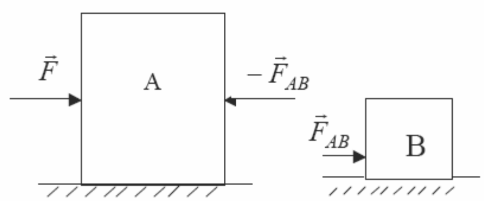
PROBLEMA 1

Dos bloques A y B de masas M y m respectivamente, están colocados sobre una mesa lisa tal como se indica en la figura. Sobre el bloque A se aplica una fuerza horizontal $\vec{F}$. Determinar la fuerza que el bloque B ejerce sobre A.



Solución

Sea F_{AB} el tamaño de la fuerza que el bloque B ejerce sobre A



$F - F_{AB} = M \cdot \; a$ (1)

$F_{AB} = m \cdot \; a$ (2)

(1) + (2)

$F = (M+m)a$

$$\boxed{a = \frac{F}{M+m}}$$ (3) (Aceleración común de los dos cuerpos)

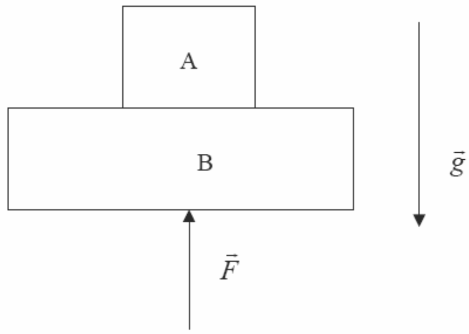
(3) en (2)

$$F_{AB} = m \cdot \frac{F}{M+m}$$

$$\boxed{F_{AB} = \frac{mF}{M+m}}$$

PROBLEMA 2

Dos cuerpos A y B de 2 kg y 6 kg de masa, suben verticalmente con movimiento acelerado bajo la acción de una fuerza $\vec{F}$ de 120N de intensidad. Calcular la fuerza de contacto entre A y B.



Solución

Sea F_{AB} el tamaño de la fuerza que el bloque B ejerce sobre A.

$F - m_B g - F_{AB} = m_B a$ (1)

$F_{AB} - m_A g = m_A \cdot a$ (2)

(1) + (2)

$F - (m_B + m_A) g = (m_B + m_A) a$

$$a = \frac{F - (m_B + m_A) g}{m_B + m_A}$$

Evaluando numéricamente $\boxed{a = 5 \frac{m}{s^2}}$ (3)

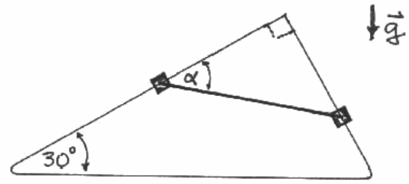
(3) en (2) y evaluando numéricamente

$F_{AB} - 2 \cdot 10 = 2 \cdot 5$

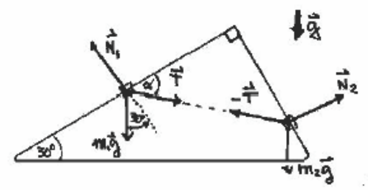
$$\boxed{F_{AB} = 30N}$$

PROBLEMA 3

Para el sistema en equilibrio que muestra la figura, determine la tensión de la cuerda, el ángulo α y las fuerzas que los planos inclinados ejercen sobre las partículas suponiendo roce despreciable. m_1=1kg, m_2=2kg



Solución



$m_1 g \cos 30^o + T\,\mathrm{sen}\alpha = N_1$ (1)

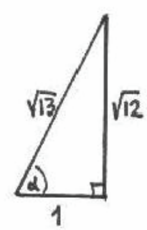
$m_1 g\,\mathrm{sen}\,30^o - T\cos\alpha = 0$ (2)

$m_2 g \cos 60^o + T\,\mathrm{sen}(90-\alpha) = N_2$ (3)

$m_2 g\,\mathrm{sen}\,60^o - T\cos(90-\alpha) = 0$ (4)

$m_2 g\,\mathrm{sen}\,30^o + T\cos\alpha = N_2$ (3')

$m_2 g \cos 30^o - T\,\mathrm{sen}\alpha = 0$ (4')



De (4') y (2)

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{m_2}{m_1}\mathrm{cotg}30^o = 2\sqrt{3} \quad \mathrm{tg}\alpha = 2\sqrt{3} \quad \boxed{\alpha = 73{,}9} \quad (5)$$

(5) en (2)

$$10\cdot\frac{1}{2} - T\cdot\frac{1}{\sqrt{13}} = 0 \qquad \boxed{T = 18{,}03N} \quad (6)$$

(6) en (1)

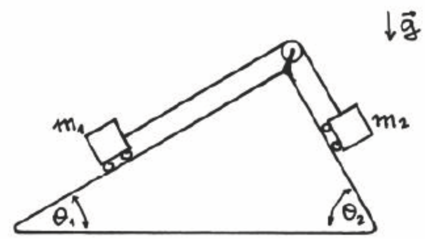
$$10\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + T\cdot\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}} = N_1 \qquad \boxed{N1 = 25{,}98N} \quad (7)$$

(7) en (3')

$$2\cdot10\cdot\frac{1}{2} + 18{,}03\cdot\frac{1}{\sqrt{13}} = N_2 \quad \boxed{N2 = 15{,}00N}$$

PROBLEMA 4

Se tiene una máquina de Atwood en dos planos inclinados. La masa sobre el primer plano, m_1, tiene 5kg de masa y el ángulo de inclinación de este plano es θ_1=30º. Si la masa del segundo plano inclinado, m_2, es 4kg, ¿cuál es el ángulo θ_2 para que el sistema no acelere?



Solución

Para m_1

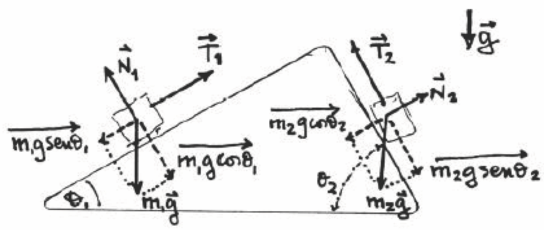
En la dirección del plano inclinado

$$T - m_1 g \operatorname{sen}\theta_1 = 0 \qquad (1)$$

Para m_2

En la dirección del plano inclinado

$$m_2 g \operatorname{sen}\theta_2 - T = 0 \qquad (2)$$



De (1) y (2)

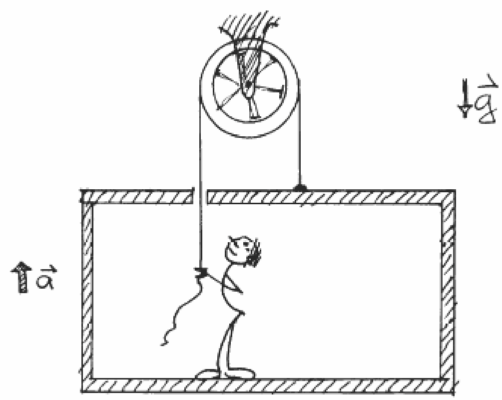
$$m_2 g \operatorname{sen}\theta_2 = m_1 g \operatorname{sen}\theta_1$$

$$\operatorname{sen}\theta_2 = \frac{5}{4}\cdot\frac{1}{2}$$

$$\boxed{\theta_2 = 51{,}32º}$$

PROBLEMA 5

Un hombre cuya masa es de 80 kg, está de pie sobre una plataforma que tiene una masa de 40 kg. Tira de una cuerda sujeta a la plataforma y que pasa por una polea fija al techo. ¿Con qué fuerza ha de tirar de la cuerda para comunicarse a si mismo y a la plataforma una aceleración hacia arriba de 0,6 m/s^2.



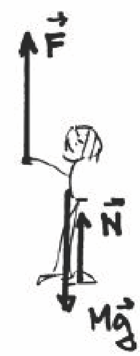
Solución

Sean: M = masa del hombre

m = masa de la plataforma

N = tamaño de la fuerza de contacto entre el hombre y la plataforma

F = Tamaño de la fuerza con que el hombre tira de la cuerda.

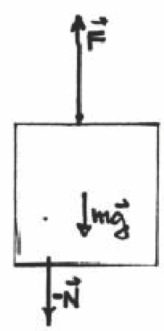


Para el hombre

$$F + N - Mg = Ma \qquad (1)$$

Para la plataforma

$$F - N - mg = ma \qquad (2)$$



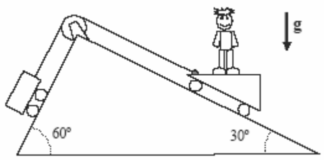
(1) + (2)

$$2F - (M + m)g = (M + m)a$$

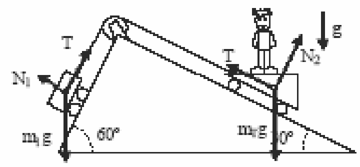
$$F\frac{(M+m)\ (g+a)}{2} \qquad \boxed{F = 636N}$$

PROBLEMA 6

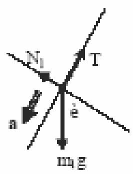
Un hombre de masa 60[kg] descansa sobre un carro de masa 40[kg] que está unido a un bloque de masa 100[kg], como se muestra en la figura. ¿Qué fuerza aplica el hombre sobre el piso del carro?



Solución



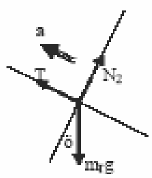
Para m_1:



$$-T + m_1 g sen\theta = m_1 a \quad (1)$$

$$N_1 = m_1 g \cos\theta \quad (2)$$

Para el conjunto carro mas hombre:



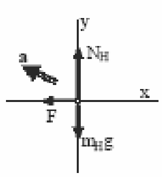
$$T + M_T g sen\varphi = M_T \cdot a \quad (3)$$

$$N_2 = M_T g \cos\varphi \quad (4)$$

(1)+(3) $\quad m_1 g sen\theta - M_T g sen\varphi = \left(m_1 + M_T\right)a$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{m_1 sen\theta - M_T sen\varphi}{m_1 + M_T} \cdot g = 1{,}83\left[\mathrm{m/s^2}\right]$$

Para el hombre



$$Y: \quad N_H - m_H g = m_H a_y$$

$$X: \quad f_s = m_H \cdot a_x$$

$$\therefore \quad N_H = m_H\left(g + a_y\right) = m_H\left(g + a sen30^\circ\right)$$

$$N_H = 60\left(10 + 1{,}83 \cdot 0{,}5\right)$$

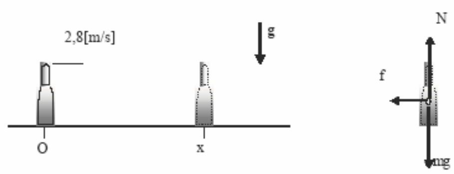
$$\boxed{N_H = 654{,}9[\mathrm{N}]}$$

$\therefore$ La fuerza que ejerce el hombre sobre el carro es 654,9[N].

PROBLEMA 7

Una mesera empuja una botella de salsa con masa de 0,45[kg] hacia la derecha sobre un mostrador horizontal liso. Al soltarla, la botella tiene una velocidad de magnitud 2,8[m/s], pero se frena por la fuerza de fricción horizontal constante ejercida por el mostrador. La botella se desliza 1[m] antes de parar. ¿Qué magnitud y dirección tiene la fuerza de fricción?

Solución



La fuerza de fricción frena la botella, así que su dirección debe ser opuesta a la de la velocidad.

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2(x - x_0)} = \frac{0^2 - 2,8^2}{2(1-0)} = -3,9\left[\mathrm{m/s^2}\right]$$

La fuerza neta en la dirección x es la componente $-f$ de la fuerza de fricción, así que:

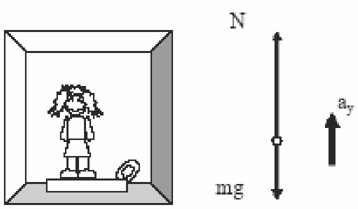
$$\sum F_x = -f = m \cdot a = 0,45 \cdot (-3,9)$$

$$\boxed{f = -1,8[\mathrm{N}]}$$

PROBLEMA 8

Una mujer de 50[kg] se sitúa sobre una báscula dentro del ascensor de masa 200[kg], el cual, originalmente, está bajando a 10[m/s]. Al ascensor se le detiene con una aceleración constante de 2[m/s^2]. ¿Qué marca la báscula al detenerse al ascensor?

Solución



$$mg = 50 \cdot 10 = 500[\mathrm{N}]$$

La aceleración de la mujer es la del ascensor, y la 2ª ley de Newton da:

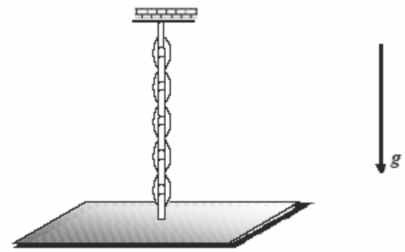
$$\sum F_y = N + (-mg) = ma_y$$

$$N = m(g + a_y) = 50(10 + 2) = 600[\mathrm{N}]$$

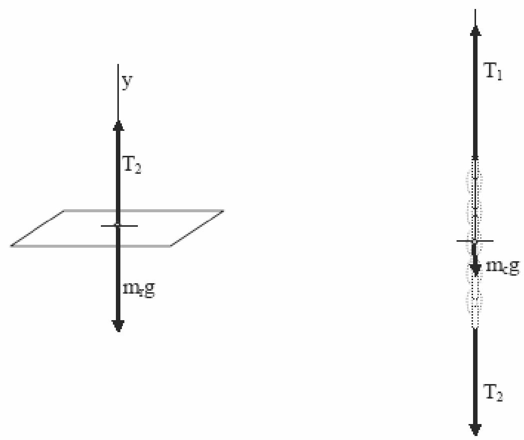
La báscula marca 600[N], que son 100[N] más que su peso real.

PROBLEMA 9

Para mejorar la acústica de un auditorio, se suspende un reflector de sonido de 200[kg] de una cadena del techo. Suponga que la masa de la cadena no es insignificante, sino de 10[kg]. Calcule las fuerzas en sus extremos.



Solución



Para el reflector: $\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad T_2 + \left(-200 \cdot 10\right) = 0$

$$T_2 = 2000[\mathrm{N}]$$

Para la cadena: $\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad T_1 + \left(-T_2\right) + \left(-10 \cdot 10\right) = 0$

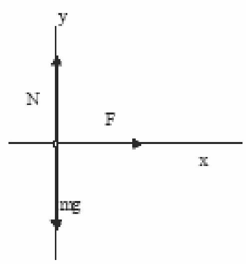
$$T_1 - 2000 - 100 = 0$$

$$T_1 = 2100[\mathrm{N}]$$

PROBLEMA 10

Una embarcación para hielo descansa sobre una superficie horizontal sin fricción. ¿Qué fuerza horizontal se le debe aplicar (en la dirección de los patines) para darle una rapidez de 6[m/s] después de 4[s]?
La masa total (bote + tripulante) es de 200[kg].

Solución

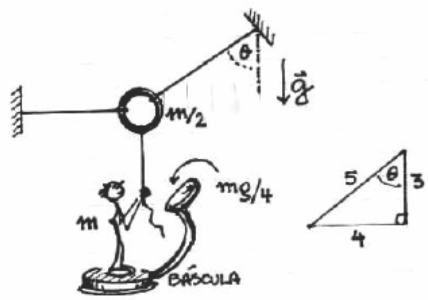


$$a_x = \frac{v - v_0}{t} = \frac{6-0}{4} = 1,5\left[\mathrm{m/s^2}\right]$$

$$\sum F_x = F = ma_x$$
$$F = 200 \cdot 1,5$$
$$\boxed{F = 300\left[\mathrm{N}\right]}$$

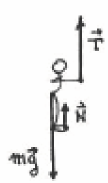
PROBLEMA 11

Determine las tensiones en los cables que confluyen a la masa m/2, si el hombre de masa m, que está parado sobre una báscula, tira del cable vertical de manera que la báscula marca mg/4.



Solución

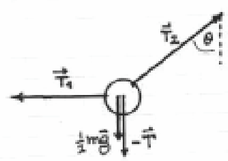
HOMBRE



$$T + \frac{mg}{4} = mg$$

$$\boxed{T = \frac{3}{4}mg} \quad (1)$$

MASA m/2



$$\boxed{T_1 = T_2 \operatorname{sen}\theta} \ (2)$$

$$\boxed{T_2 \cos\theta = T + \frac{mg}{2}} \ (3)$$

(1) en (3)

$$T_2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{4}mg + \frac{mg}{2}$$

$$\boxed{T_2 = \frac{25}{12}mg} \ (4)$$

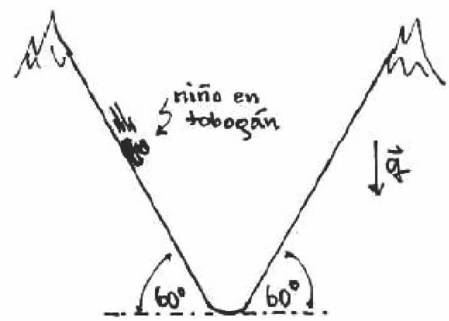
(4) en (2)

$$T_1 = \frac{25}{12}mg \cdot \frac{4}{5}$$

$$\boxed{T_1 = \frac{5}{3}mg}$$

PROBLEMA 12

El niño en el tobogán baja con rapidez constante por la ladera de la montaña nevada. Si esta rapidez vale 20 m/s, determine, que distancia sube el niño por la otra ladera que tiene las mismas características que la anterior.



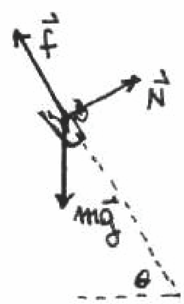
Solución

En la bajada

$$mg\,\text{sen}\theta - f = 0$$

$$f = \mu N = \mu mg\cos\theta$$

$$\therefore \qquad \mu = tg\theta \qquad (1)$$

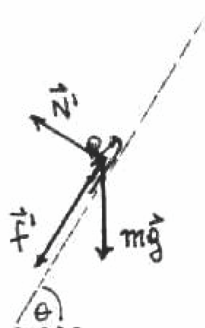


En la subida

$$-mg\,\text{sen}\theta - f = m\cdot a$$

$$-mg\,\text{sen}\theta - \mu mg\cos\theta = ma$$

$$\therefore \quad a = -g\left(\text{sen}\theta + \mu\cos\theta\right) \quad (2)$$



(1) en (2)

$$a = -2g\,\text{sen}\theta \qquad (3)$$

pero $\qquad v^2 = v_0^2 + 2ad$

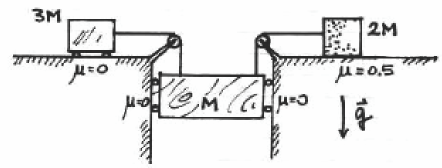
$$0 = v_0^2 - 4g\,\text{sen}\theta\cdot d$$

$$d = \frac{v_0}{4g\,\text{sen}\theta}$$

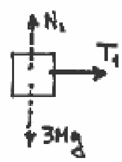
Evaluando numéricamente $\qquad \boxed{d = 11{,}55\text{ m}}$

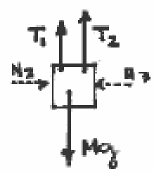
PROBLEMA 13

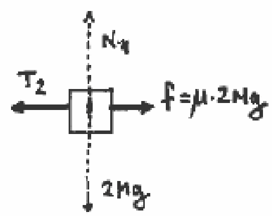
En el sistema de la figura, determinar la tensión en cada una de las cuerdas inextensibles.



Solución







$T_1 = 3Ma$ (1) $\quad$ $Mg - T_1 - T_2 = Ma$ (2) $\quad$ $T_2 - \mu 2Mg = 2Ma$ (3)

(2) + (3)

$Mg - T_1 - \mu 2Mg = 3Ma$

$Mg - T_1 - 0{,}5 \cdot \; 2Mg = 3Ma$

$-T_1 = 3Ma$

pero de (1) $\;T_1 = 3Ma$

$\therefore \qquad \boxed{T_1 = 0} \qquad \boxed{a = 0}$

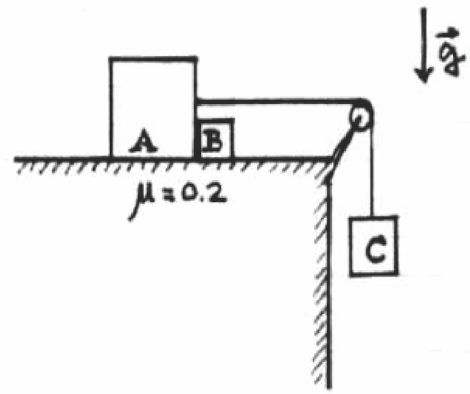
$\boxed{T_2 = Mg}$

PROBLEMA 14

Los cuerpos A y B tienen masas m_A=1kg y m_B=3kg. El cuerpo C está sujeto al hilo y tiene masa m_C=2kg. Sabiendo que A y B se deslizan por el plano horizontal de coeficiente de fricción μ=0,2 y que el hilo y la polea son ideales, determine:

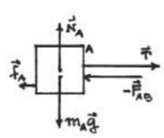
a) la aceleración del conjunto

b) la fuerza de contacto entre A y B



Solución

Para A



$N_A=m_Ag$

$T-f_A-F_{AB}=m_Aa$

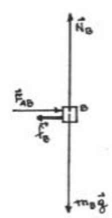
como $f_A=\mu N_A$

entonces

$T-\mu m_Ag-F_{AB}=m_Aa$ (1)

$\boxed{T-\mu m_A g-F_{AB}=m_A a}$

Para B



$N_B=m_Bg$

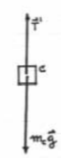
$F_{AB}-f_B=m_Ba$

como $f_B=\mu N_B$

entonces

$F_{AB}-\mu m_Bg=m_Ba$ (2)

Para C



$|\vec{T}'| = |\vec{T}| = T$

$m_Cg-T = m_Ca$ (3)

a) (1)+(2) +(3)

$m_Cg-\mu(m_A+m_B)g=(m_A+m_B+m_C)a$

$2\cdot 10-0,2\cdot 4\cdot 10 = 6\cdot a$

b) (4) en (2)

$F_{AB}-0,2\cdot 3\cdot 10=3\cdot 2$

$\boxed{F_{AB}=12N}$

PROBLEMA 15

Un libro está sobre una mesa que viaja en un tren que lleva una rapidez de 72 Km/h. Si el coeficiente de roce entre el libro y la mesa es 0,4, ¿cuál es la distancia mínima en la cual se puede detener el tren sin que el libro se deslice?

Solución

$-f = ma$

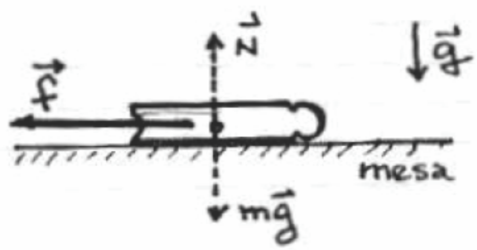
$-\mu mg = ma$

$\therefore \quad a = -\mu g$

como $v^2 = v_0^2 + 2ad$

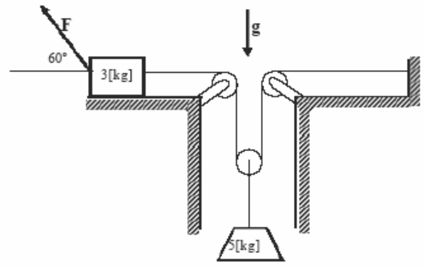
$0 = 400 - 2 \cdot \ 0{,}4 \cdot \ 10 \cdot \ d$

$\boxed{d = 50\ \text{m}}$



PROBLEMA 16

Del diagrama mostrado en la figura, determine la magnitud de la fuerza F que forma un ángulo de 60º con la horizontal, aplicada sobre un bloque de masa 3[kg] de modo que el cuerpo de masa 5[kg] tenga una aceleración de 2[m/s^2]. El coeficiente de roce cinético entre las superficies en contacto es 0,5. Desprecie la masa de las poleas.



Solución

Para m_1:

$$T' - m_1 g = m_1 a_1 \qquad (1)$$

Para m_2:

$$F\cos\theta - T - fr = m_2 a_2 \qquad (2)$$

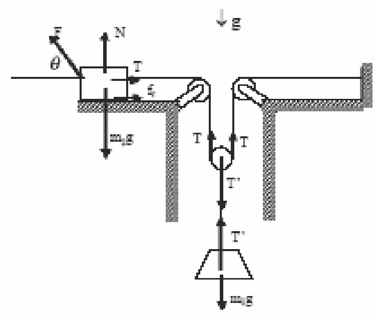
$$N + F sen\theta = m_2 g \qquad (3)$$

Para polea:

$$2T - T' = \cancel{m_p a_p} \qquad (4)$$

relación aceleraciones:

$$a_2 = 2a_1 \qquad (5)$$



Reemplazando (5) y (3) en (2) $\quad F\cos\theta - T - \mu\left(m_2 g - F sen\theta\right) = 2m_2 a_1 \,/\cdot 2$

Reemplazando(4) en (1)

$$\begin{array}{l} 2T - m_1 g = m_1 a_1 \\ \underline{2F\cos\theta - 2T - 2\mu\left(m_2 g - F sen\theta\right) = 4m_2 a_1} \end{array} \Bigg| (+)$$

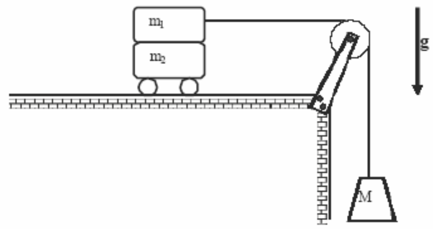
$$2F\cos\theta - m_1 g - 2\mu m_2 g + 2\mu F sen\theta = \left(4m_2 + m_1\right)a_1$$

$$F\left(2\cos\theta + 2\mu sen\theta\right) - g\left(m_1 + 2\mu m_2\right) = \left(4m_2 + m_1\right)a_1$$

$$F = \frac{\left(4m_2 + m_1\right)a_1 + g\left(m_1 + 2\mu m_2\right)}{2} \qquad \boxed{F = 61{,}1\left[\mathrm{N}\right]}$$

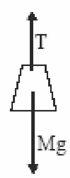
PROBLEMA 17

Entre los cuerpos m_1 y m_2 que muestra la figura, el coeficiente de roce estático es 0,6. Determine el valor máximo de la masa M, para que el bloque de masa $m_1 = 1[\mathrm{kg}]$ que descansa sobre el cuerpo de masa $m_2 = 1[\mathrm{kg}]$ no deslice. Desprecie el roce entre m_2 y la superficie inferior.



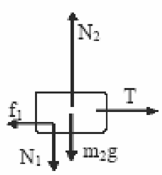
Solución

Para M:



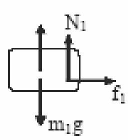
$$Mg - T = M \cdot a \qquad (1)$$

Para m_2:



$$T - f_1 = m_2 a \qquad (2)$$

Para m_1:



$$f_1 = m_1 a \qquad (3)$$
$$f_1 = \mu_s N_1 \qquad (4)$$
$$N_1 = m_1 g \qquad (5)$$

(5) en (4)

$$f_1 = \mu_s \cdot m_1 \cdot g = 0{,}6 \cdot 1 \cdot 10 = 6[\mathrm{N}] \qquad (6)$$

(6) en (3) $\quad a = \dfrac{f_1}{m_1} = 6\left[\mathrm{m/s^2}\right] \qquad (7)$

(7) en (2) $\quad T = m_2 \cdot a + f_1$

$$T = 1 \cdot 6 + 6 = 12[\mathrm{N}] \qquad (8)$$

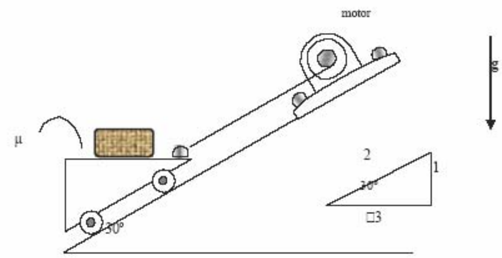
(8) en (1) $\quad M(g - a) = T$

$$M = \frac{12}{(10-6)}$$

$$\boxed{M = 3[\mathrm{kg}]}$$

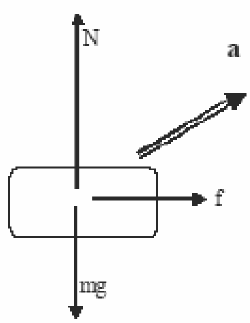
PROBLEMA 18

El motor sube al montacarga por el plano inclinado, con aceleración constante $\vec{a}$. Determine la fuerza de roce entre el montacarga y el paquete de masa m que hay sobre él, si ambos se mueven juntos.



$a = 0{,}5\left[\mathrm{m/s^2}\right]$ $\qquad m = 40[\mathrm{kg}]$ $\qquad \mu = 0{,}2$

Solución



$$\sum F_x = f = ma\cos 30^\circ$$

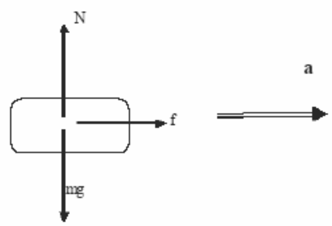
$$f = 40 \cdot 0{,}5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\boxed{f = 17{,}3[\mathrm{N}]}$$

PROBLEMA 19

Un granjero coloca una caja de fruta de 80[kg] sobre el piso de una camioneta. El coeficiente de fricción estática entre la caja y el piso es 0,21. Calcular la máxima aceleración a la cual debe ir la camioneta para que la caja no deslice hacia atrás.

Solución



$$\sum F_x = f_r = ma$$

$$f_r = \mu_s \cdot N \quad \Rightarrow \quad \mu_s \cdot N = ma$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N - mg = 0$$

$$N = mg$$

$$\therefore \quad \mu_s \cdot \cancel{mg} = \cancel{m}a$$

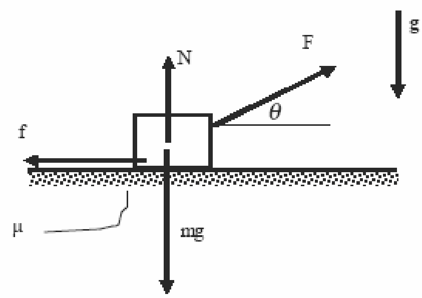
$$a = \mu_s \cdot g$$

$$\boxed{a = 2{,}1\left[\mathrm{m/s^2}\right]}$$

PROBLEMA 20

Una estudiante decide trasladar una caja de libros a su dormitorio tirando de una cuerda atada a la caja. La joven tira con una fuerza de 80[N] que forma un ángulo de 25º por encima de la horizontal. La caja tiene una masa de 25[kg] y el coeficiente de roce entre la caja y el piso es de 0,3. Determine la aceleración de la caja.

Solución



$$\sum F_x = F\cos\theta - f = ma$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N + Fsen\theta = mg$$

como $\quad f = \mu \cdot N$

$$\therefore \quad F\cos\theta - \mu\left(mg - Fsen\theta\right) = ma$$

$$80\cdot\cos 25° - 0{,}3\left(25\cdot 10 - 80 sen 25°\right) = 25a$$

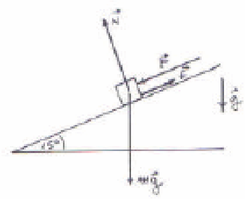
$$\boxed{a = 0{,}3\left[\mathrm{m/s^2}\right]}$$

PROBLEMA 21

Un bloque de masa desconocida se carga en un trineo ligero, que está en reposo sobre una pendiente de 15º. Se encuentra que la fuerza máxima que se puede ejercer cuesta abajo, sin que se deslice es de 220N. Se requiere una fuerza de 727N cuesta arriba para que el trineo se comience a mover. Calcular la masa del bloque (más la del trineo) y el coeficiente de fricción estática.

Solución

<u>Primer caso</u>



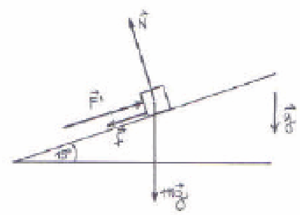
$F + mg\text{sen}\theta - f = 0$

$N = mg\cos\theta$

y como $f = \mu N$

entonces $F + mg\text{sen}\theta - \mu mg\cos\theta = 0$ (1)

$$\boxed{F + mgsen\theta - \mu mg\cos\theta = 0}$$



<u>Segundo caso</u>

$F' - mg\text{sen}\theta - f = 0$

entonces $\boxed{F' - mgsen\theta - \mu mg\cos\theta = 0}$ (2)

(2) – (1)

$F' - F - 2mg\text{sen}\theta = 0$

$727 - 220 - 2 \cdot m \cdot 10\text{sen}15° = 0$

$\boxed{m = 97{,}94 \text{ kg}}$ (3)

(3) en (1)

$220 + 97{,}94 \cdot 10\text{sen}15° - \mu 97{,}94 \cdot 10\cos 15° = 0$

$473{,}49 - 946{,}03\mu = 0$

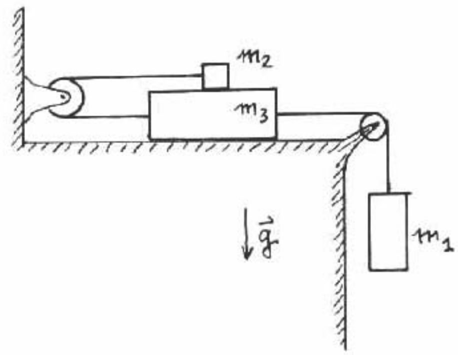
$\boxed{\mu = 0{,}5}$

PROBLEMA 22

En la figura el coeficiente de roce entre los bloques de masas m_2 y m_3 es 0,3 y entre m_3 y el mesón es 0,2. Si $m_1 = 15\text{kg}$, $m_2 = 3\text{kg}$, $m_3 = 4\text{kg}$, determinar:

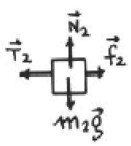
a) la aceleración del sistema.

b) las tensiones de las cuerdas.



Solución

Para m_2



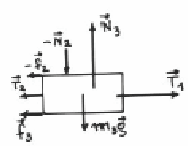
$T_2 - f_2 = m_2$

$N_2 = m_2 g$

como $f_2 = \mu_2 N_2$

$\boxed{T_2 - m_2 m_2 g = m_2 \cdot a}$ (1)

Para m_3



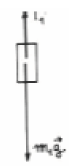
$T_1 - f_2 - f_3 - T_2 = m_3 a$

$N_3 = N_2 + m_3 g = (m_2 + m_3)g$

como $f_3 = \mu_3 N_3$

$$\boxed{\begin{aligned} m_3 a = T_1 &- \mu_2 m_2 g \\ &- \mu_3 (m_2 + m_3) g - T_2 \end{aligned}} \quad (2)$$

Para m_1



$|\vec{T}_1| = |\vec{T}_1'| = T_1$

$\boxed{m_1 g - T_1 = m_1 a}$ (3)

a) (1)+(2) +(3)

$$-m_2 m_2 g \;-\; m_2 m_2 g \;-\; m_3(m_2 + m_3)g + m_1 g = (m_1 + m_2 + m_3)a$$

$$a = \frac{g\left[m_1 - 2\mu_2 m_2 - \mu_3\left(m_2 + m_3\right)\right]}{m_1 + m_2 + m_3}$$

de donde $\boxed{a = 5{,}36 \text{ m/s}^2}$ (4)

b) (4) en (1) (4) en (3)

$\boxed{T_2 = 25{,}08\text{N}}$ $\boxed{T_1 = 69{,}6\text{N}}$

PROBLEMA 23

La figura muestra un trineo que es arrastrado sobre una pista horizontal de hielo, mediante la acción de una fuerza externa de magnitud F. Se sabe que el coeficiente de roce cinético entre el trineo y la superficie es μ.

Calcular el ángulo, para que el trineo tenga una aceleración máxima.

Solución

$N + F sen\theta = mg$

$N = (mg - F sen\theta) \qquad (1)$

$F\cos\theta - \mu N = ma \qquad (2)$

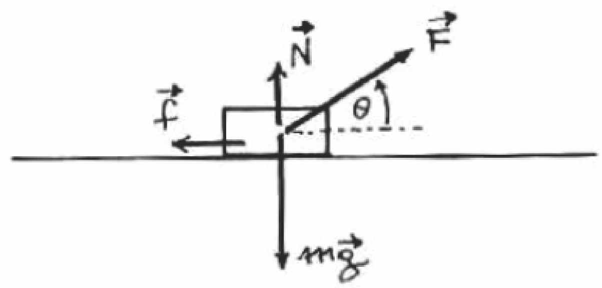
(1) en (2)

$F\cos\theta - \mu(mg - F sen\theta) = ma$

$$a = \frac{F\left(\cos\theta + \mu sen\theta\right)}{m} - \mu g$$

$$\frac{da}{d\theta} = \frac{F}{m}\left(-sen\theta + \mu\cos\theta\right) = 0$$

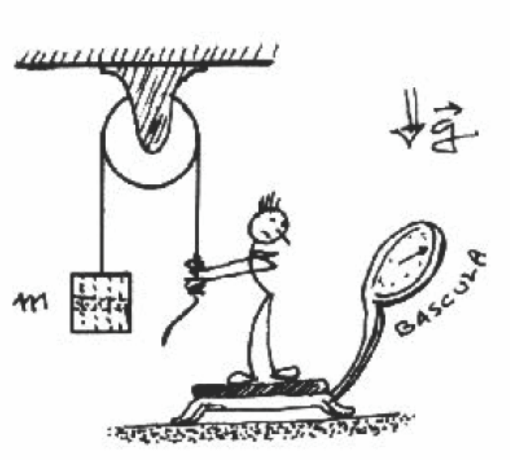
$\therefore \theta = tg^{-1}(m)$



PROBLEMA 24

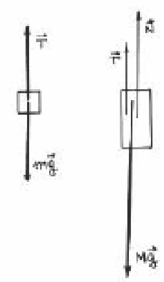
Cuando el hombre mantiene la caja de masa m, en reposo, la báscula sobre la que está parado marca 600N. Cuando el hombre suelta cordel para que la caja baje con una aceleración de 2 m/s^2, la balanza marca 680N.

Determinar la masa m de la caja.



Solución

<u>Inicialmente</u>



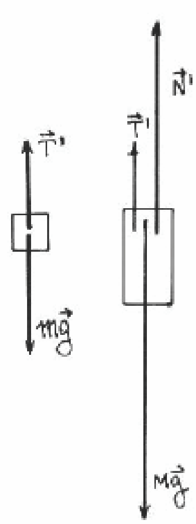
$$T = mg \qquad (1)$$

$$T + N - Mg = 0 \qquad (2)$$

(1) en (2)

$$\boxed{mg + 600 - Mg = 0} \qquad (3)$$

<u>Finalmente</u>



$$mg - T' = ma \qquad (4)$$

$$T' + N' - Mg = 0 (5)$$

De (4) y (5)

$$\boxed{mg - ma + 680 - Mg = 0} \qquad (6)$$

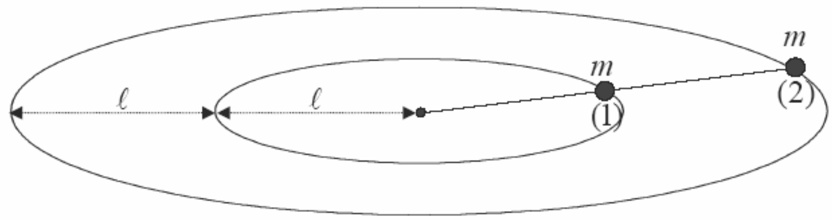
De (3) y (6)

$$-80 + ma = 0$$

$$\boxed{\therefore m = 40 \text{ kg}}$$

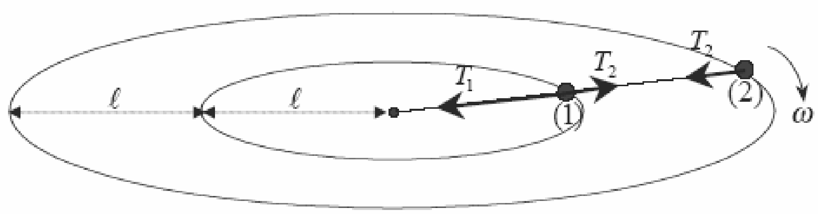
PROBLEMA 25

El sistema de la figura consiste en dos masas iguales atadas entre sí con una cuerda y una de ellas ligada a un eje, que rota con rapidez angular constante, mediante una segunda cuerda de la misma longitud que la primera. Todo el sistema descansa sobre una superficie horizontal lisa. Determinar la razón entre las tensiones que soportan las cuerdas.



Solución

Sean (1) y (2) las masas en cuestión. Sean ℓ la longitud de cada cuerda, m la masa de cada partícula, ω la rapidez angular constante de giro, y T_1 y T_2 las tensiones en las cuerdas, como se indica en el diagrama de cuerpo libre de cada masa.



Para masa (1): $T_1 - T_2 = m\omega^2 \ell$

Para masa (2): $T_2 = m\omega^2 2\ell$

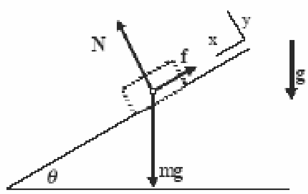
de donde $T_2 = 2m\omega^2 \ell$ y $T_1 = 3m\omega^2 \ell$

Luego $\dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{3}{2}$

PROBLEMA 26

Se observa que un cuerpo de 1[kg] de masa se mueve con velocidad constante cuando baja por un plano inclinado 30º respecto a la horizontal. ¿Con qué aceleración bajará este cuerpo si el plano cambia su inclinación a 45º?

Solución



Si $\vec{v} = de$

$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad mgsen\theta - f = 0 \qquad (1)$$

$$f = \mu \cdot N \qquad (2)$$

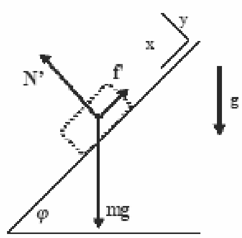
$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = mg\cos\theta \qquad (3)$$

(3) y (2) en (1) $\quad mgsen\theta - \mu mg\cos\theta = 0$

$$\mu mg\cos\theta = mgsen\theta$$

$$\mu = tg = 30º$$

$$\mu = 0{,}58$$



$$\sum F_x = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad mgsen\varphi - f = m \cdot a \qquad (4)$$

$$f = \mu \cdot N \qquad (5)$$

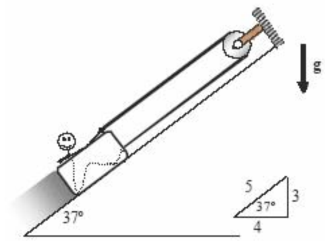
$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = mg\cos\varphi \qquad (6)$$

(5) y (6) en (4) $\quad mgsen\varphi - \mu mg\cos\varphi = ma$

$$a = 10\left(sen45º - 0{,}58\cos 45º\right)$$

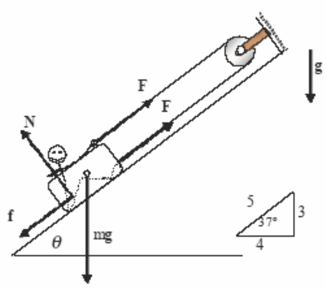
$$\boxed{a = 2{,}97\left[\text{m/s}^2\right]}$$

PROBLEMA 27



Determinar la fuerza que debe ejercer el niño de 60[kg] de masa, para subir por el plano con aceleración de 2[m/s^2]. El coeficiente de roce dinámico entre la caja, de 20[kg] de masa, y el plano es 0,5.

Solución



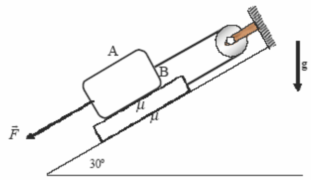
$$\sum F_x = ma \quad \Rightarrow \quad 2F - mgsen\theta - \mu mg\cos\theta = ma$$

$$2F - 800\cdot 0,6 - 0,5\cdot 800\cdot 0,8 = 80\cdot 2$$

$$\boxed{F = 480[\mathrm{N}]}$$

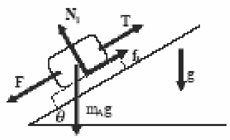
PROBLEMA 28

El bloque A tiene una masa de 30[kg] y el bloque B tiene una masa de 15[kg]. Los coeficientes de rozamiento entre todas las superficies de contacto son $\mu = 0{,}1$. Si $\theta = 30°$ y la magnitud de la fuerza $\bar{F}$ aplicada al bloque A es de 250[N], determínese la aceleración del bloque A.



Solución

Para A



$$\sum F_x = ma \quad \Rightarrow \quad F + m_A g sen\theta - T - f_1 = m_A \cdot a \quad (1)$$

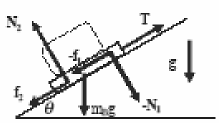
$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N_1 = m_A g \cos\theta \quad (2)$$

$$f_1 = \mu N_1 \quad (3)$$

(2) y (3) en (1)

$$\underline{F + m_A g sen\theta - T - \mu m_A g \cos\theta = m_A \cdot a}\,\Big|(\alpha)$$

Para B



$$\sum F_x = ma \quad \Rightarrow \quad T - f_1 - f_2 - m_B g sen\theta = m_B \cdot a \quad (4)$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N_1 + m_B g \cos\theta = N_2 \quad (5)$$

$$f_2 = \mu N_2 \quad (6)$$

(2) en (5) $\quad N_2 = (m_A + m_B) \cdot g \cos\theta \quad (7)$

(6) y (7) en (4)

$$T - \mu m_A g \cos\theta - \mu (m_A + m_B) g \cos\theta - m_B g sen\theta = m_B \cdot a$$

$$\underline{T - \mu (2m_A + m_B) g \cos\theta - m_B g sen\theta = m_B \cdot a}\,\Big|(\beta)$$

$(\alpha) + (\beta)$

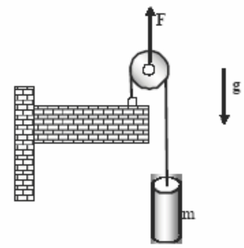
$$F + (m_A - m_B) g sen\theta - \mu (3m_A + m_B) g \cos\theta = (m_A + m_B) \cdot a$$

$$250 + 150 sen 30° - 0{,}1 \cdot 1050 \cos 30° = 45a$$

$$\boxed{a = 5{,}2[\mathrm{m/s^2}]}$$

PROBLEMA 29

La figura representa a un cilindro de masa m=2[kg] que cuelga de una cuerda y polea ideales. La polea tiene una aceleración hacia arriba de 1[m/s^2]. Calcular:



a) la aceleración del cilindro

b) la tensión de la cuerda

c) la fuerza $\vec{F}$ que acelera a la polea

Solución

a) a_c =aceleración del cilindro
a_p =aceleración de la polea

$$a_c = 2ap = 2 \cdot 1$$

$$\boxed{a_c = 2\left[\mathrm{m/s^2}\right]}$$

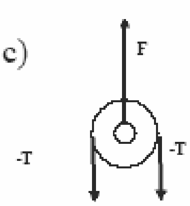
b)

$$\sum F_x = ma \quad \Rightarrow \quad T - mg = ma_c$$

$$T = 2 \cdot 10 + 2 \cdot 2$$

$$\boxed{T = 24[\mathrm{N}]}$$

c)



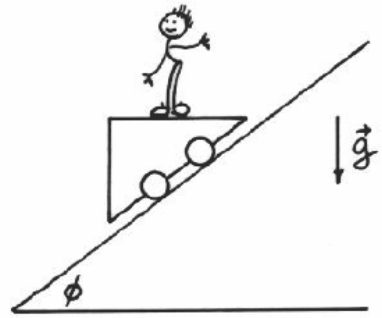
$$\sum F_x = ma \quad \Rightarrow \quad F - 2T = \overset{\approx 0}{\cancel{m_p}} \cdot a_p$$

$$F = 2T$$

$$\boxed{T = 48[\mathrm{N}]}$$

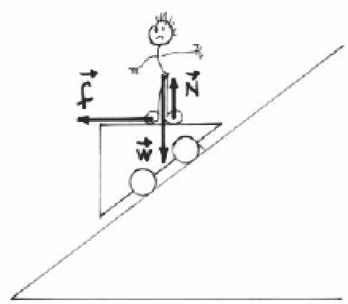
PROBLEMA 30

Una persona baja, por un plano inclinado de roce despreciable, encima de una balanza de baño fija a una cuña de madera, como muestra la figura. La balanza marca 512N. Sabiendo que el peso normal de la persona es 800N, calcular el coeficiente de roce persona–balanza.



Solución

El conjunto baja por el plano inclinado con una aceleración a=gsenϕ. Por lo tanto la persona tiene una aceleración vertical y una horizontal dadas por



$a_V = (g\text{sen}\phi)\text{sen}\phi = g\text{sen}^2\phi$

$a_H = (g\text{sen}\phi)\cos\phi = g\text{sen}\phi\cos\phi$

Para el movimiento vertical tenemos

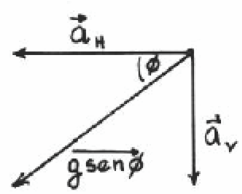
$W - N = ma_V$

$W - N = mg\text{sen}^2\phi$

$800 - 512 = 800\text{sen}^2\phi$

$\text{sen}^2\phi = 0{,}36$

$\text{sen}\phi = 0{,}6 \quad \therefore \quad \phi = 37°$



Para el movimiento horizontal

$f = m \cdot a_H$

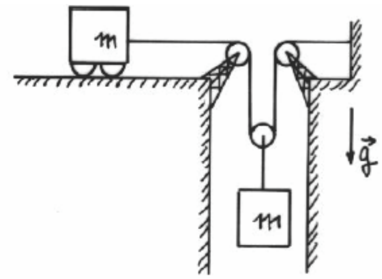
$\mu N = mg\text{sen}\phi\cos\phi$

$\mu 512 = 800 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}8$

$\boxed{\mu = 0{,}75}$

PROBLEMA 31

Determinar las aceleraciones de cada masa del sistema de la figura. Desprecie efectos de roce y masa de las poleas.

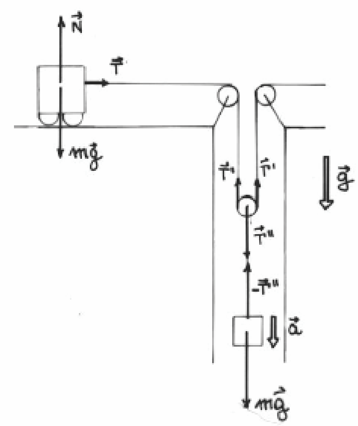


Solución

Debido a la masa despreciable de las poleas, la tensión en la cuerda que sostiene al cuerpo que baja es el doble que la tensión en la otra cuerda.

Por una razón del tipo geométrica debido a que las cuerdas son inextensibles, la aceleración del cuerpo que se mueve horizontalmente, es el doble de la aceleración que se mueve verticalmente.

Por lo tanto llamamos a a la aceleración del cuerpo que baja y T al tamaño de la tensión en la cuerda superior,



$$mg - 2T = ma$$
$$T = m \cdot 2a$$

O sea $mg - 4ma = ma$

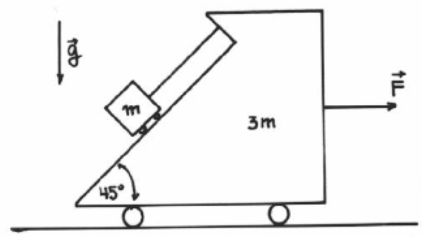
$$5\,ma = mg$$

$$\left|\vec{T}\right| = \left|\vec{T}\,'\right| = T$$
$$\left|\vec{T}\,''\right| = \left|-\vec{T}\,''\right| = 2T$$

$$\boxed{a = \frac{g}{5}}$$

PROBLEMA 32

Mediante la acción de una fuerza externa $\bar{F}$ horizontal, el sistema de la figura acelera sobre una superficie también horizontal. El bloque de masa m permanece sujeto a la "cuña" de masa 3m mediante una cuerda y está en contacto sobre su superficie inclinada 45º.



Suponiendo roce despreciable, calcule, la magnitud de la fuerza de interacción entre el bloque y la cuña.

Solución

Para m

Tcos45º – Nsen45º = ma (1)
Tsen45º + Ncos45º = mg (2)

De (1) y (2)
N = –masen45º + mgcos45º (3)

Para M
Tsen45º + Ncos45º+3mg = N' (4)
F – Tcos45º+Nsen45º = 3ma (5)

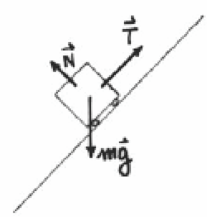
(1) + (5)

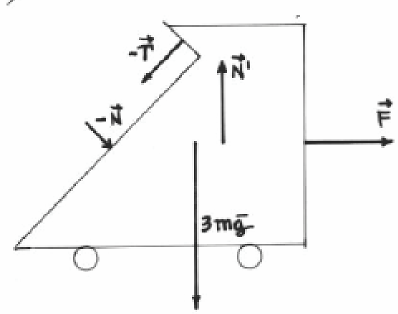
F = 4ma $\qquad a = \dfrac{F}{4m}$ (6)

(6) en (3)

$$N = -m\frac{F}{4m}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} + mg\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\boxed{N = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(mg - \frac{F}{4}\right)}$$



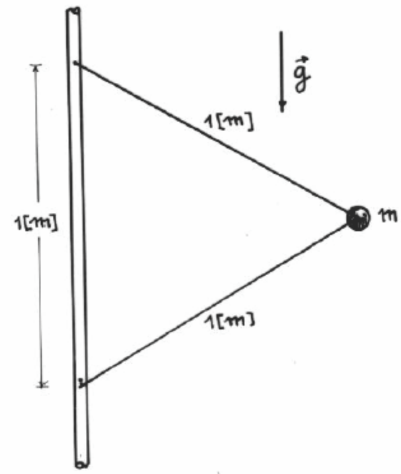


PROBLEMA 33

Dos hilos delgados de 1m de longitud se fijan a un soporte vertical, a una distancia de 1m entre sí. Una masa de 5kg en el extremo de los dos hilos, describe círculos con respecto al eje vertical. Ambos hilos están tensos, de tal modo que forman un triángulo equilátero con el soporte vertical. La tensión del hilo superior se mide y resulta 150N.

a) ¿Cuál es la tensión en el hilo inferior?

b) ¿Cuál es el período de rotación de la masa?



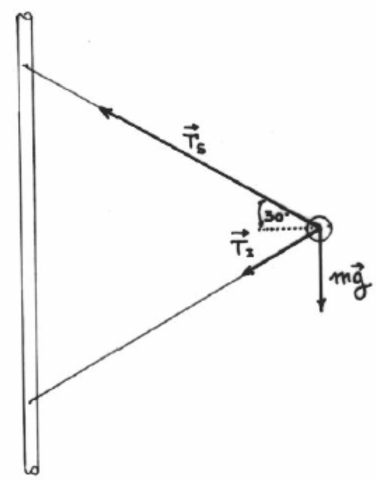
Solución

a) $T_S \text{sen}30^o = T_I \text{sen}30^o + mg$

$0{,}5T_S = 0{,}5T_I + 50$

$0{,}5 \cdot \ \ 150 = 0{,}5T_I + 50$

$$\boxed{T_I \ = \ 50N}$$



b) $T_S \cos 30^o + T_I \cos 30^o = \dfrac{mv^2}{R}$

en que $R = 1\cos 30^o$

$\therefore \quad (150 + 50)\cos 30^o = \dfrac{5v^2}{\cos 30^o}$

$v = 5{,}48$ m/s

Si llamamos T al período de rotación

$$V = \frac{2\pi \text{R}}{\text{T}} \qquad \text{T} = \frac{2\pi \ \ \cos 30^o}{5{,}48}$$

$$\boxed{T \ = 1s}$$

PROBLEMA 34

Una curva de 300m de radio en una carretera plana, está peraltada para una velocidad de 25 m/s, es decir, la fuerza ejercida sobre un coche por la carretera, es normal a la superficie cuando se mueve a esa velocidad. El coeficiente de roce estático es 0.4. ¿Cuál es la velocidad máxima a la cual el coche puede tomar la curva sin derrapar hacia arriba (patinar hacia arriba)?

Solución

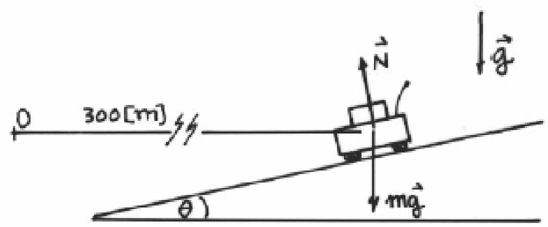
Para v = 25 m/s

$N\cos\theta = mg \qquad (1)$

$N\text{sen}\theta = \dfrac{mv^2}{R} \qquad (2)$

De (1) y (2)

$\text{tg}\theta = \dfrac{v^2}{gR} \qquad \boxed{\theta = 11{,}86^\circ}$



Para v = v_{MAX}

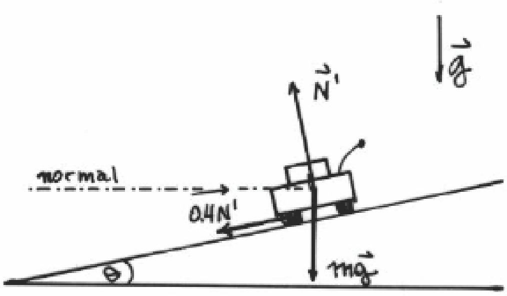
$0{,}4N'\cos\theta + N'\text{sen}\theta = \dfrac{mv_{MAX}^2}{R} \quad (3)$

$N'\cos\theta = 0{,}4N'\text{sen}\theta + mg \qquad (4)$

De (3) y (4)

$$v_{MAX} = \sqrt{gR\left(\frac{0{,}4\cos\theta + \text{sen}\theta}{\cos\theta - 0{,}4\text{sen}\theta}\right)}$$

$\boxed{v_{MAX} = 44{,}5 \text{ m/s}}$

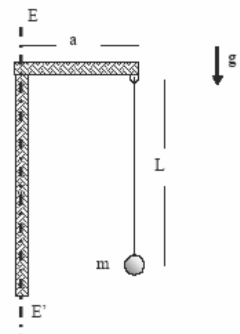


PROBLEMA 35

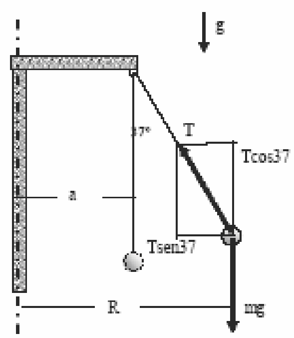
¿Cuál es el valor de la velocidad con que debe girar la esfera de masa *m* en torno al eje *EE'* para que la cuerda forme un ángulo de 37º con la vertical?

Considere: $L = 1[\mathrm{m}]$

$a = 0{,}2[\mathrm{m}]$



Solución



$$T\cos 37° = mg \qquad (1)$$

$$T sen 37° = \frac{mv^2}{R} \qquad (2)$$

(2):(1)

$$tg 37° = \frac{v^2}{gR}$$

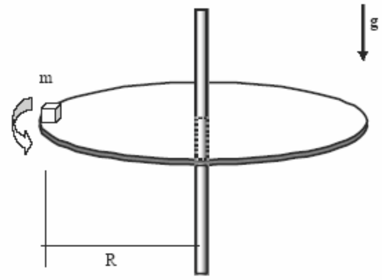
$$v = \sqrt{gR\ tg 37°}$$

pero $R = a + L sen 37° = 0{,}8[\mathrm{m}]$

$\therefore \boxed{v = 2{,}45[\mathrm{m/s}]}$

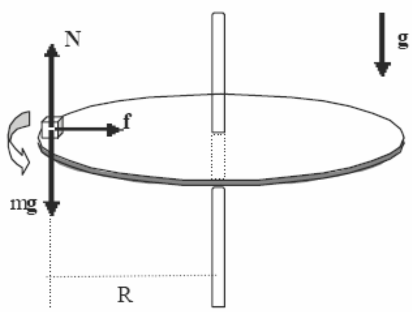
PROBLEMA 36

Un disco rugoso puede girar con rapidez constante en un plano horizontal. Sobre un punto de la superficie, que está a la distancia R del eje de giro, se posa un bloque de masa m. ¿Cuál es l máxima rapidez con que puede girar el bloque, solidariamente con el disco (para que no deslice sobre el disco)?



$\mu_s = 0,4;\ \ R = 1[\text{m}]$

Solución



$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad N = mg \qquad (1)$$

$$f = \mu_s N \qquad (2)$$

$$f = \frac{mv^2}{R} \qquad (3)$$

(1) y (2) en (3)

$$\mu_s mg = \frac{mv^2}{R}$$

$$v^2 = \mu_s Rg$$

$$v^2 = 0,4 \cdot 1 \cdot 10$$

$$\boxed{v = 2[\text{m/s}]}$$

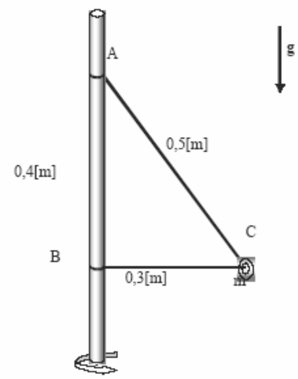
PROBLEMA 37

Una cuenta de 0,1[kg] desliza libremente en una cuerda de 0.8[m] de longitud. Los extremos de la cuerda están atados a una varilla vertical en los puntos A y B, tales que AB=0,4[m], como se ve en la figura.

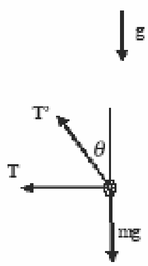
Cuando la varilla gira, BC es horizontal e igual a 0,3[m].

a) ¿Cuál es la tensión de la cuerda?

b) ¿Cuál es la rapidez de la cuenta en C?



Solución



$$\left|\vec{T}\right| = \left|\vec{T}'\right| = T$$

$$T\cos\theta = mg \qquad (1)$$

$$T + T sen\theta = \frac{mv^2}{R} \qquad (2)$$

a) de (1) $\quad T \cdot 0,8 = 1$

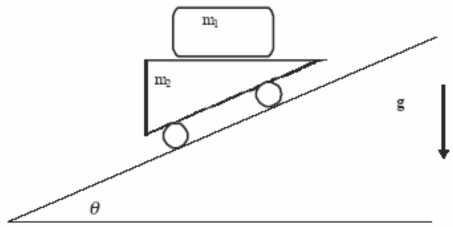
$$\boxed{T = 1,25[\text{N}]}$$

b) de (2) $\quad 1,25 \cdot 1,6 = \dfrac{0,1v^2}{0,3}$

$$\boxed{v = 2,45[\text{m/s}]}$$

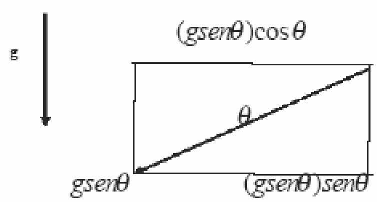
PROBLEMA 38

Dos objetos, de masas m_1 y m_2, se deslizan hacia abajo sobre un plano de fricción despreciable, inclinado un ángulo θ respecto de la horizontal, como se indica en el diagrama. En la superficie de contacto entre los dos cuerpos hay una fuerza de fricción suficiente para impedir que uno se deslice sobre el otro. Calcular la fuerza normal entre las dos masas.



Solución

$$\therefore \quad a_{\text{vertical}} = (gsen\theta)sen\theta = gsen^2\theta$$



$$\sum F_x = ma \quad \Rightarrow \quad m_1 g - N = m_1 a_{\text{vertical}}$$

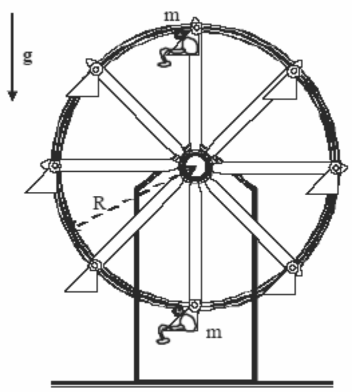
$$m_1 g - N = m_1 gsen^2\theta$$

$$N = m_1 g\left(1 - sen^2\theta\right)$$

$$\boxed{N = m_1 g \cos^2\theta}$$

PROBLEMA 39

Un pasajero de una rueda de la fortuna se mueve en un círculo vertical de radio R con una rapidez constante v. Suponiendo que el asiento permanece vertical, deduzca expresiones para la fuerza que se ejerce sobre el pasajero en el punto más alto y más bajo de la rueda.

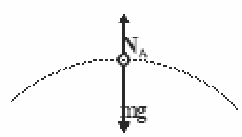


Solución

Sea N_A: fuerza normal hacia arriba que el asiento aplica al pasajero en lo alto de la rueda.

N_B: fuerza normal hacia arriba que el asiento aplica al pasajero en lo bajo de la rueda.

En lo alto la aceleración tiene magnitud v^2/R, en dirección hacia abajo, hacia el centro del círculo.

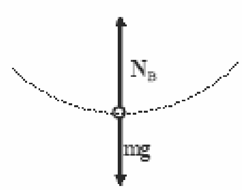


$$\sum F_n = mg - N_A = m\frac{v^2}{R}$$

$$\boxed{N_A = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right)}$$

En la posición más baja la aceleración es hacia arriba, y por la 2ª Ley de Newton se tiene que:

$$\sum F_n = N_B - mg = m\frac{v^2}{R}$$



$$\boxed{N_B = m\left(g + \frac{v^2}{R}\right)}$$