P1 a)

$y(t) = -12t^2 - 10t + 3 \rightarrow$ Calcular $v(t)$.

$h \equiv \Delta t$

$y(t+h) = -12(t+h)^2 - 10(t+h) + 3$

$$\rightarrow v(t) = \lim_{h \to 0} \frac{-12(t+h)^2 - 10(t+h) + 3 - [-12t^2 - 10t + 3]}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{-12[t^2 + 2th + h^2] - 10t - 10h + 3 + 12t^2 + 10t - 3}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{-12t^2} - 24th - 12h^2 \cancel{-10t} - 10h \cancel{+3} \cancel{+12t^2} \cancel{+10t} \cancel{-3}}{h}$$

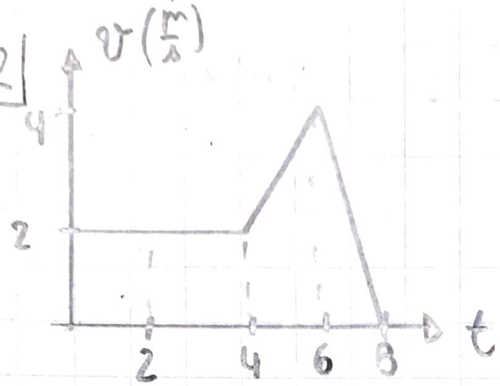
$$= \lim_{h \to 0} \frac{-24th - 12h^2 - 10h}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{h}(-24t - 12h - 10)}{\cancel{h}} =$$

$$= \lim_{h \to 0} -24t - \cancel{12h} - 10 = (-24t - 10) \ \frac{m}{s}$$

tiende a 0

P2



i) La veloc. no cambia entre $t=0(s) \wedge t=4(s)$.

ii) a vs. t

Entre $t=0 \wedge t=4$, la v es cte $\Rightarrow a(t=0$ a $t=4)=0$

Entre $t=4(s)$ y $t=6(s)$, la velocidad cambia linealmente (pues en el gráfico, se ve una recta).

↳ Con esto, la aceleración es cte.

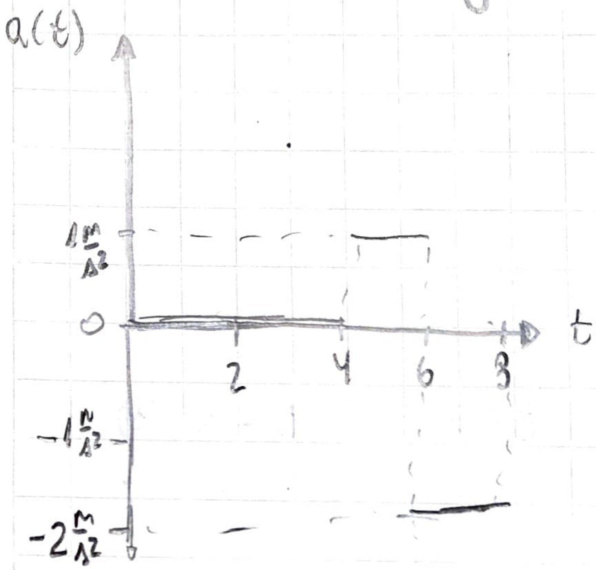
Para calcularla bastará tomar la pendiente de la recta.

$$a_{t=4\rightarrow t=6} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4\frac{m}{s} - 2\frac{m}{s}}{2(s)} = \underline{1\frac{m}{s^2}}$$

Para el tramo $t=6(s)$ a $t=8(s)$, es análogo:

$$a_{t=6\rightarrow t=8} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0(\frac{m}{s}) - 4(\frac{m}{s})}{2(s)} = \underline{-2\frac{m}{s}}$$

Con esto, el gráfico a vs t resulta

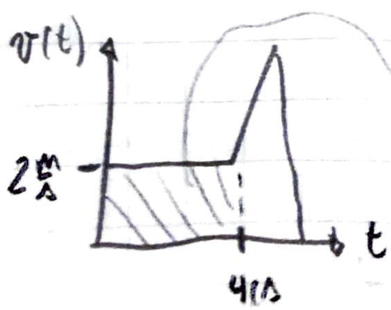


iii) El móvil se detiene cuándo $v(t^*) = 0$

En este caso, el gráfico indica que el móvil se detiene en $t = 8(s)$ (cruza el eje X la función velocidad).

iv) El área bajo la curva de $v(t)$ es la dist recorrida

En este caso (de $t=0$ a $t=4$):



$$\acute{A} = 2\frac{m}{\cancel{s}} \cdot 4(\cancel{s}) = 8(m)$$

↳ dist. rec. $= 8(m)$.

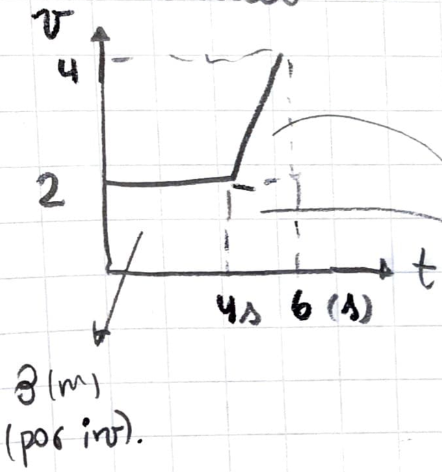
v) Rapidez Media entre $t=0(s)$ y $t=6(s)$

Sabemos que:

$$v_{Media} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{final} - x_{inic}}{\Delta t}$$

Sabemos que hasta $t=4$ ha recorrido $8(m)$.

Calculemos lo recorrido entre $t=4$ y $t=6$:



Calculando el área:

$$A_1 = \frac{2(s) \cdot 2\left(\frac{m}{s}\right)}{2} = 4(m)$$

$$A_2 = 2\frac{m}{s} \cdot 2(s) = 4(m)$$

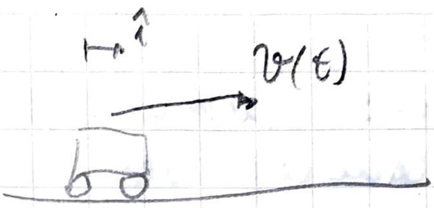
Con esto, entre $t=0$ y $t=6$ recorre $16(m)$

$$v_{media} = \frac{16(m)}{6(s)} = 2.67\frac{m}{s}$$

Aux 3 - FI1000-5

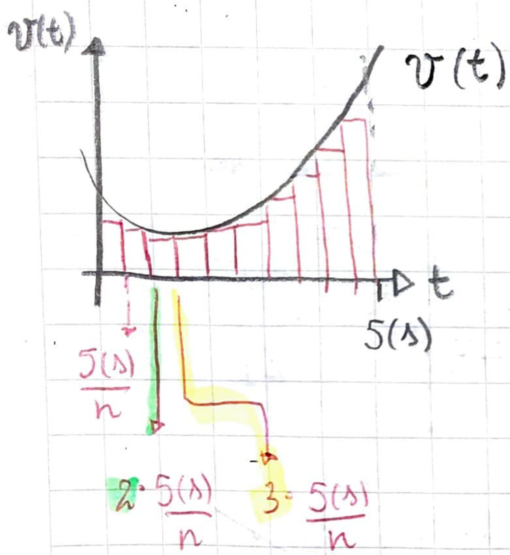
P3)

$\vec{v}(t) = (t^2 + 6t + 3)\left[\frac{m}{s}\right]\hat{x}$



$x(0) = 0\ m$

Calcular donde está el rayo en $t = 5(s)$



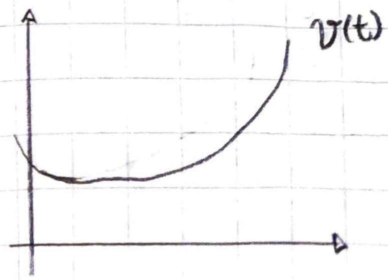
Buscamos el área bajo la parábola $v(t)$

→ Hagamos una aprox. dividiendole en rectángulos!

↳ Tomando n rectángulos, el ancho de cada rectángulo será de $\frac{5}{n}(s)$

El alto de cada rectángulo será dado por evaluar la función de velocidad en los tiempos que describe cada rectángulo.

Con esto, las áreas de los n rectángulos queda:



1^{er} rect: $\underbrace{v\left(1\cdot\frac{5}{n}(s)\right)}_{\text{Alto}} \cdot \underbrace{\frac{5}{n}(s)}_{\text{Ancho}}$

2^{o} rect: $v\left(2\cdot\frac{5}{n}(s)\right) \cdot \frac{5}{n}(s)$

$\vdots$

n^{o} rect: $v\left(n\cdot\frac{5}{n}(s)\right) \cdot \frac{5}{n}(s)$

Queremos sumar todos estos rectángulos para conocer una aproximación del área

$$\acute{A}_{Tot} \approx v\left(1 \cdot \frac{5(s)}{n}\right) \cdot \frac{5(s)}{n} + v\left(2 \cdot \frac{5(s)}{n}\right) \frac{5(s)}{n} + \dots + v\left(n \cdot \frac{5(s)}{n}\right) \frac{5(s)}{n}$$

En notación de sumatoria:

$$\acute{A}_{Tot} \approx \sum_{i=1}^{n} v\underbrace{\left(i \cdot \frac{5(s)}{n}\right)} \cdot \frac{5(s)}{n}$$

En este caso $t = \frac{i \cdot 5}{n}$

Utilizando que $v(t) = (t^2 + 6t + 3)$ $\left[\frac{m}{s}\right]$ $\hat{i}$

$$\acute{A}_{Tot} \approx \sum_{i=1}^{n} \underbrace{\left[\left(\frac{5i}{n}\right)^2 + 6\left(\frac{5i}{n}\right) + 3\right]\frac{(m)}{\cancel{(s)}}}_{\text{todos los altos}} \cdot \underbrace{\frac{5\,\cancel{(s)}}{n}}_{\text{Todos los Anchos}}$$

Desarrollando:

$$\acute{A}_{Tot} \approx \left[\frac{25}{n^2}\sum_{i=1}^{n} i^2 + \frac{30}{n}\sum_{i=1}^{n} i + 3\sum_{i=1}^{n} 1\right] \cdot \frac{5}{n} \quad (m)$$

Utilizando que:

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2} \qquad \sum_{i=1}^{n} 1 = n,$$

$$\acute{A}_{Tot} \approx \frac{5}{n}\left[\frac{25}{n^2}\cdot\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{30}{n}\cdot\frac{n(n+1)}{2} + 3n\right] (m)$$

$$\approx \frac{5}{n}\left[\frac{25\left[2n^2+3n+1\right]}{6n} + 15(n+1) + 3n\right] (m)$$

Simplificando todo en una sola fracción:

$$\Rightarrow \acute{A}_{Tot} \approx \frac{790n^2 + 325n + 125}{6n^2}$$

Para calcular el área exacta, tomamos el límite de esta expresión:

$$\acute{A}_{TOT} = \lim_{n \to \infty} \left(\frac{790 n^2 + 825 n + 125}{6 n^2} \right) \quad (m)$$

$$\acute{A}_{Tot} = \frac{790}{6} (m) = \underline{131.67 \ (m)}$$

↳ distancia que ha recorrido hasta t=5 s

y, como se nos indica que inicialmente $x(0) = 0$ (m), luego, en $t=5$ el auto debe estar en

$$x(5) = 131.67 \ (m)$$ Respecto al origen.

soy... veloz!

Solución al problema 30

Cada manzana debe tardar $t_0 = 3 \cdot 0,5 = 1,5$ segundos en subir y bajar. Al lanzar un objeto con velocidad v_0 hacia arriba tarda un tiempo v_0/g hasta llegar arriba y un tiempo igual hasta volver al punto de partida. Tenemos

$$t_0 = \frac{2v_0}{g} = 1,5 \ \ [\mathrm{s}] \ .$$

Esta ecuación nos permite evaluar la velocidad con que se debe lanzar la manzana, $v_0 = t_0 g/2$.

La altura a la que llega es un objeto lanzado con velocidad v_0 es $h = v_0^2/(2g)$. Combinando las dos últimas ecuaciones se encuentra para h la expresión

$$h = \frac{1}{8}\, g t_0^2 \ .$$

Con $g \simeq 10$ [m/s^2] se encuentra $h \simeq 3$ metros.