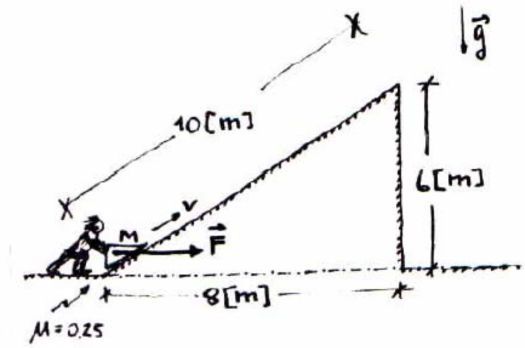
PROBLEMAS RESUELTOS DE TRABAJO Y ENERGIA
FI100-2, SEMESTRE OTOÑO 2007

PROBLEMA 1

Un hombre empuja la masa M de 10 kg con una fuerza horizontal constante de modo que asciende plano arriba con una rapidez constante de 2 m/s.

Determinar el trabajo realizado por el hombre hasta el extremo del plano.



Solución

$N = mg\cos 37^\circ + F\cos 53^\circ \qquad f = \mu N$

$\therefore\ F\text{sen}53^\circ = mg\text{sen}37^\circ + \mu(mg\cos 37^\circ + F\cos 53^\circ)$

$F(\text{sen}53^\circ - \mu\cos 53^\circ) = mg(\text{sen}37^\circ + \mu\cos 37^\circ)$

$F(0{,}8 - 0{,}25 \cdot 0{,}6) = 100(0{,}6 + 0{,}25 \cdot 0{,}8)$

$F = 123{,}08\text{N}$

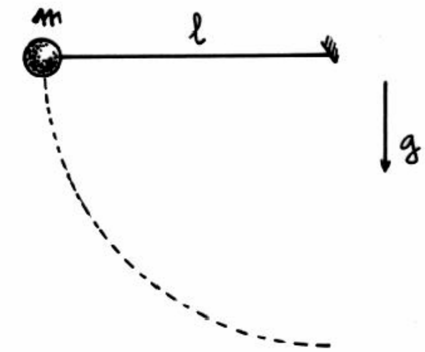
$\therefore\ W_{\vec{F}} = Fd\cos\theta$

$W_{\vec{F}} = 123{,}08 \cdot 10\cos 37^\circ$

$\boxed{W_{\vec{F}} = 990{,}4\text{J}}$

PROBLEMA 2

Un cuerpo de masa m se mueve en el extremo de una cuerda de longitud L, que está fija en el punto 0 como indica la figura. Calcular la tensión de la cuerda en el instante en que la energía cinética ha alcanzado la mitad de su valor máximo.



Solución

$$T - mgsen\theta = \frac{mv^2}{\ell} \qquad (1)$$

Inicialmente

$E_{CI} = 0 \qquad E_{PGI} = 0$

Finalmente

$E_C = \frac{1}{2}mv^2 \qquad E_{PG} = -mg\ell sen\theta$

$$\therefore \quad \frac{1}{2}mv^2 - mg\ell sen\theta = 0 \qquad (2)$$

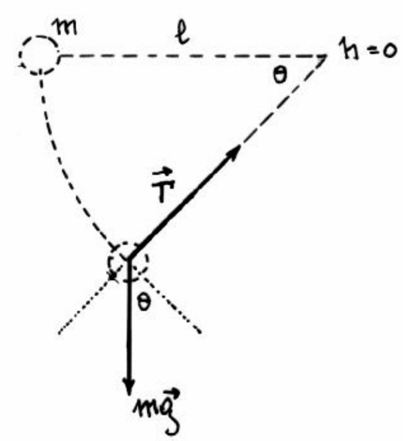
pero en esa posición $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{mg\ell}{2}$ (3)

(3) en (2)

$$\frac{mg\ell}{2} - mg\ell sen\theta = 0 \qquad sen\theta = \frac{1}{2} \qquad (4)$$

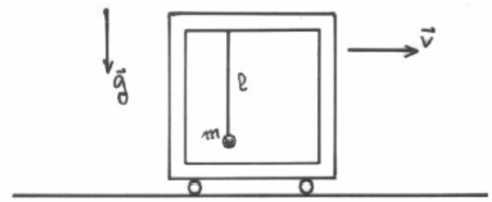
(4) y (3) en (1)

$$T - \frac{1}{2}mg = mg \qquad \boxed{T = \frac{3}{2}mg}$$



PROBLEMA 3

La estructura se mueve horizontalmente con una rapidez de 2 m/s y el péndulo permanece en posición vertical. Si se detiene bruscamente la estructura, determinar la amplitud máxima de las oscilaciones angulares que adquiere el péndulo.



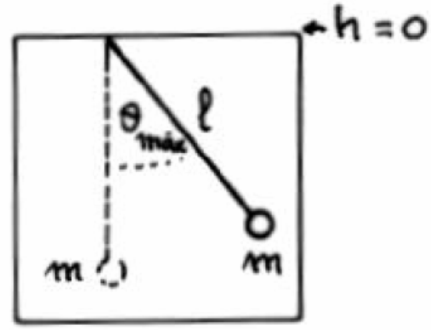
Solución

Inicialmente

$$E_{CI} = \frac{1}{2}mv^2 \qquad E_{PGI} = -mg\ell$$

Finalmente

$$E_C = 0 \qquad E_{PG} = -mg\ell\cos\theta_{MAX}$$



$$\therefore \quad \frac{1}{2}mv^2 - mg\ell = -mg\ell\cos\theta_{MAX}$$

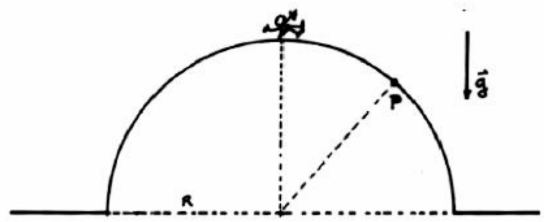
$$v^2 = 2g\ell\left(1-\cos\theta_{MAX}\right)$$

$$4 = 2\cdot 10\cdot 1\left(1-\cos\theta_{MAX}\right)$$

$$\cos\theta_{MAX} = 0{,}8 \qquad \boxed{\theta_{MAX} = 37^\circ}$$

PROBLEMA 4

Un muchacho de masa m está sentado sobre un montículo hemisférico de nieve, tal como se muestra en la figura. Si empieza a resbalar desde el reposo (suponiendo el hielo perfectamente liso), ¿en qué punto P deja el muchacho de tener contacto con el hielo?



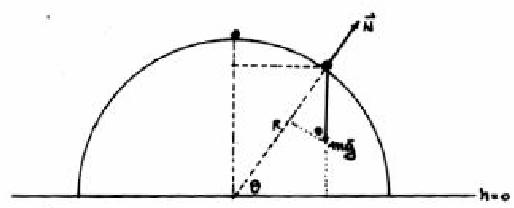
Solución

Inicialmente

$E_C = 0 \qquad E_{PG} = mgR$

Finalmente

$E_C = \frac{1}{2}mv^2 \qquad E_{PG} = mgRsen$



$$\boxed{\frac{1}{2}mv^2 + mgRsen\theta = mgR} \qquad (1)$$

$$mgsen\theta - N = \frac{mv^2}{R}$$

Si N=0

$$mgsen\theta = \frac{mv^2}{R} \quad \text{o} \quad \text{sea} \quad \frac{mv^2}{2} = \frac{mgRsen\theta}{2} \qquad (2)$$

(2) en (1)

$$\frac{mgRsen\theta}{2} + mgRsen\theta = mgR$$

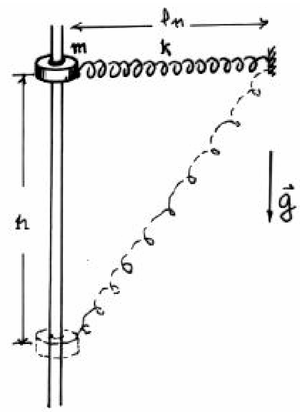
$$\frac{3}{2}sen\theta = 1$$

$$sen\theta = \frac{2}{3} \qquad \boxed{\theta \ = \ 41{,}81^{\circ}}$$

PROBLEMA 5

La masa m puede deslizar sin roce por la guía rígida vertical fija. La masa está atada a un resorte de longitud natural $\ell_n = 0{,}3\,\mathrm{m}$. Determinar la velocidad de la masa cuando pasa por la posición h = 0,4m, si se suelta en la posición mostrada.

m = 0,8kg, k = 160N/m.



Solución

Inicialmente

$E_{CI} = 0 \qquad E_{PGI} = 0 \qquad E_{PEI} = 0$

Finalmente

$E_C = \frac{1}{2}mv^2 \qquad E_{PG} = -mgh$ en que $h = 0{,}4m$

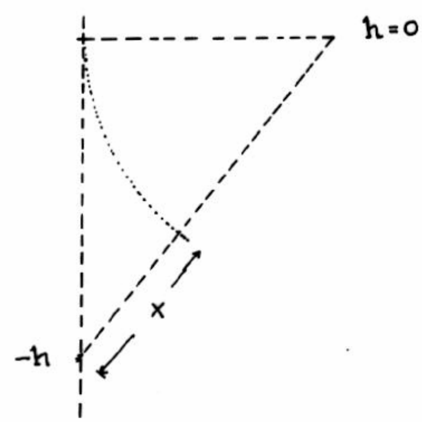
$E_{PE} = \frac{1}{2}\mathrm{k}\mathrm{x}^2$ en que $\mathrm{x} = 0{,}2m$

$$\therefore \quad \frac{1}{2}mv^2 - mgh + \frac{1}{2}kx^2 = 0$$

$$\frac{1}{2}\cdot 0{,}8v^2 - 0{,}8\cdot 10\cdot 0{,}4 + \frac{1}{2}\cdot 160\cdot(0{,}2)^2 = 0$$

$$0{,}4v^2 - 3{,}2 + 3{,}2 = 0$$

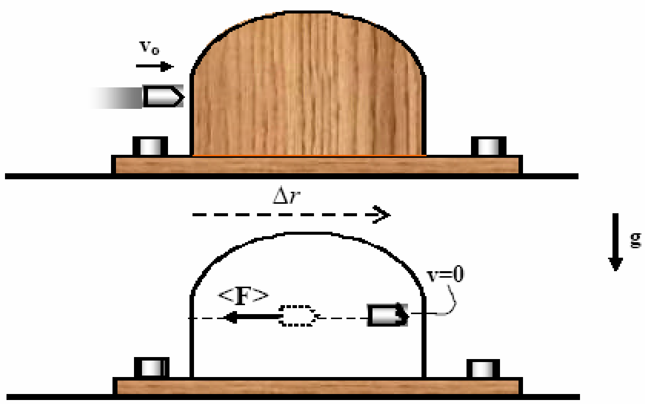
$$\boxed{v = 0}$$



PROBLEMA 6

Una bola de 30[gr] de masa llega a golpear un bloque de madera con una rapidez de 300[m/s], logrando introducirse en el bloque 12[cm]. ¿Cuál es la fuerza media ejercida por el bloque sobre la bala?

Solución



$$E_{co} = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} 0{,}03 \cdot (300)^2$$

$$\left.\begin{aligned} E_{co} &= 1350[\mathrm{J}] \\ E_{ci} &= 0 \end{aligned}\right\} W = \Delta E_c = -1350[\mathrm{J}] \qquad (1)$$

$$W = \langle \vec{F} \rangle \cdot \Delta \vec{r}$$

$$W = -\left| \langle \vec{F} \rangle \right| \cdot \Delta r$$

$$W = -\left| \langle \vec{F} \rangle \right| \cdot 0{,}12 \qquad (2)$$

(1) en (2)

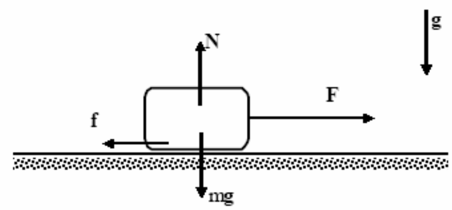
$$-1350 = -\left| \langle \vec{F} \rangle \right| \cdot 0{,}12$$

$$\boxed{\left| \langle F \rangle \right| = 11.250[\mathrm{N}]}$$

PROBLEMA 7

Calcular el trabajo que debe realizar una fuerza para aumentar la rapidez con que se mueve un cuerpo desde 2[m/s] hasta 6[m/s] en un recorrido de 10[m] si durante todo el camino actúa una fuerza de rozamiento constante igual a 2[N]. La masa del cuerpo es 1[kg].

Solución



$$\Delta E_c = W_{\vec{F}} + W_{\vec{f}}$$

$$W_{\vec{f}} = F \cdot \Delta r \cos\theta = 2 \cdot 10 \cos(180^\circ)$$

$$W_{\vec{f}} = -20[\mathrm{J}]$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m \left(v_1^2 - v_0^2\right) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (36 - 4)$$

$$\Delta E_c = 16[\mathrm{J}]$$

$$\therefore \quad W_{\vec{F}} - 20 = 16$$

$$\boxed{W_{\vec{F}} = 36[\mathrm{J}]}$$

PROBLEMA 8

Un cuerpo se desliza por una superficie horizontal, tirado por una fuerza de 200[N]. Si la masa del cuerpo es de 35[Kg] y el coeficiente de roce entre la superficie y el cuerpo es de 0,2. Calcular para cuando el cuerpo se haya movido 3[m] el trabajo realizado por:

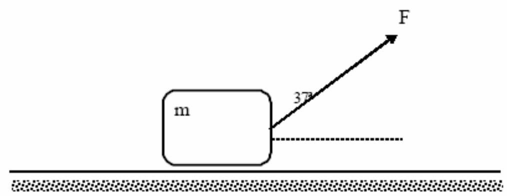
a) la fuerza de 200[N]

b) el peso del cuerpo

c) la fuerza normal

d) el roce

e) la fuerza neta



Solución

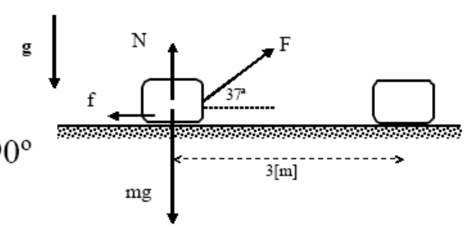
a) $W_{\vec{F}} = F \cdot \Delta r \cdot \cos\theta$

$= 200 \cdot 3 \cdot \cos 37^{\circ}$

$\boxed{W_{\vec{F}} = 480[\mathrm{J}]}$

b) $W_{m\vec{g}} = mg \cdot \Delta r \cdot \cos 90^{\circ}$

$\boxed{W_{m\vec{g}} = 0[\mathrm{J}]}$



c) $W_{\vec{N}} = N \cdot \Delta r \cdot co90^{\circ}$

$\boxed{W_{\vec{N}} = 0[\mathrm{J}]}$

d) $W_{\vec{f}} = f \cdot \Delta r \cdot \cos 180^{\circ}$

$f = \mu \cdot N$

$N + Fsen37^{\circ} = mg$

$N = mg - Fsen37^{\circ} = 350 - 200 \cdot 0,6$

$N = 230[\mathrm{N}]$

$W_{\vec{f}} = -138[\mathrm{J}]$

e) $F_{\mathrm{Neta}} = F\cos 37^{\circ} - f = 200 \cdot 0,8 - 0,2 \cdot 230$

$F_{\mathrm{Neta}} = 114[\mathrm{N}]$

PROBLEMA 9

Una masa de 0.5[kg] puede deslizar por una superficie muy lisa, sujeta a un resorte de k=200[N/m]. Inicialmente se estira 20[cm] desde su posición de equilibrio y se suelta. Calcular:

a) La velocidad del cuerpo cuando pase nuevamente por la posición de equilibrio.

b) Posición para la cual la energía mecánica es mitad cinética y mitad potencial elástica.

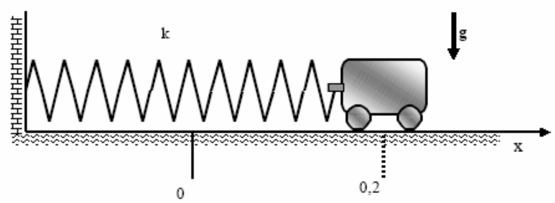
Solución

a) Si $x = 0{,}2[\text{m}]$

$$v_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad E_{CO} = 0[\text{J}]$$

$$\Rightarrow E_{PEO} = \frac{1}{2} \cdot kx^2 = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot (0{,}2)^2 = 4[\text{J}]$$

$$\therefore \quad E_{MO} = 4[\text{J}]$$



Si $x = 0[\text{m}]$

$$\Rightarrow \; E_{C1} = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 v_1^2$$

$$E_{C1} = 0{,}25 v_1^2$$

$$\Rightarrow E_{PE1} = 0[\text{J}]$$

$$\therefore \quad E_{M1} = 0{,}25 v_1^2$$

$$\Rightarrow \quad E_{M0} = E_{M1}$$

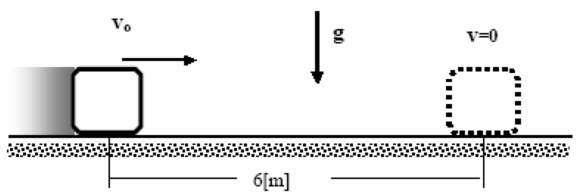
PROBLEMA 10

Se deja resbalar un tejo por una superficie horizontal con una rapidez inicial de 20[m/s] y se observa que el tejo se detiene después de haber recorrido 6[m].

Calcular el trabajo realizado por el roce.

m = 0,5[Kg].

Solución



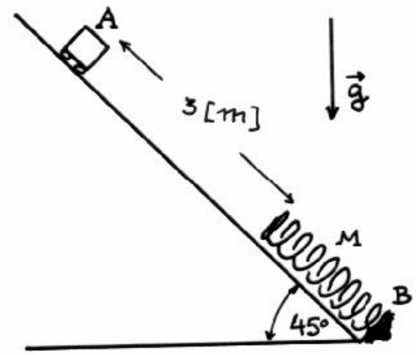
$$E_{CO} = \frac{1}{2}mv_0^2$$
$$E_{PO} = 0$$
$$\therefore E_{MO}\ \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$E_{C1} = 0$$
$$E_{P1} = 0$$
$$\therefore E_{M1} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta E_M = E_{M1} - E_{M0} = -\frac{1}{2}mv_0^2$$
$$\therefore W_{roce} = \Delta E_M = -\frac{1}{2}mv_0^2$$
$$W_{roce} = -\frac{1}{2}\cdot 0,5\cdot(20)^2$$
$$\boxed{W_{roce} = -100[\text{J}]}$$

PROBLEMA 11

El cuerpo A de la figura tiene una masa de 0,5kg. Partiendo del reposo resbala 3m sobre un plano muy liso, inclinado 45º sobre la horizontal, hasta que choca con el resorte M, cuyo extremo B está fijo al final del plano. La constante del resorte es k=400N/m. Calcular su máxima deformación.



Solución

En el punto 1 el cuerpo A tiene una energía cinética $E_{C1}=0$ y una energía potencial gravitatoria $E_{PG1}=mgh=mgdsen45º$. En el punto 2 su energía cinética es $E_{C2} = \frac{1}{2}mv^2$ y su energía potencial gravitatoria es $E_{PG2} = 0$.

El punto 3 corresponde a la posición del cuerpo en su máxima deformación.

En dicho punto la energía cinética del cuerpo es $E_{C3} = 0$, su energía potencial gravitatoria $E_{PG3} = -mgxsen45º$ y su energía potencial elástica

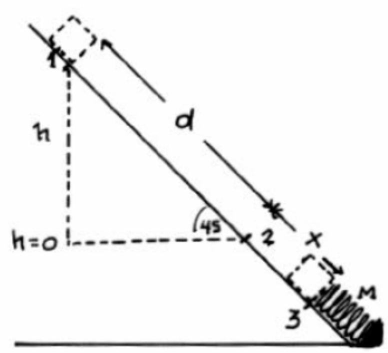
$$E_{PE3} = \frac{1}{2}kx^2$$

$\therefore$ Podemos usar

$$E_{C1} + E_{P1} = E_{C2} + E_{P2} = E_{C3} + E_{P3}$$

$$0 + mgdsen45º = 0 - mgxsen45º + \frac{1}{2}kx^2$$

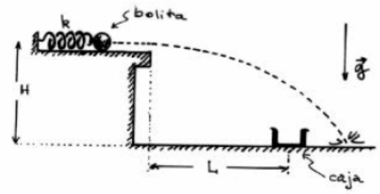
Ecuación de segundo grado que con los respectivos reemplazos numéricos dará como resultado:



$$\boxed{x = 0{,}24m}$$

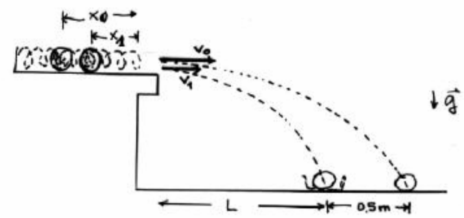
PROBLEMA 12

La caja está a 2,5m del borde de la mesa. Cuando el resorte se comprime 10cm, la bola cae 0,5m de la caja por delante. ¿Cuánto hay que comprimir el resorte para que la bolita caiga dentro de la caja?



Solución

En ambos casos la energía potencial elástica se transforma en energía cinética, lo que determina la velocidad de salida de la bola. Sea t el tiempo que demora la bola en llegar al suelo en ambos casos y x la compresión en el segundo caso.



$\therefore$

$$\frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad \text{y como } v_0 = \frac{L+0,5}{t} \quad \frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{L+0,5}{t}\right)^2 \qquad (1)$$

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{y como } v = \frac{L}{t} \quad \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{L}{t}\right)^2 \qquad (2)$$

(2) : (1)

$$\frac{x^2}{x_0^2} = \left(\frac{L}{L+0,5}\right)^2 \qquad \frac{x}{x_0} = \frac{L}{L+0,5}$$

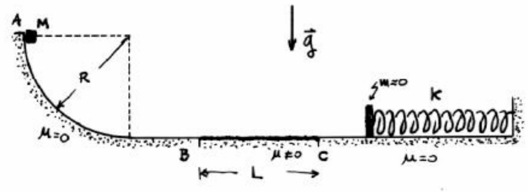
$$\therefore \quad \frac{x}{0,1} = \frac{2,5}{3}$$

$$\boxed{x = 0,08\text{m} = 8\text{cm}}$$

PROBLEMA 13

Un bloque de masa M se suelta desde el punto A sobre el camino ABCD el cual se ve en la figura. El cuerpo desliza chocando al final del camino con el resorte de constante k, al cual comprime una distancia d desde su posición de equilibrio, antes de quedar momentáneamente en reposo. Determine el coeficiente de roce cinético entre el bloque y la parte $\overline{BC}$ del camino.

R=1m L=2m k=100N/m
d=0,2m m=1kg



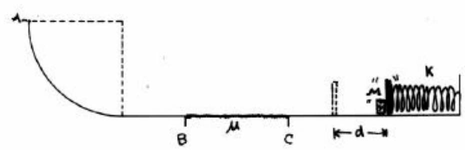
Solución:

$$\frac{1}{2}kd^2 - mgR = -\mu mgL$$

$$\frac{1}{2}\cdot 100\left(0,2\right)^2 - 1\cdot 10\cdot 1 = -\mu\cdot 1\cdot 10\cdot 2$$

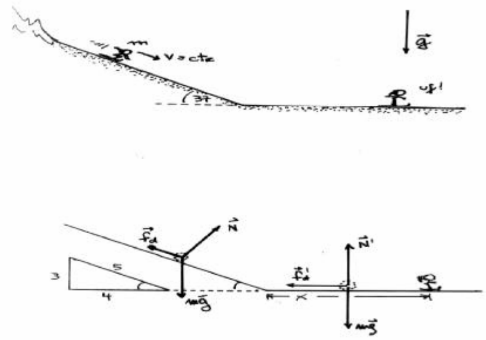
$$2 - 10 = -\mu\cdot 20$$

$$\boxed{\mu = 0,4}$$



PROBLEMA 14

Un esquiador de 80kg de masa desliza pendiente abajo con rapidez constante de 12 m/s. Debido al roce entre esquí y nieve, el esquiador se detiene en cierto punto del plano horizontal. Determinar la distancia que alcanza a deslizar el esquiador en el plano horizontal antes de detenerse.



Solución

Como baja con rapidez constante

$\mu = tg37^{o}$ $\qquad$ $\mu = 0,75$

Cuando llega al tramo horizontal

$$E_{CI} = \frac{1}{2}mv^2 \qquad E_{PI} = 0$$

Cuando se detiene después de haber recorrido una distancia x

$$E_c = 0 \quad E_p = 0$$

$$\therefore \boxed{\Delta E_M = -\frac{1}{2}mv^2} \qquad (1)$$

$W_{ROCE} = -f \cdot x$ y como $f = \mu mg$

$$\boxed{W_{ROCE} = -\mu mgx} \qquad (2)$$

De (1) y (2)

$$\mu \cancel{m} gx = \frac{1}{2}\cancel{m}v^2$$

$$x = \frac{v^2}{2\mu g} = \frac{(12)^2}{2 \cdot 0,75 \cdot 10}$$

$$\boxed{x = 9,6m}$$

PROBLEMA 15

Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba desde el suelo con una rapidez de 12 m/s. Debido a la (natural) pérdida de energía (debida al roce viscoso) la pelota llega a 5m de altura. Si en la ajada pierde la misma fracción de la energía que a la salida, determine la rapidez de llegada al suelo. Asuma que la pelota tiene una masa de 0,5 kg.

Solución

En la subida

$$E_{CI} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5(12)^2 \qquad E_{CI} = 36J \qquad E_{PI} = 0$$

$$E_{CF} = 0 \qquad E_{PF} = 0{,}5 \cdot 10 \cdot 5 \qquad E_{PF} = 25J$$

O sea en la salida perdió 11J que corresponden al 30,56% de la energía inicial.

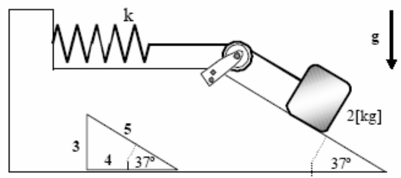
Si empieza a bajar con 25J y pierde el 30,56% llegará al suelo con una energía de 17,36J.

$$\therefore \quad 17{,}36 = \frac{1}{2} 0{,}5 v^2$$

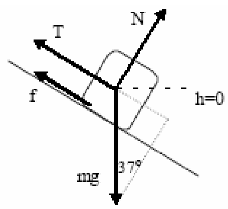
$$\boxed{v = 8{,}33 \frac{m}{s}}$$

PROBLEMA 16

Un bloque situado sobre un plano inclinado áspero está conectado a un resorte de masa insignificante que tiene una constante de fuerza de 100[N/m], como se indica en la figura. Se suelta el bloque, que está en reposo, cuando el resorte no está alargado. Sabiendo que la polea carece de fricción y es de masa despreciable, determine el coeficiente de fricción entre el bloque y el plano inclinado.



Solución



Si baja una distancia x antes de detenerse.

Inicialmente: $E_{CO} = 0$

$$E_{PEL} = 0$$

$$E_{PG} = 0$$

$$\therefore \quad E_{MO} = 0$$

Finalmente: $E_{CI} = 0$

$$E_{PEL} = \frac{1}{2}kx^2$$

$$E_{PG} = mgsen\theta\left(-x\right)$$

$$\therefore \quad E_{MI} = \frac{1}{2}kx^2 - mgxsen\theta$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}kx^2 - mgxsen\theta\right) - 0 = W_{roce}$$

$$W_{roce} = -f \cdot x = -\mu mg\cos\theta x$$

PROBLEMA 17

Un hombre y un muchacho van corriendo. En esas condiciones la energía cinética del muchacho es el doble de la energía cinética del hombre, a pesar de que la masa del muchacho es la mitad de la masa del hombre. El hombre aumenta su velocidad en 1[m/s], entonces su energía cinética es igual a la del muchacho. ¿Cuáles eran las velocidades iniciales del hombre y del muchacho?

Solución

v_M : velocidad inicial del muchacho.
v_H : velocidad inicial del hombre.
m_H : masa del muchacho.
m_H : masa del hombre.

Inicialmente:

$$E_{CH} = \frac{1}{2} E_{CM}$$

$$\frac{1}{2} m_H v_H^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{2} m_M v_M^2$$

pero $m_H = 2m_M$

$$\therefore \quad \frac{1}{2} \cdot 2m_M \cdot v_H^2 = \frac{1}{4} m_M v_M^2$$

$$4v_H^2 = v_M^2$$

$$v_M = 2v_H$$

Después:

$$\cancel{\frac{1}{2}} m_H \left(v_H + 1\right)^2 = \cancel{\frac{1}{2}} m_M \cdot v_M^2$$

$$2\cancel{m_M}\left(v_H + 1\right)^2 = \cancel{m_M} v_M^2$$

$$\cancel{2}\left(v_H + 1\right)^2 = \cancel{4}^{2} v_H^2$$

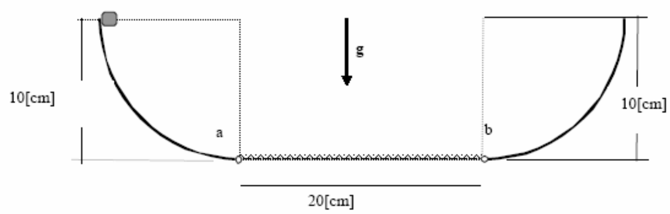
$$\left(v_H + 1\right)^2 = 2v_H^2$$

$$v_H^2 - 2v_H - 1 = 0$$

$$\therefore v_H = \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2}$$

PROBLEMA 18

Una partícula de masa m = 50[gr] se desliza dentro de una caja cuya sección transversal tiene arcos circulares en cada lado y una parte central horizontal de 20[cm] de longitud entre los puntos *a* y *b*. Los lados curvos tienen fricción despreciable y para el fondo el coeficiente de fricción es 0,15. La partícula parte del reposo en la orilla, que está a 10[cm] sobre el fondo plano. ¿Dónde se detiene finalmente la partícula?



Solución

Inicialmente:

$$\left.\begin{aligned} E_{PO} &= mgh = 0{,}05 \cdot 10 \cdot 0{,}1 = 0{,}05[\mathrm{J}] \\ E_{CO} &= 0 \end{aligned}\right\} E_{MO} = 0{,}05[\mathrm{J}]$$

Cuando se detiene al subir después de la primera pasada por el plano horizontal

$$\left.\begin{aligned} E_{CI} &= 0 \\ E_{PI} &= 0{,}05 \cdot 10 \cdot h_1 = 0{,}5 h_1 \end{aligned}\right\} E_{MI} = 0{,}05 h_1$$

$$\therefore \quad \Delta E_M = 0{,}5 h_1 - 0{,}05$$

$$W_{roce} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = -F \cdot \Delta r = -\mu m g \Delta r = -0{,}15 \cdot 0{,}05 \cdot 10 \cdot 0{,}2$$

$$W_{roce} = -0{,}015[\mathrm{J}]$$

$$\therefore \quad 0{,}5 h_1 - 0{,}05 = -0{,}015$$

$$h_1 = 0{,}07[\mathrm{m}]$$

En la segunda subida llegará a una altura de 0,04[m] y en la tercera subida llegará de 0,01[m] (ocupando siempre la lógica anterior).

Esta será la última subida pues al volver hacia la izquierda avanzará en el plano horizontal una distancia x, tal que:

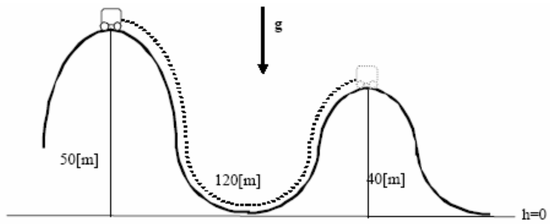
$$-\mu m g x = -mgh \quad \text{en que} \quad h = 0{,}01.$$

$$x = \frac{h}{\mu} = \frac{0{,}01}{0{,}15}$$

$$\boxed{x = 0{,}07[\mathrm{m}]}$$

PROBLEMA 19

Cierta montaña rusa se eleva a 50[m]. Si la siguiente elevación es de 40[m] y se encuentra tras 120[m]de recorrido. ¿Cuál es el valor máximo permitido de la fricción sobre un carro de 500[kg] que se pone en movimiento en la primera elevación si se quiere que llegue a la 2ª elevación?



Solución

Inicialmente:

$$E_{CO} = 0[\mathrm{J}]$$

$$E_{PO} = mgh_1 = 500 \cdot 10 \cdot 50 = 250000[\mathrm{J}]$$

$$\therefore \quad E_{MO} = 250.000[\mathrm{J}]$$

Si como mínimo queremos llegar a la 2ª elevación, entonces:

$$E_{CF} = 0[\mathrm{J}]$$

$$E_{PF} = mgh_2 = 500 \cdot 10 \cdot 40 = 200.000[\mathrm{J}]$$

$$\therefore \quad E_{MF} = 200.000[\mathrm{J}]$$

$$\Rightarrow \quad \Delta E_M = -50.000[\mathrm{J}]$$

$$W_{roce} = -\left|\left\langle \vec{f} \right\rangle\right| \cdot d, \qquad \text{en que} \quad d = 120[\mathrm{m}]$$

$$W_{roce} = -\left|\left\langle \vec{f} \right\rangle\right| \cdot 120$$

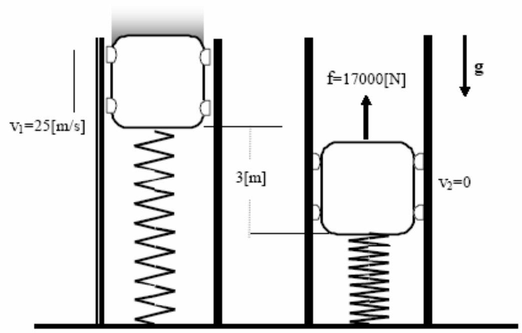
$$\therefore \quad W_{roce} = \Delta E_M$$

$$-\left|\left\langle \vec{f} \right\rangle\right| \cdot 120 = -50.000$$

$$\boxed{\left|\left\langle \vec{f} \right\rangle\right| = 416{,}67[\mathrm{N}]}$$

PROBLEMA 20

En la peor de las situaciones, un ascensor de 2000[kg] con los cables rotos cae a 25[m/s] cuando hace contacto con un resorte en el fondo del hueco del ascensor, comprimiéndolo 3[m]. Durante el movimiento, un freno de seguridad aplica una fuerza de fricción constante de 17000[N] al ascensor. Determine que constante de fuerza debe tener el resorte.



Solución

El ascensor hace contacto con el resorte en A y se detiene en B.
Escogemos el origen en A.

En A: $E_{CA} = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}2000(25)^2 = 625.000[J]$

$E_{PG} = 0$ (porque $h_1 = 0$)

$E_{PE} = 0$ (porque el resorte no se ha comprimido)

$$W_{\vec{f}} = -17000 \cdot 3 = -51.000[J]$$

En $B : E_{CB} = 0$ (porque $v_2 = 0$)

$$E_{PG} = mgh_2 = 2000 \cdot 10 \cdot (-3) = -60.000[J]$$

$$E_{PE} = \frac{1}{2}kh_2^2 = 4,5k$$

Para el equilibrio energético

$$625.000 - 51.000 = -60.000 + 4,5k$$

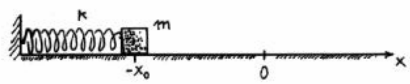
$$\boxed{k = 1,41 \cdot 10^5 [N/m]}$$

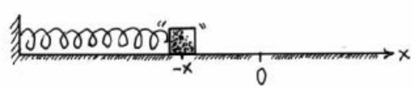
PROBLEMA 21

Una masa m ligada a un resorte de constante k se comprime desde la posición de equilibrio, una distancia x_o sobre una superficie horizontal con coeficiente de roce μ. Si m es soltada desde esa posición, determine la compresión del resorte cuando queda en reposo la masa después de una oscilación completa.

Solución

Balance de energía entre 1 y 2





$E_{C1} = 0 \qquad E_{PE1} = \frac{1}{2}kx_0^2$

$E_{C2} = 0 \qquad E_{PE2} = \frac{1}{2}kx'^2$

$$\Delta E_M = \frac{1}{2}kx'^2 - \frac{1}{2}kx_0^2 \qquad (1)$$

$$W_{ROCE} = -\mu mg(x_0 + x') \qquad (2)$$

De (1) y (2)

$$\frac{1}{2}k\left(x_0^2 - x'^2\right) = \mu mg\left(x_0 + x'\right)$$

de donde $\boxed{\frac{1}{2}k\left(x_0 - x'\right) = \mu mg}$ (3)

Balance de energía entre 2 y 3

$E_{C3} = 0 \qquad E_{PE3} = \frac{1}{2}kx^2$

$E_{C4} = 0 \qquad E_{PE2} = \frac{1}{2}kx'^2$

$$\Delta E_M = \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}kx'^2 \qquad (4)$$

$$W_{ROCE} = -\mu mg(x' + x) \qquad (5)$$

De (4) y (5)

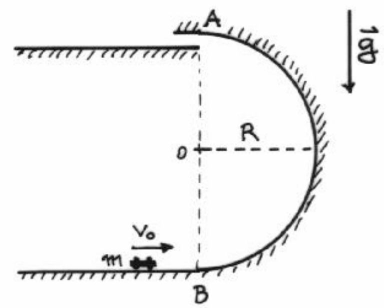
$$\frac{1}{2}k\left(x^2 - x^2\right) = \mu mg\left(x' + x\right)$$

de donde $\boxed{\frac{1}{2}k\left(x' - x\right) = \mu mg}$ (6)

(3) +(6)

$$\frac{1}{2}k\left(x_0 - x\right) = 2\mu mg \qquad x_0 - x = \frac{4\mu mg}{k} \qquad \boxed{x = x_0 - \frac{4\mu mg}{k}}$$

PROBLEMA 22



Determinar la mínima rapidez v_0 que debe tener la masa m en B, para que logre "entrar" por la abertura A.

Solución

Al entrar en A su rapidez v'_A está dada por la expresión

$$mg + N_A = m\frac{v'^2_A}{R}$$

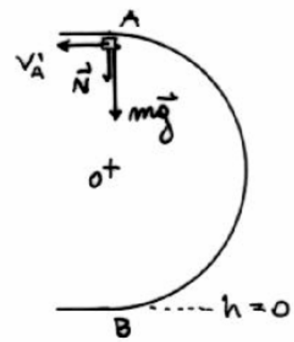
cuando v'_A es mínima, N_A=0 luego $mg = m\dfrac{v'^2_A}{R}$

$$v'_A = \sqrt{Rg}$$

Como E(B) = E(A)

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv'^2_A + mg \cdot 2R$$

$$v_0^2 = Rg + 4gR = 5Rg \qquad \rightarrow \qquad v_0 = \sqrt{5Rg}$$



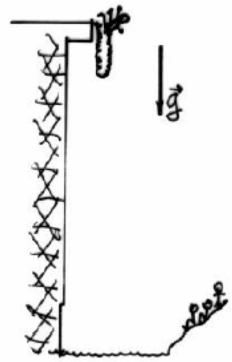
PROBLEMA 23

Una persona de 100 [kg] de masa se deja caer de un puente que está a 30 [m] de la superficie del agua, amarrado a una cuerda elástica de 10 [m] de largo que tiene su otro extremo atado al puente. Si la persona apenas roza el agua, determinar:

a) la constante elástica de la cuerda;

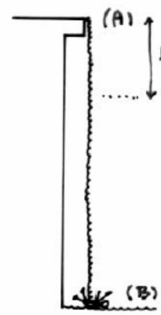
b) la máxima rapidez alcanzada durante la caída;

c) la aceleración al tocar el agua.



Solución

a) Como sobre la persona solo actúan las fuerzas conservativas gravitatoria y elástica, la energía mecánica de ella se conserva durante la caída.



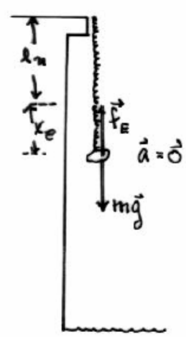
$E(A) = E(B)$

$K(A) + U_g(A) + U_E(A) = K(B) + U_g(B) + U_E(B)$

$$0 + mgh + 0 = 0 + 0 + \frac{1}{2}k(h - \ell n)^2$$

de donde $k = \dfrac{2mgh}{(h-\ell n)} = \dfrac{2 \cdot 100 \cdot 10 \cdot 30}{20^2} = 150\left[\dfrac{N}{m}\right]$

b) La rapidez es máxima cuando la aceleración es cero (cuando la rapidez deja de aumentar). Sea x_e el estiramiento en el equilibrio:

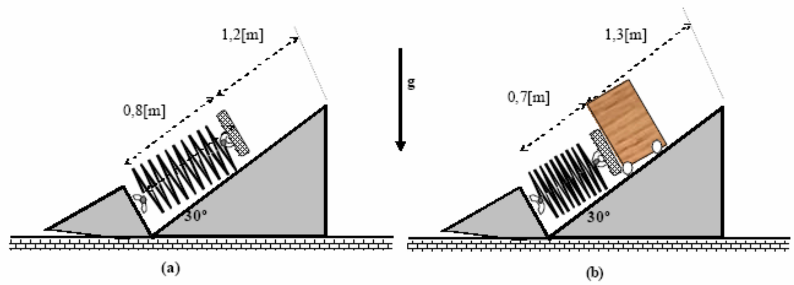


$\therefore \quad kx_e = mg \qquad$ luego $\qquad x_e = \dfrac{mg}{k} = \dfrac{(h - \ell n)^2}{2h}$

$$= \frac{(30-10)^2}{2 \cdot 30} = 6{,}7[m]$$

PROBLEMA 24

Un resorte de 0,8[m] de largo reposa a lo largo de un plano inclinado 30º, de fricción despreciable, como en la figura (a). Una masa de 2[kg], que está en reposo contra el extremo del resorte, comprime el mismo una distancia de 0,1[m] como se ve en la figura (b). Se empuja la masa hacia abajo para comprimir el resorte 0,6[m] más y luego se suelta. Si el plano "inclinado tiene 2[m] de largo, determine la velocidad de la masa, cuando abandona el borde del extremo derecho de la pendiente.



Solución

$$mg sen\theta = kx$$

$$20 \cdot \frac{1}{2} = k \cdot 0{,}1$$

$$k = 100[\mathrm{N/m}]$$

$$\frac{1}{2}kx^2 = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

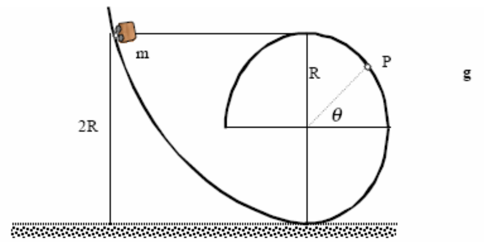
$$\frac{1}{2} \cdot 100(0{,}7)^2 = 20 \cdot 1{,}9 sen(30°) + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v^2$$

$$24{,}5 = 19 + v^2$$

$$v = 2{,}34[\mathrm{m/s}]$$

PROBLEMA 25

Si m se suelta desde una altura $H = 2R$ por la pista lisa recta seguida de un tramo circular. Determinar el ángulo θ para el cual m se despega de la pista.



Solución

Sea P el punto en el que m se despega de la pista

$$mg2R = \frac{1}{2}mv^2 + mg\left(R + Rsen\theta\right)$$

$$mv^2 = 2mgR\left(1 - sen\theta\right) \qquad (1)$$

En P la fuerza centrípeta es: $\quad mgsen\theta + N = \dfrac{mv^2}{R}$

$N = 0 \quad$ (se despega)

$$\therefore \quad mgsen\theta = \frac{mv^2}{R}$$

$$mv^2 = mgRsen\theta \qquad (2)$$

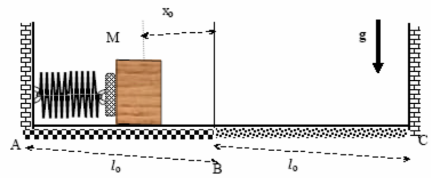
De (1) y (2)

$$mgRsen\theta = 2mgR\left(1 - sen\theta\right)$$

$$\boxed{\theta = 41{,}8^{\circ}}$$

PROBLEMA 26

La masa M de 0,5[kg] puede deslizar con roce despreciable en la región horizontal AB y con $\mu = 0,2$ en la región BC. Si la masa comprime una distancia $x_0 = 0,5[\text{m}]$

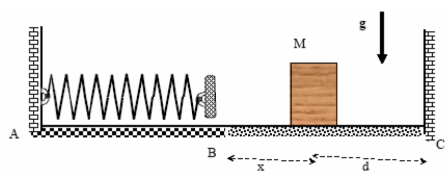


un resorte de $k = 100[\text{N/m}]$ y se suelta (sin quedar ligado a él), determinar la distancia a la muralla, con la cual choca elásticamente, a la que se detiene finalmente la masa. La longitud normal del resorte es $\ell_0 = 3[\text{m}]$.

Solución

$$E_0 = \frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}\cdot 100(0,5)^2$$

$$E_0 = 12,5[\text{J}]$$



Energía Mecánica que se disipa en cada pasada por la superficie BC es:

$$E' = \mu M g \ell_0 = 0,2\cdot 0,5\cdot 10\cdot 3$$

$$E' = 3[\text{J}]$$

Luego, en el primer viaje de ida y vuelta disipa 6[J], en el segundo viaje disipa 6[J] más.

Por lo tanto, para el tercer viaje dispone de 0,5[J].

$$\therefore \quad 0,5 = 0,2\cdot 0,5\cdot 10\cdot x$$

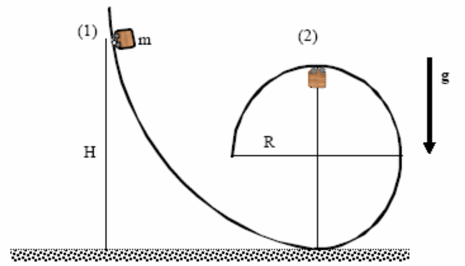
$$x = 0,5[\text{m}]$$

$$\Rightarrow \quad d = \ell_0 - x = 3 - 0,5$$

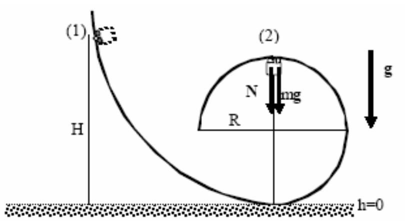
$$\boxed{d = 2,5[\text{m}]}$$

PROBLEMA 27

Un pequeño bloque, de masa *m*, se desliza por una vía en forma de rizo de roce despreciable como se muestra en la figura. ¿A qué altura sobre el punto más bajo del rizo debe soltarse el bloque para que la fuerza que ejerce contra la vía en la parte superior del rizo sea igual a su peso?



Solución



En (1): $E_{c1} = 0$

$E_{p1} = mgH$

En (2): $E_{c2} = 1/2\, mv^2$

$E_{p2} = mg2R$

$$\therefore \quad \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 + \cancel{m}g2R = \cancel{m}gH$$

$$v^2 + 4gR = 2gH \quad (\alpha)$$

$$N + mg = F_c$$

$$N + mg = \frac{mv^2}{R}$$

$$N = mg$$

$$\therefore \quad 2mg = \frac{mv^2}{R}$$

$$v^2 = 2gR \qquad (\beta)$$

de (α) y (β) $\qquad 2gR + 4gR = 2gH$

$$6R = 2H$$

$$\boxed{H = 3R}$$