

Diseño de Compensadores II



Roberto Cárdenas Dobson, Msc. Ph.D Profesor Titular, U. Chile

Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile

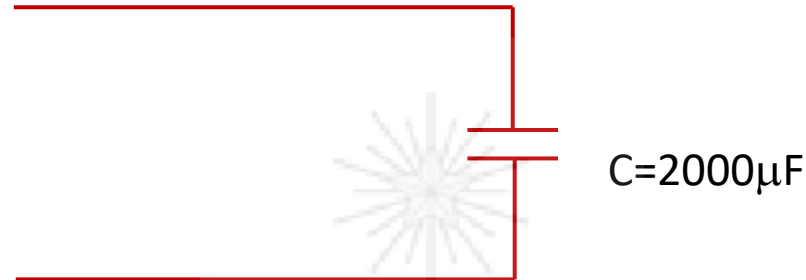
<https://sites.google.com/site/robertocardenasdobson/home>

Anti-WindUp

Límites del actuador

- Los actuadores están limitados en la cantidad de potencia que pueden entregar a una planta.
- Por este motivo no es posible diseñar un controlador que pueda obtener bajos tiempos de subida y establecimiento, si es que el actuador no es capaz de entregar la energía necesaria para cumplir con estos requerimientos.
- Si se diseña un controlador mas rápido de lo necesario existen al menos dos problemas.
 - Mayor ancho de banda efectivo a los componentes de ruido del sistema.
 - Saturación de los componentes integrales del controlador.

Ejemplo

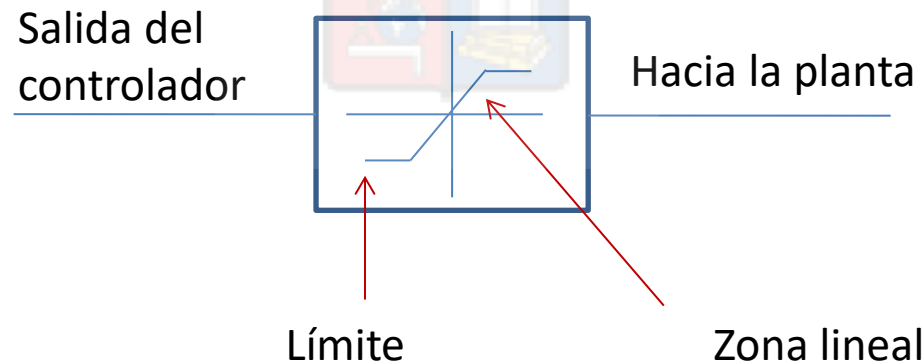


- Si el diseñador desea cambiar el voltaje de un condensador $C=2000\mu\text{F}$ de 20V a 200V en 1ms. ¿Cuál debería ser la potencia mínima del actuador?

$$P \approx \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{C(200^2 - 20^2)}{1\text{ms}} = 39.6\text{kW}$$

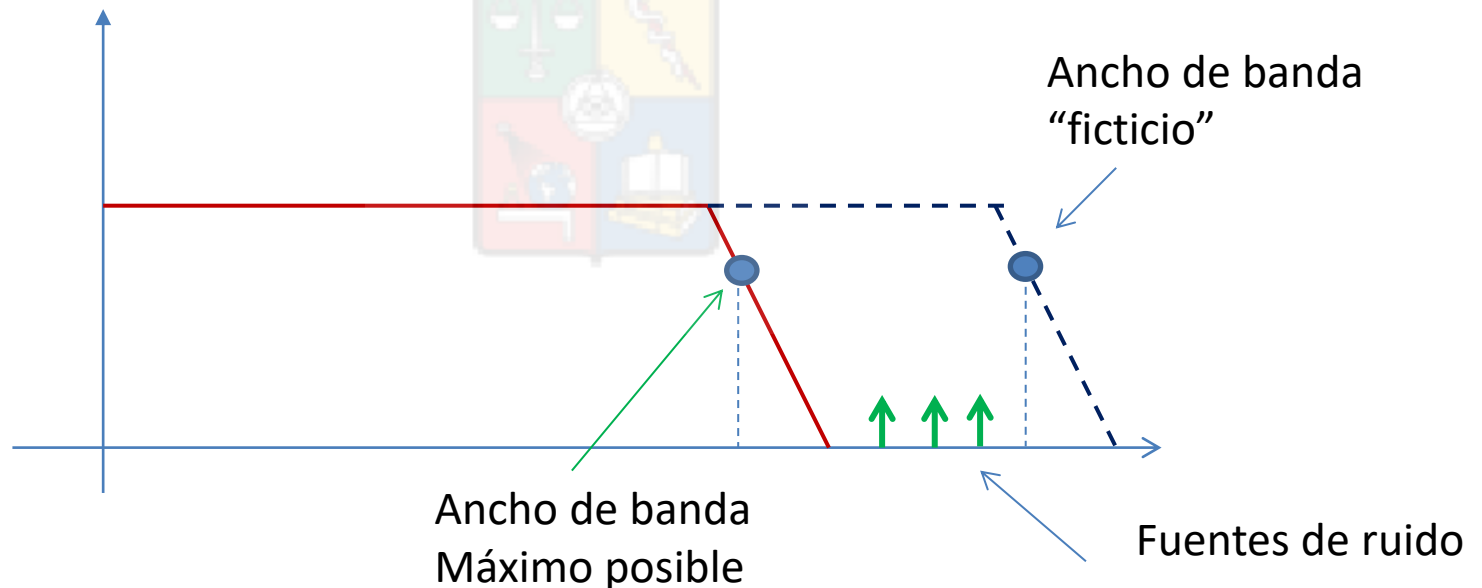
Ejemplo

- ¿Qué sucede si el actuador es de solo 5kW?. No es posible cambiar el voltaje en 1ms a pesar de que el controlador se diseñe con la frecuencia natural adecuada.



Ejemplo

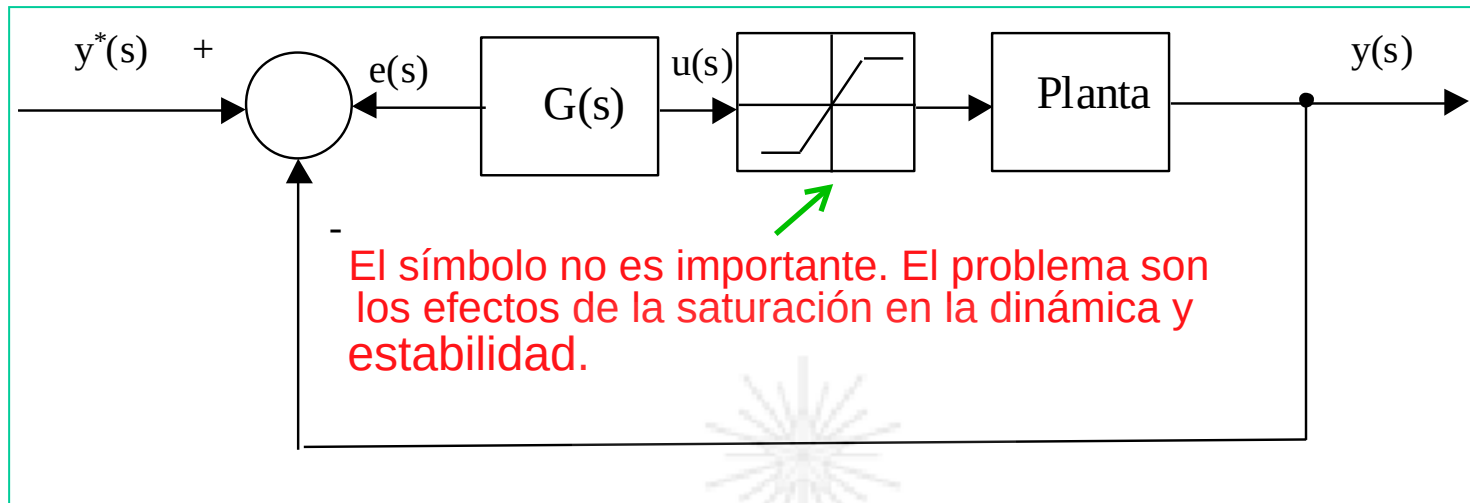
- ¿Qué sucede si en un sistema de control se diseña un controlador de alta velocidad y el actuador físicamente está limitado para entregar la potencia necesaria?.



Antiwinding Up

En los sistemas de control, la energía esta limitada físicamente por los actuadores o la capacidad del sistema. Por ejemplo la corriente de un devanado debe ser limitada para evitar sobrecalentamientos, el voltaje máximo a aplicar depende de las especificaciones de los dispositivos de electrónica de potencia, la energía a aplicar a un sistema esta dado por las capacidades de tuberías, transformadores, etc.

Es decir existen límites que deben ser considerados en el diseño de un sistema de control. La siguiente figura muestra la representación de un limitador en un sistema de control.



El símbolo mostrado en la figura, indica que la entrada de la planta está limitada entre un valor máximo y mínimo. En todos los otros casos la entrada a la planta es igual a la salida del controlador. El controlador PI y en general todos los controladores que consideran elementos integrales pueden tener mal desempeño al ser utilizados con limitadores. Esto se explica a continuación.



La ecuación de un controlador PI, en el dominio del tiempo, puede escribirse como:

Integrador digital

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt \approx K_p e(t) + \frac{1}{T_i} \sum e(t) \Delta t$$

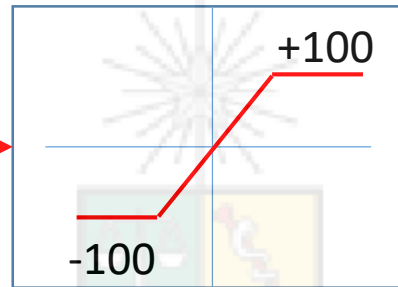
Como es bien conocido, una integral puede aproximarse a una sumatoria. Esto significa que el elemento integral no puede cambiar bruscamente su salida. Por ejemplo si la salida de la componente integral del controlador alcanza un valor tres veces mayor que el máximo permitido en la planta, reducir esta salida necesitará un tiempo, algunas veces considerable, hasta que la sumatoria esté en el rango de operación permitido.

Desde el controlador

$$K_p e(t) + \frac{1}{T_i} \sum e(t) \Delta t$$



1000
900
800
700
.....
90



Saturador representando los
límites del actuador

100
100
100
100
.....
90

Por ejemplo, suponiendo una planta dada por:

$$G(s) = \frac{10}{s + 10}$$

El rango de operación a la entrada de la planta está entre -10 y 10 (unidades). Suponga que se diseña un controlador PI considerando $\omega_n=300$, $\zeta=0.707$. Uno de los controladores posible es:

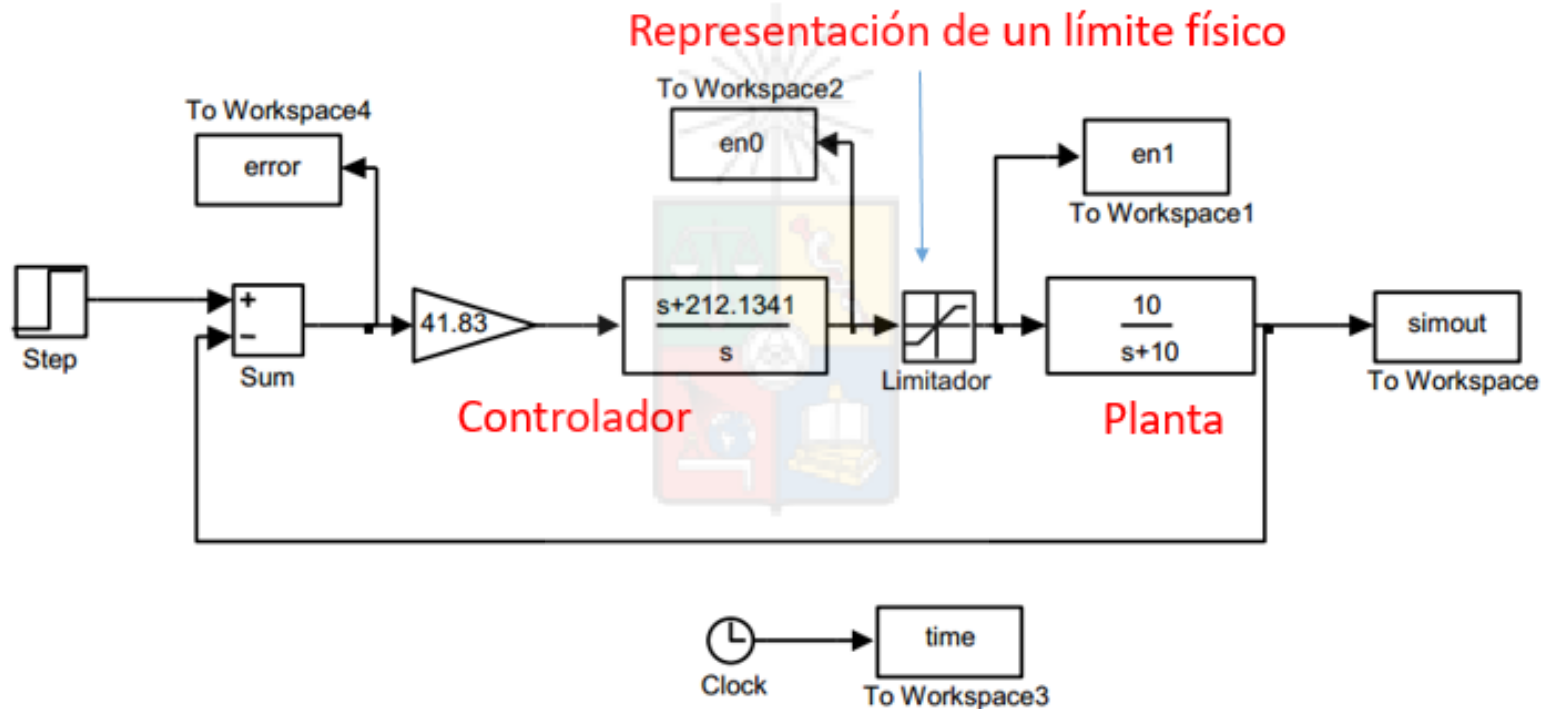
$$G_c(s) = 41.83 \frac{(s + 212.13)}{s}$$



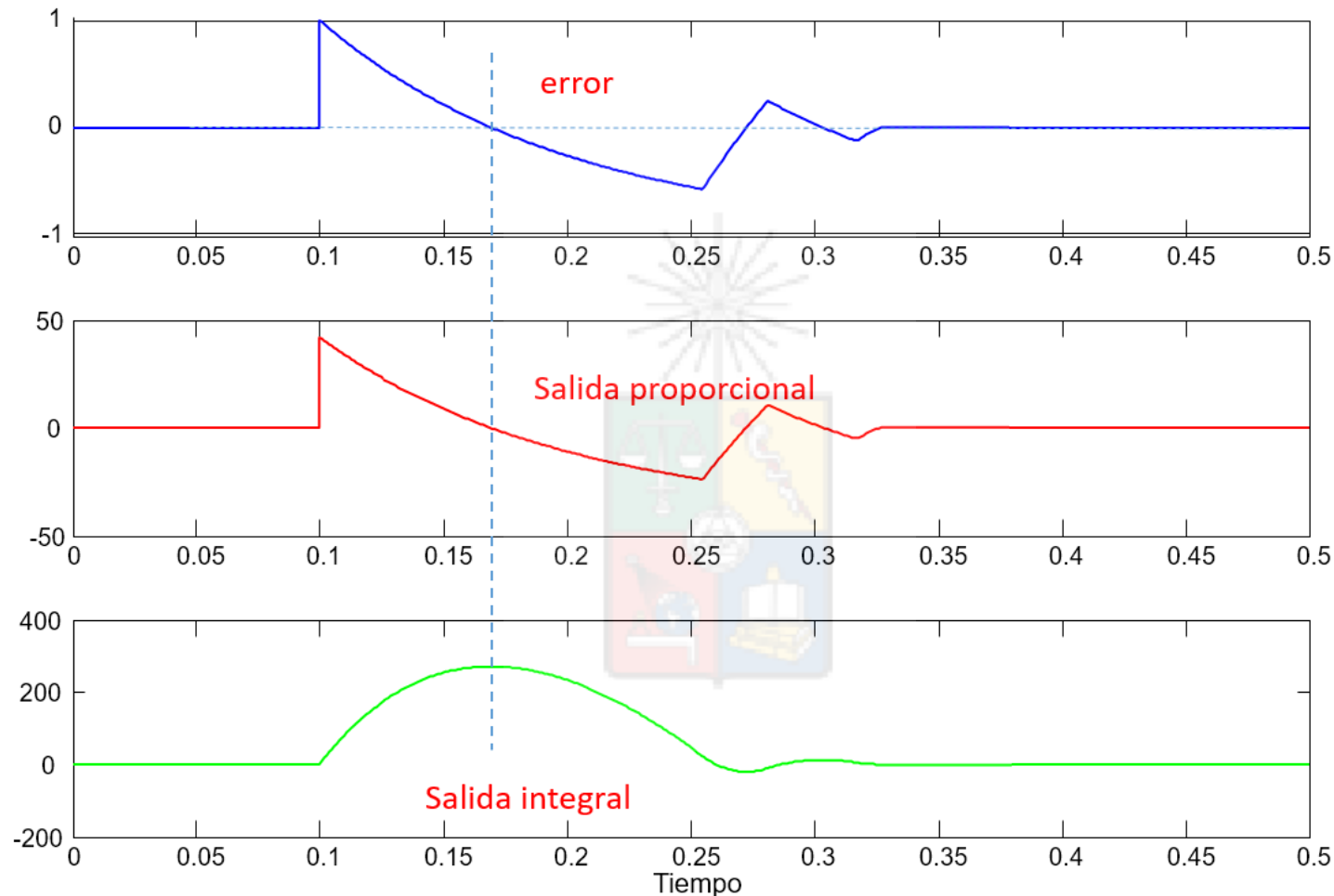
¿Qué está mal con este diseño?

- El diseño, aunque matemáticamente es correcto, tiene problemas debido a que la frecuencia natural es muy alta.
- Si analizamos la planta utilizando respuesta de frecuencia, veremos que el ancho de banda de la planta es 10 rads/seg (caída de 3db en ese punto).
- Sin embargo, el diseño establece una frecuencia natural de 300 rads/seg. Es decir un ancho de banda que posiblemente es 30 veces mayor.
- En resumen, el diseñador busca que el sistema de control a lazo cerrado, sea bastante más rápido que lo que es la planta a lazo abierto.
- Eso se puede hacer, pero se necesita para ello un actuador de muy alta potencia. Es como lograr que un Fiat 600 se mueva a 250km/hora. Quizás se puede pero con otro motor.
- El ancho de banda y la frecuencia natural no son equivalentes, pero para un sistema de segundo orden ideal, con $\zeta=0.707$, ambos son iguales numéricamente.

Simulación en Matlab/Simulink

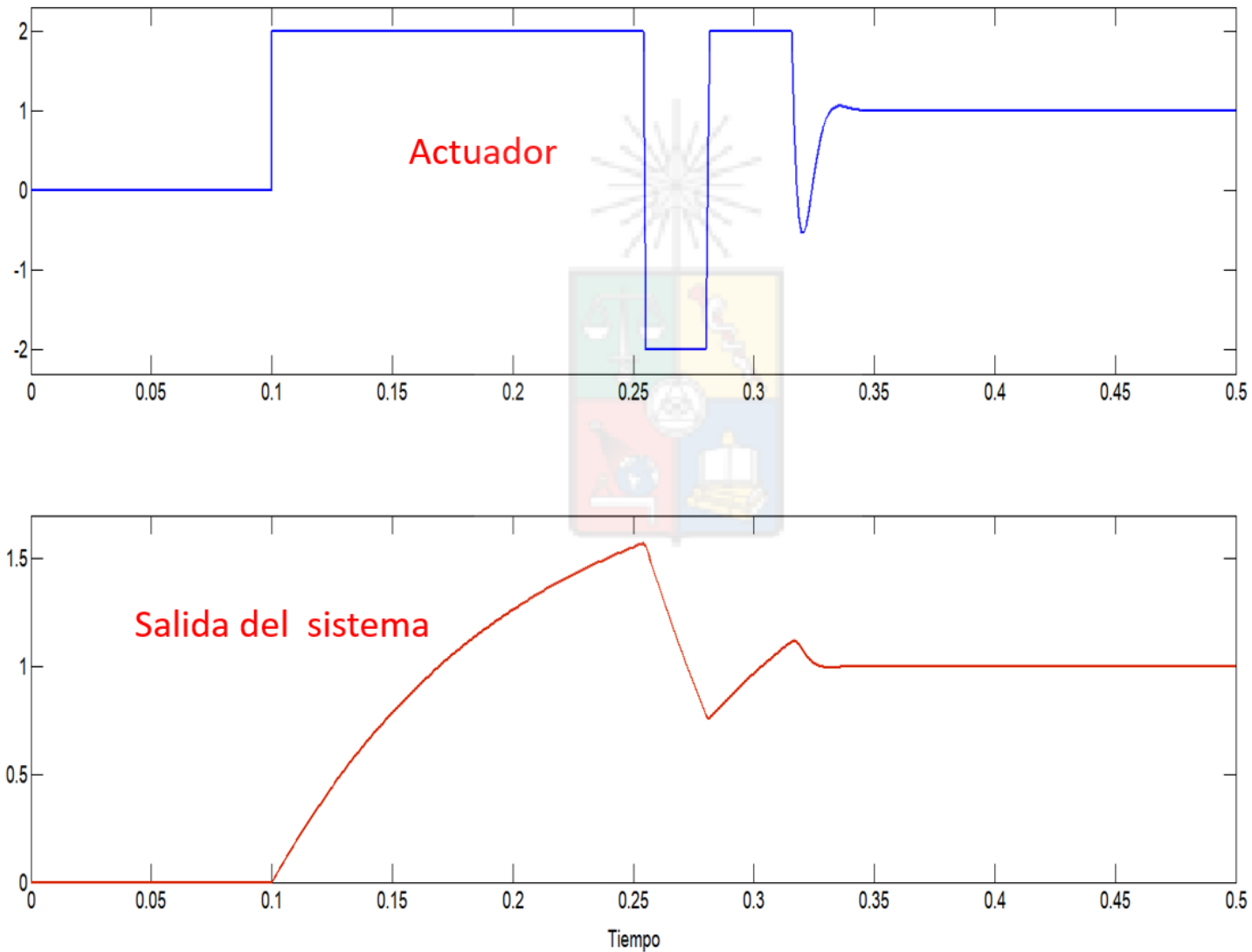


Resultados Obtenidos



La parte integral alcanza altos valores y toma un tiempo considerable en disminuir su salida. Durante el proceso el actuador se encuentra entregando máxima señal a la planta.

Resultados Obtenidos



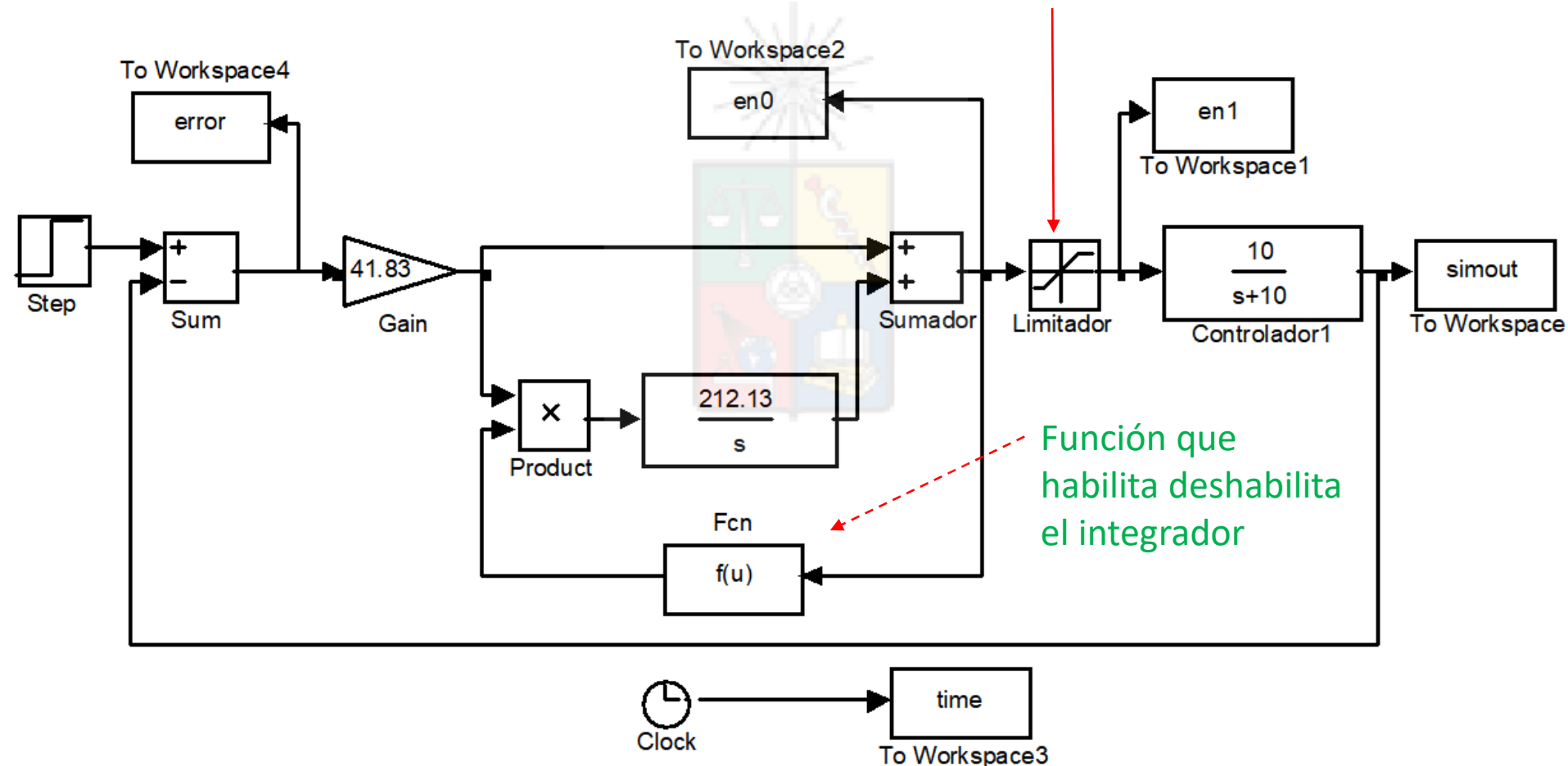
Anti-windUp

- Para evitar los problemas relacionados con el integrador se utiliza 'anti winding up', lo que significa que el integrador se detiene cuando la salida del controlador esta fuera de rango.
- En este caso el controlador PI generalmente se divide en dos partes. La parte proporcional y la parte integral.
- La entrada al componente integral se habilita o desahabilita, dependiendo si la salida del controlador esta en el rango permitido a la entrada de la planta.
- La función $f(u)$ utilizada en la figura es una función lógica de la forma:

$$f(u) = (u < u_{max}) \cdot (u > u_{min})$$

Implementación en Matlab/Simulink

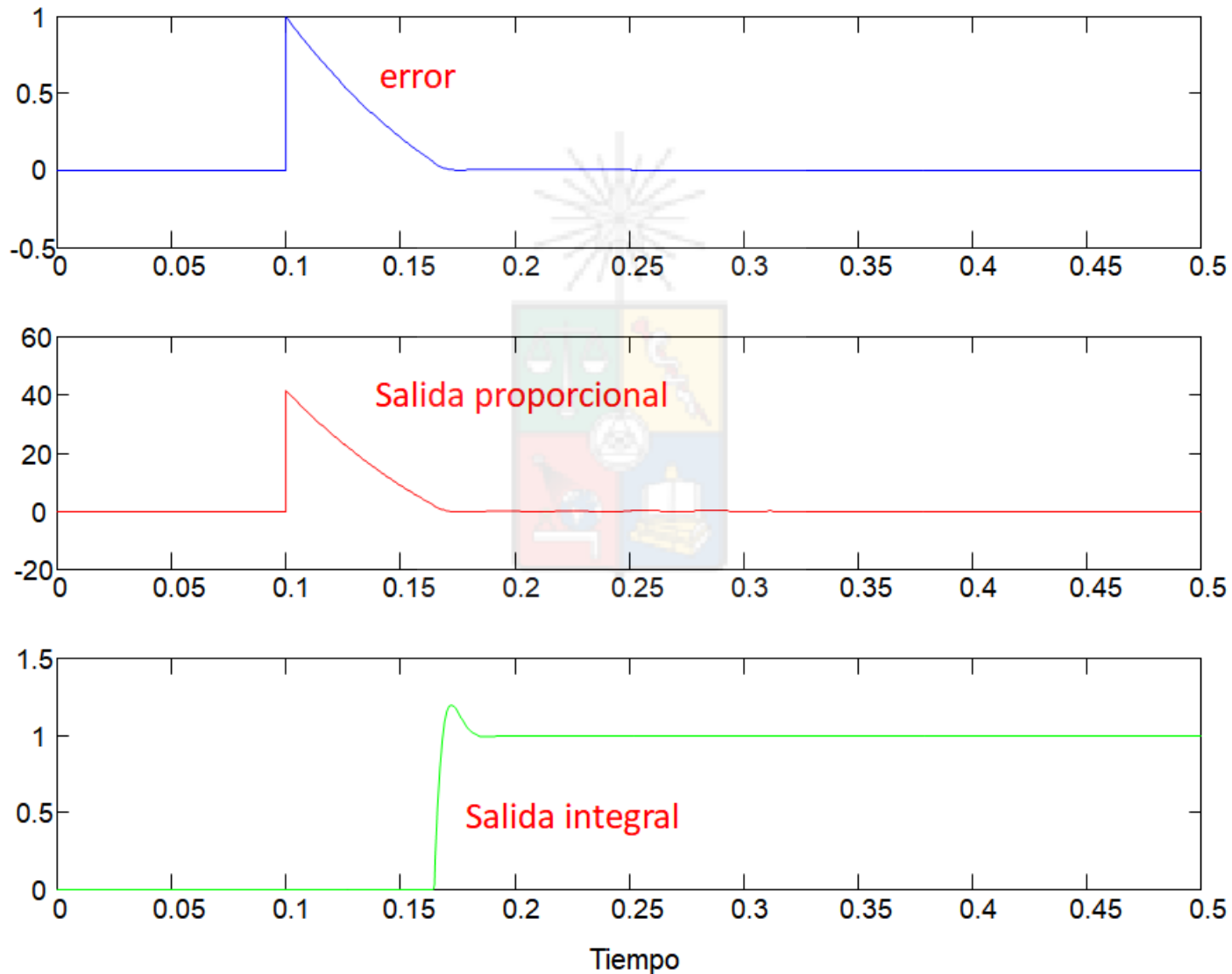
Límites Físicos del Actuador



Comentarios de esta Implementación

- Nosotros utilizamos esta implementación para fines de simulación en Matlab/Simulink.
- Habitualmente, cuando se implementa un controlador digital la implementación se realiza utilizando instrucciones como if, else. Eso es que hacíamos cuando trabajamos en lenguaje C++.
- En un sistema de control analógico, implementado utilizando operacionales, el antiwinding up se podía realizar utilizando diodos zeners (prehistoria).

Resultados Considerando Anti-WindUp



Resultados Considerando Anti-WindUp



Anti-winding up generalizado

Esquema Antiwinding-up Anterior

- El esquema antiwinding-up enseñado anteriormente es aplicable a controladores PI pero tiene problemas de implementación cuando se utilizan otras topologías de controladores.
- Existen algunos esquemas de control antiwinding- generalizados, que pueden ser aplicados a cualquier topología. En estas transparencias discutimos uno de ellos.



Antiwinding-up Generalizado

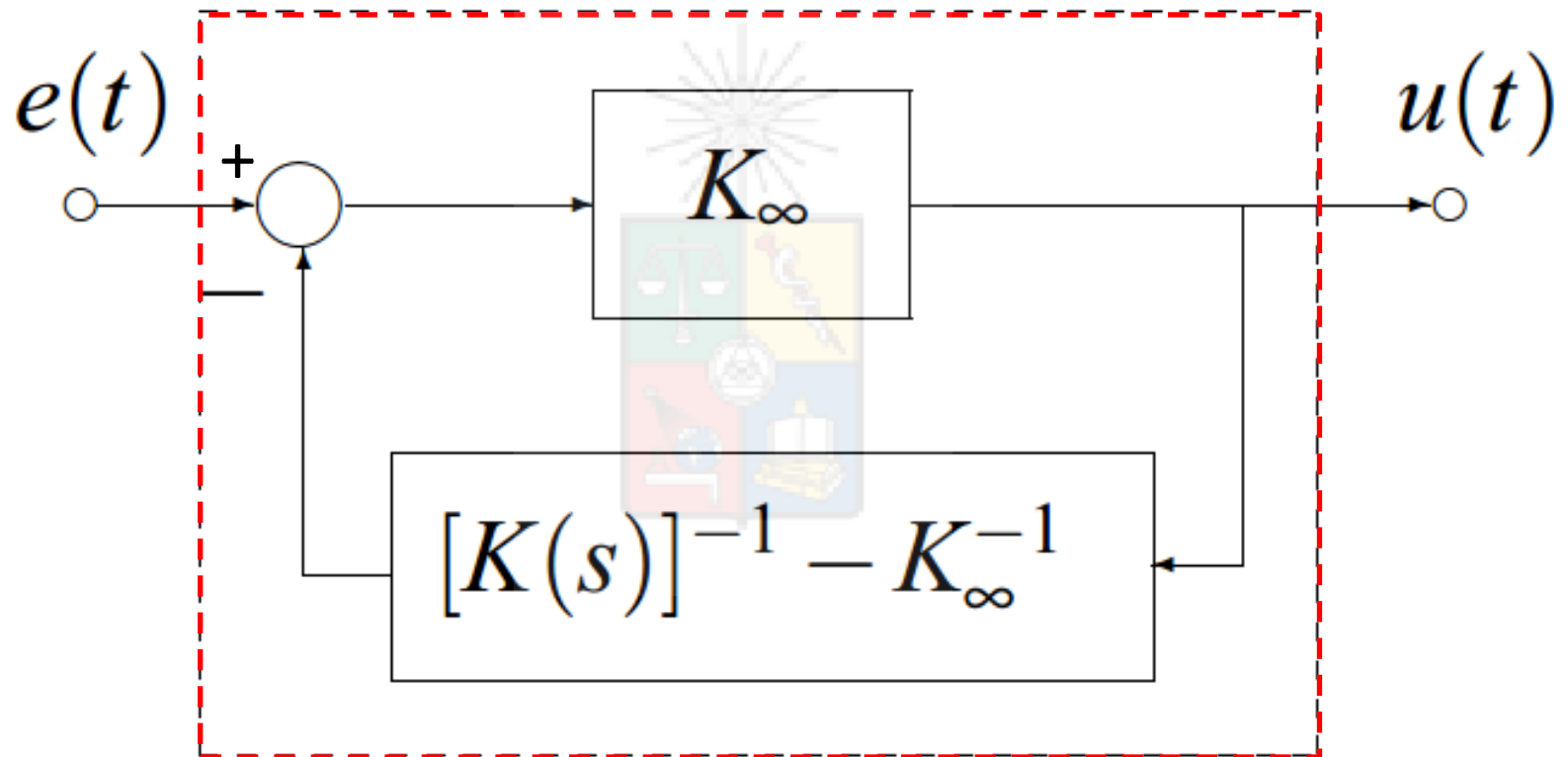
- Sea $K(s)$ la función de transferencia del controlador y ésta es bipropia. Esto significa que el controlador y su inversa son funciones propias. Se define:

$$K(s) = K_{\infty} + \bar{K}(s)$$

con

$$K_{\infty} = \lim_{s \rightarrow \infty} K(s)$$

Antiwinding-Up Generalizado



Controlador con antiwinding-up

Antiwinding-Up Generalizado

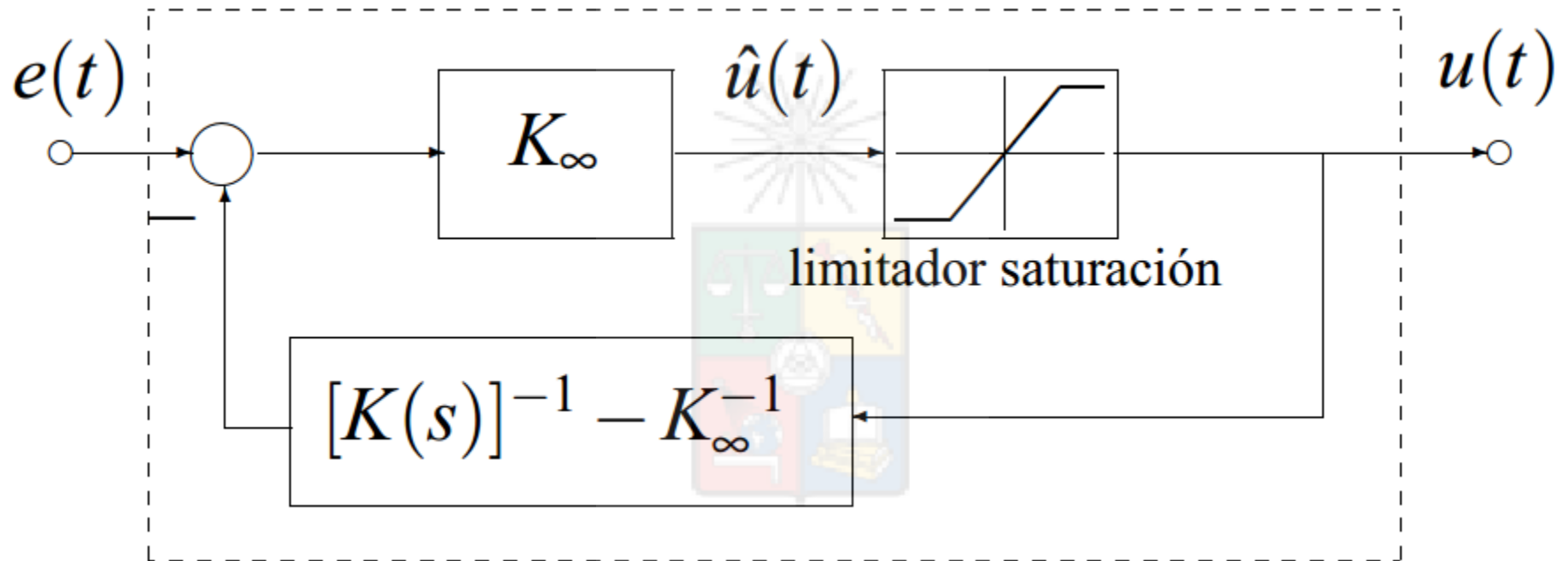
- La función de transferencia es:

$$\begin{aligned}\frac{U(s)}{E(s)} &= \frac{K_{\infty}}{1 + ([K(s)]^{-1} - K_{\infty}) K_{\infty}} \\ &= \frac{K_{\infty}}{[K(s)]^{-1} K_{\infty}} = K(s).\end{aligned}$$

Antiwinding-Up Generalizado

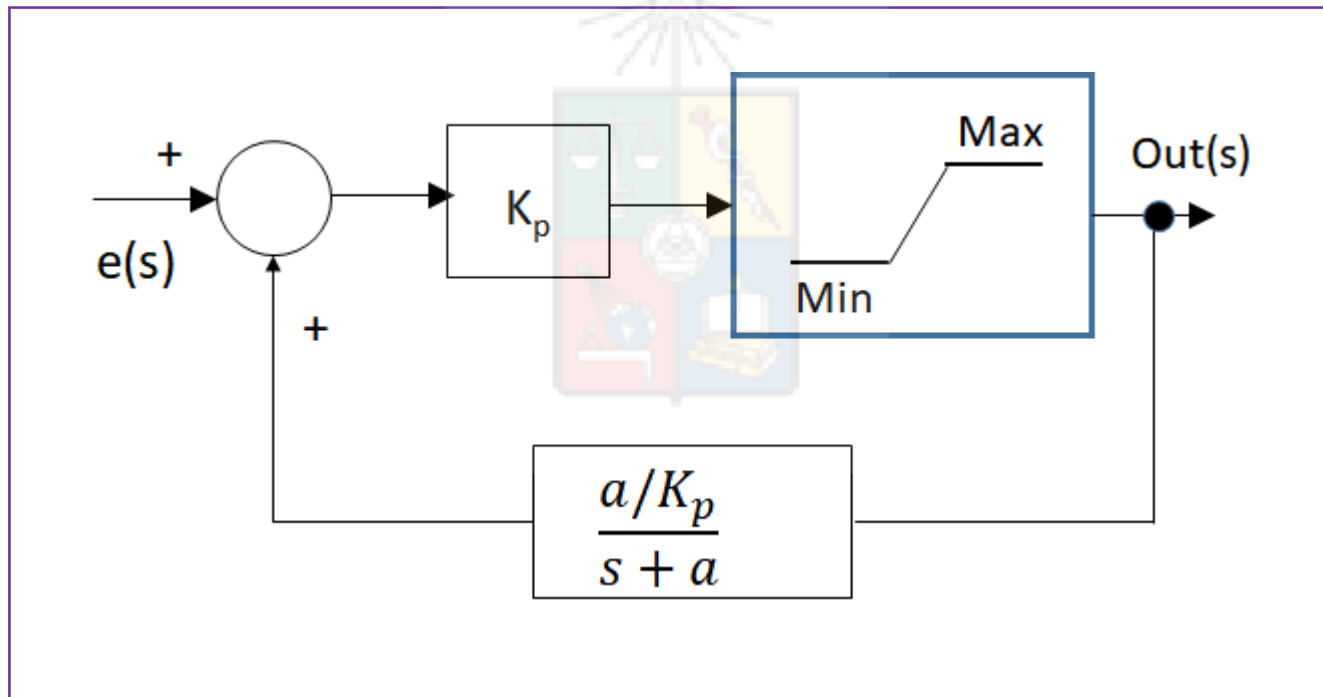
- Nótese que el controlador debe ser de fase mínima para que la inversa $[K(s)]^{-1}$ sea estable.
- ¿Como se aplica este esquema antiwinding up generalizado?. Se requiere antiwinding-up cuando existe un saturador en el loop de control.

Antiwinding-up Generalizado



Ejemplo de Implementación Considerando un PI.

$$G_c(s) = K_p \cdot \frac{s + a}{s}$$



Antiwinding-up generalizado

- Para la función de transferencia (PID):

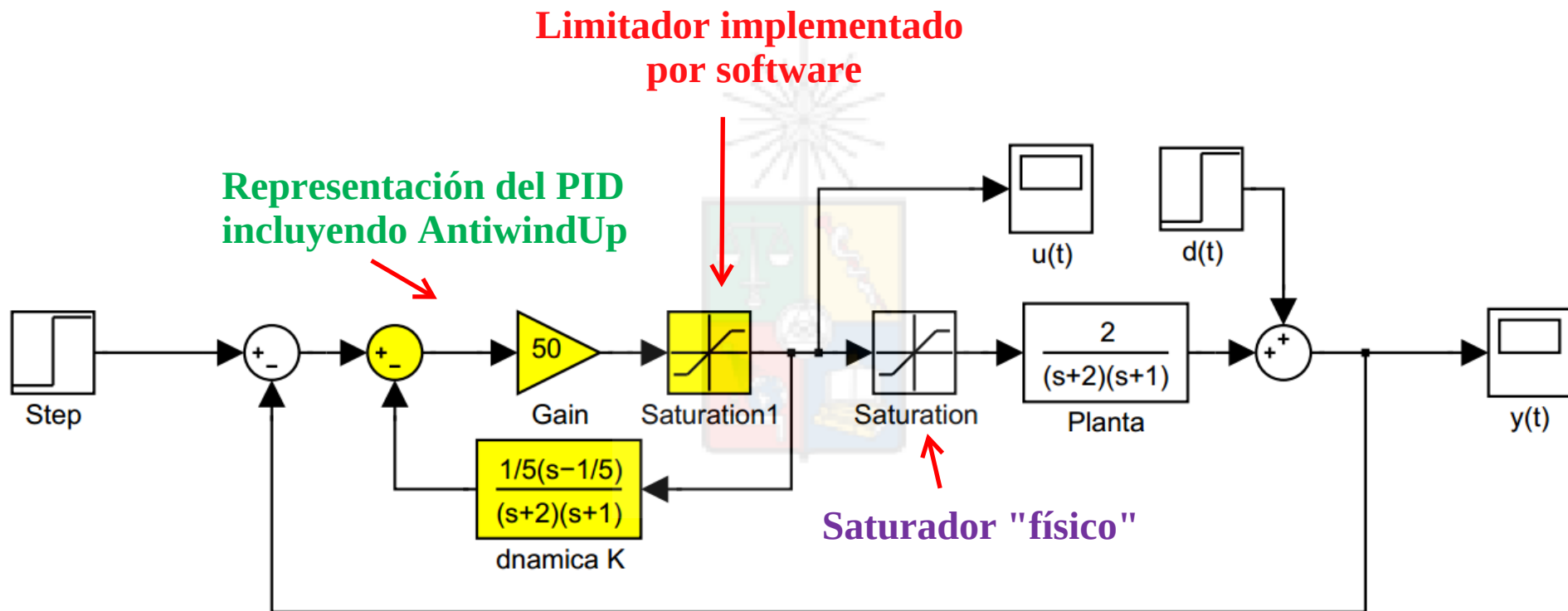
$$K(s) = \frac{50(s+1)(s+2)}{s(s+13)}$$

Nótese que se utiliza cancelación al diseñar este PID

- Se tiene:

$$K_{\infty} = 50, \quad [K(s)]^{-1} - K_{\infty}^{-1} = \frac{(10s - 2)}{50(s+1)(s+2)}$$

Antiwinding-up Generalizado

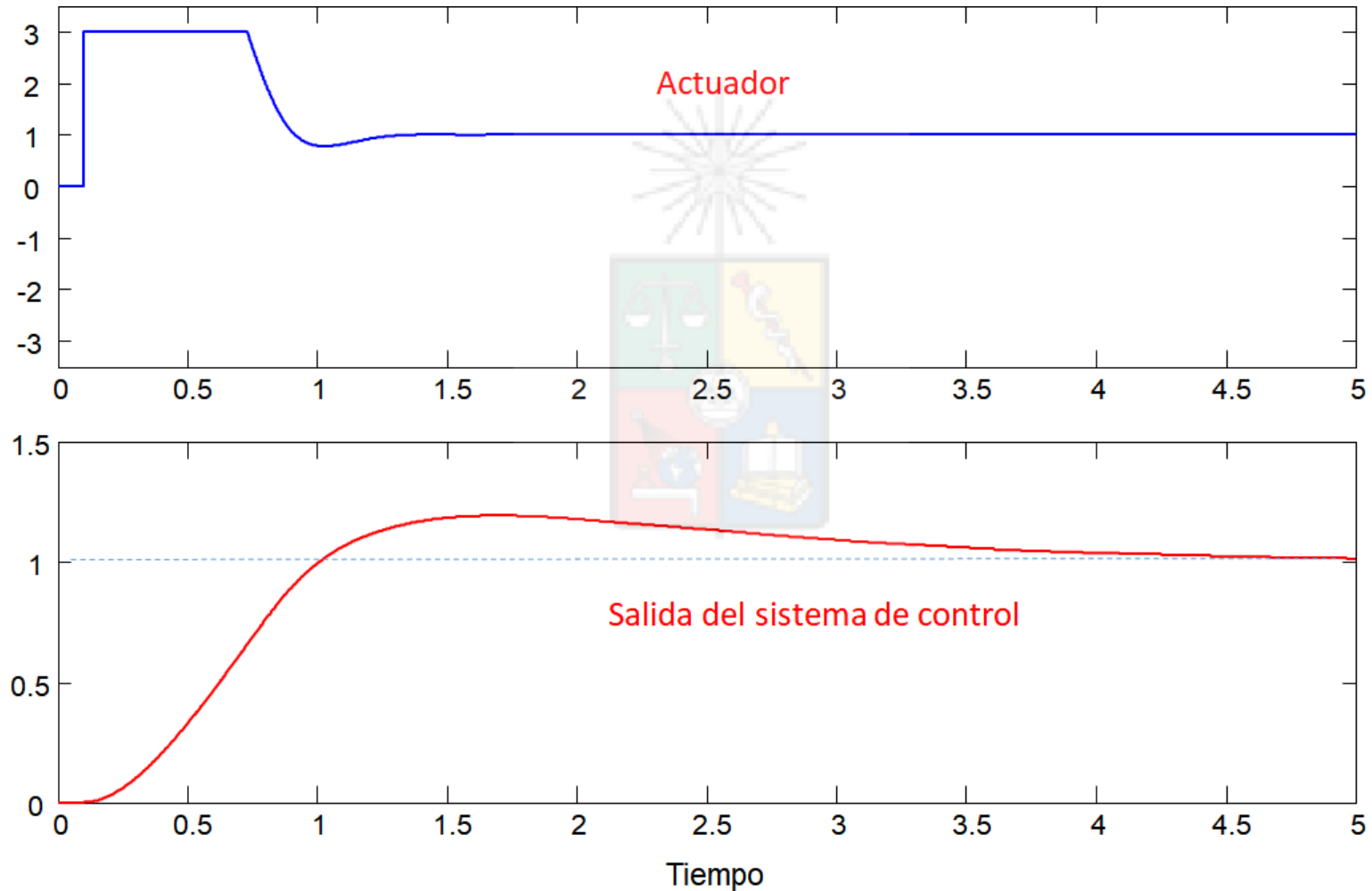


Comentarios Acerca del Diseño

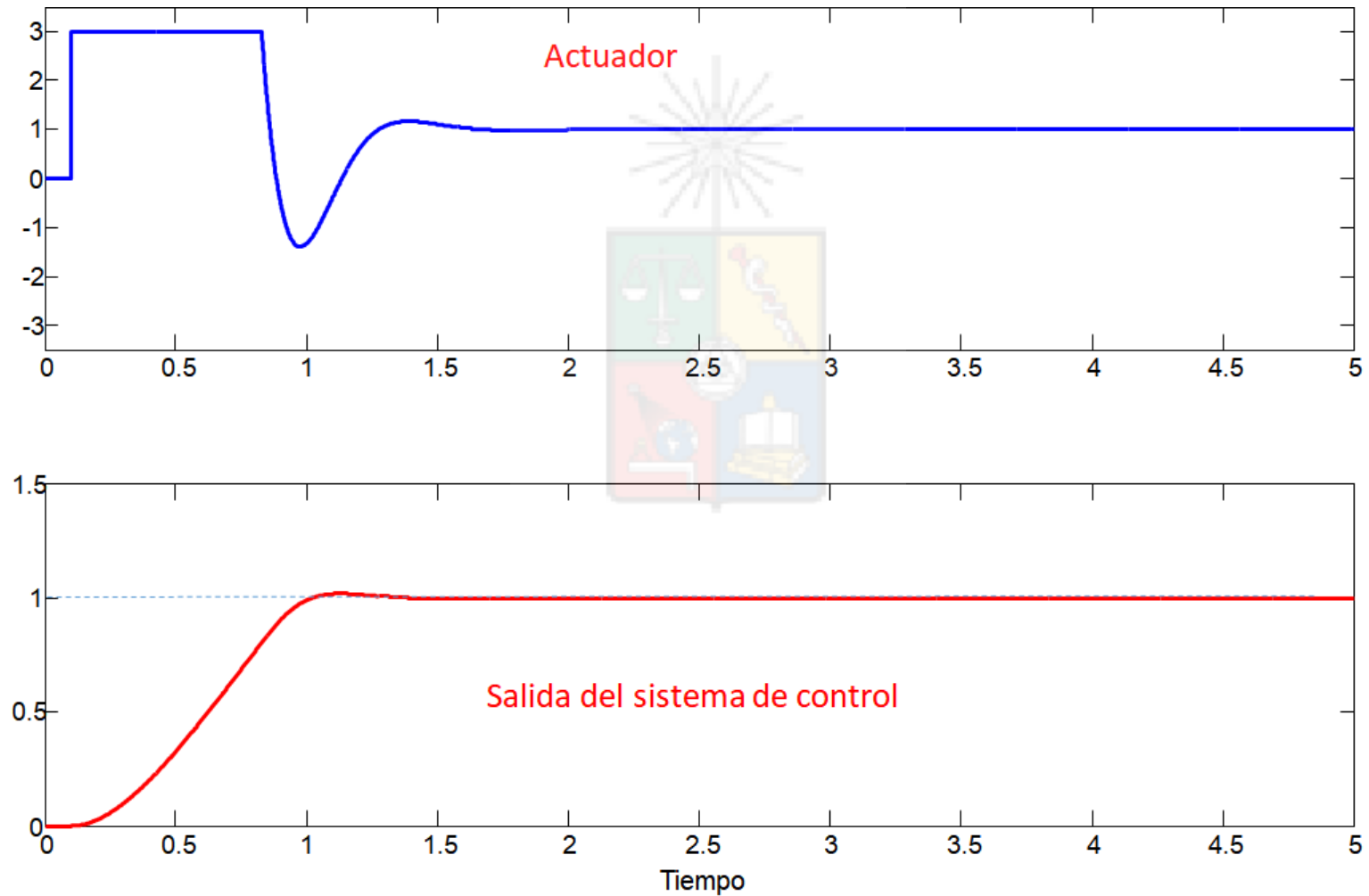
- El sistema de control está diseñado para una frecuencia natural de $\omega_n = 10$ rads/seg. El coeficiente de amortiguamiento es de $\zeta = 0.65$.
- El sistema se diseña para cero error en estado estacionario entrada escalón.
- El actuador puede entregar una salida entre ± 3 unidades. Esto es genérico ya que el actuador puede entregar voltaje, corriente, presión caudal etc. a la planta.
- La entrada $d(t)$ es una perturbación (disturbance).



Resultados sin Considerando Anti-WindUp



Resultados Considerando Anti-WindUp



Comentarios Acerca del Diseño

- En este caso el desempeño del anti-windup es mejor, pero no dramáticamente mejor como sucedió en el caso anterior.
- Esto no tiene mucho que ver con el método de anti-windup utilizado, sino con el diseño del controlador.
- En este caso la frecuencia natural es de $\omega_n=10$ rads/seg y la planta tenía un ancho de banda de aproximadamente 1 rad/seg. O sea la razón es de 10 veces y no 30 veces como era en el caso anterior.



Comentarios acerca del diseño de sistemas de control

- Habitualmente cuando en un sistema de control se alcanzan muy frecuentemente los límites del actuador, es que el diseñador ha efectuado un mal trabajo.
- Al diseñador el controlador con un innecesariamente alto ancho de banda, se puede aumentar la sensibilidad complementario $T(s)$, la cual está definida como se muestra a continuación.

$$\frac{e(s)}{y^*(s)} = \frac{1}{1 + G_c(s)G_p(s)} \equiv S(s)$$

$$\frac{e(s)}{P(s)} = \frac{-1}{1 + G_c(s)G_p(s)} \equiv -S(s)$$


$$\frac{e(s)}{N(s)} = \frac{-G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)} \equiv -T(s)$$

Comentarios acerca del diseño de sistemas de control

- Por lo tanto aumenta la respuesta a la señales de alta frecuencia que podrían encontrarse en el ruido $N(s)$.
- El sistema se hace más ruidoso sin que exista una mejora importante en la dinámica, ante cambios de gran señal en la referencia $y^*(s)$ o en las perturbaciones $P(s)$. Esto debido a que el actuador no está dimensionado para eso.



Diseño de Sistemas de Control Utilizando Lazos Anidados

Lazos Anidados

- En algunos sistemas de control, por ejemplo máquinas eléctricas, es necesario controlar más de una de las variables de estado por ejemplo la corriente y la velocidad.
- La corriente es una variable “destructiva” cuya magnitud debe mantenerse dentro de ciertos límites.
- La velocidad es habitualmente la variable controlada.



Lazos Anidados

- Cuando se utilizan técnicas de diseño de control SISO, se puede regular una salida con una entrada. **¿Qué sucede entonces si se debe regular mas de una salida?.**
- Una de las respuestas al problema de implementar controladores para plantas MIMO, utilizando diseño SISO, son los lazos anidados.
- Con esta metodología el desacople se realiza utilizando las velocidades de respuesta. En forma ideal se asume que uno de los lazos es tan rápido que es prácticamente instantáneo para el lazo lento.
- En el otro caso, para el lazo mas rápido, las variables del lazo más lento se pueden considerar constantes o perturbaciones.
- De esta forma se puede asumir que las dinámicas están totalmente desacopladas y no interfieren entre ellas. Por lo tanto el diseño se realiza como si fueran dos sistemas SISO separados.

Diseño del Sistema de Control Típico para una Máquina de Corriente Continua.

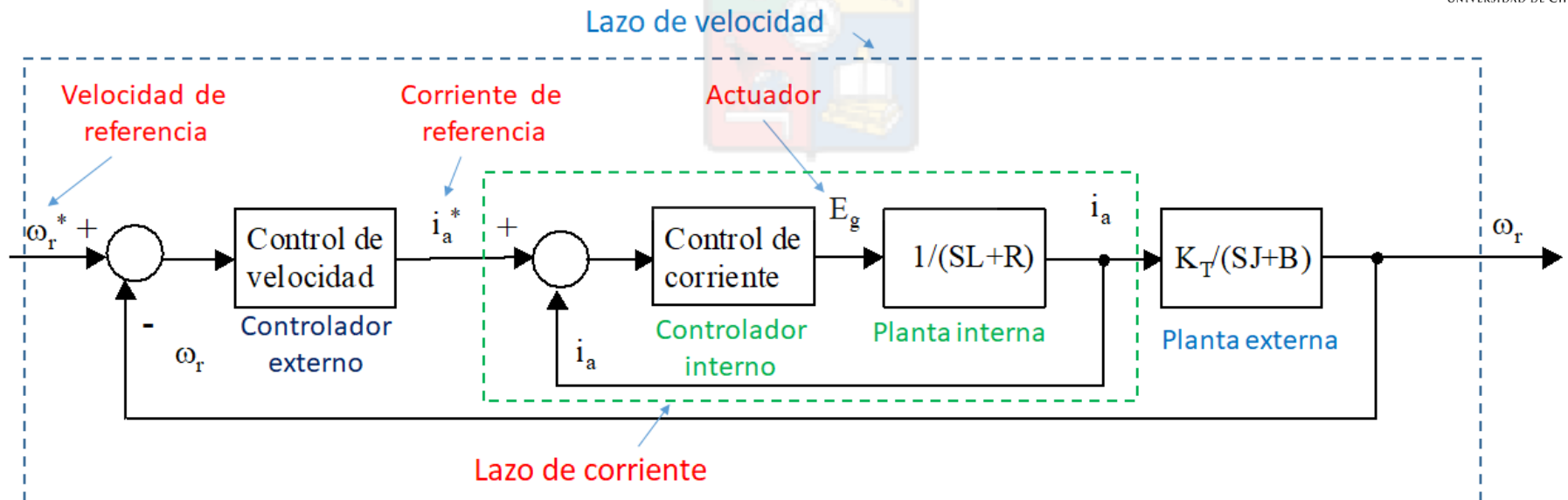
La figura que se encuentra abajo muestra la forma en que se implementa un lazo de control para máquinas eléctricas. El lazo interno se diseña habitualmente para frecuencias naturales 10 veces superiores a la del lazo externo.

Esto es posible debido a que las plantas eléctricas (interna) y mecánicas tienen constantes de tiempo muy diferentes. Por ejemplo, es posible cambiar la corriente de una bobina, desde 0 a I_n , en milisegundos. En un motor típico es prácticamente imposible cambiar la velocidad rotacional, entre 0 y ω_n ya que el actuador no tiene la potencia necesaria.

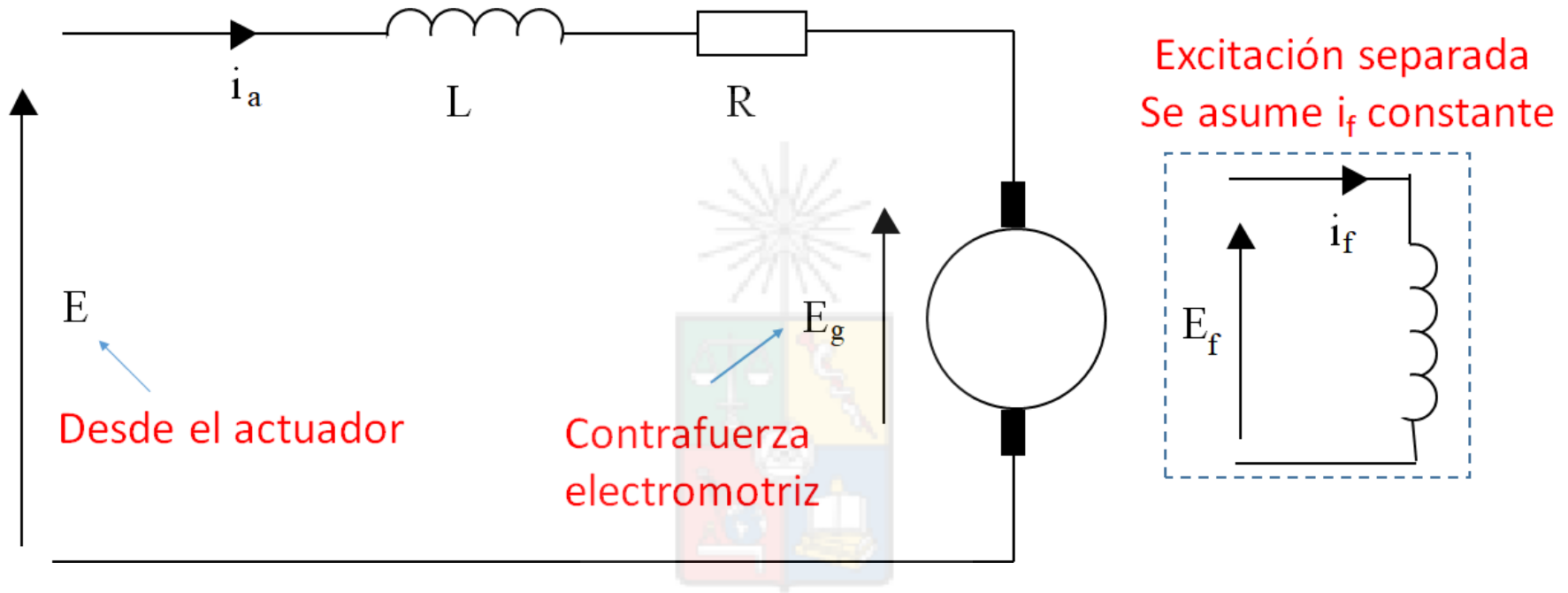
De no existir es diferencia de velocidades entre lazo interno y externo, probablemente la mejor alternativa es utilizar diseño MIMO en vez de dos SISOs.



UNIVERSIDAD DE CHILE



Máquina de Corriente Continua



Para ilustrar el funcionamiento de lazos de control en cascada se analizará el caso de un sistema de control para una máquina de corriente continua con excitación separada.

La máquina se muestra arriba; se asume que todos los alumnos de este curso conocen la teoría básica de la máquina de continua.

Ecuaciones de la Máquina de Corriente Continua

$$E_g = K_T \omega_r$$

$$E = Ri_a + L \frac{di_a}{dt} + K_T \omega_r$$

$$T_e = K_T i_a$$

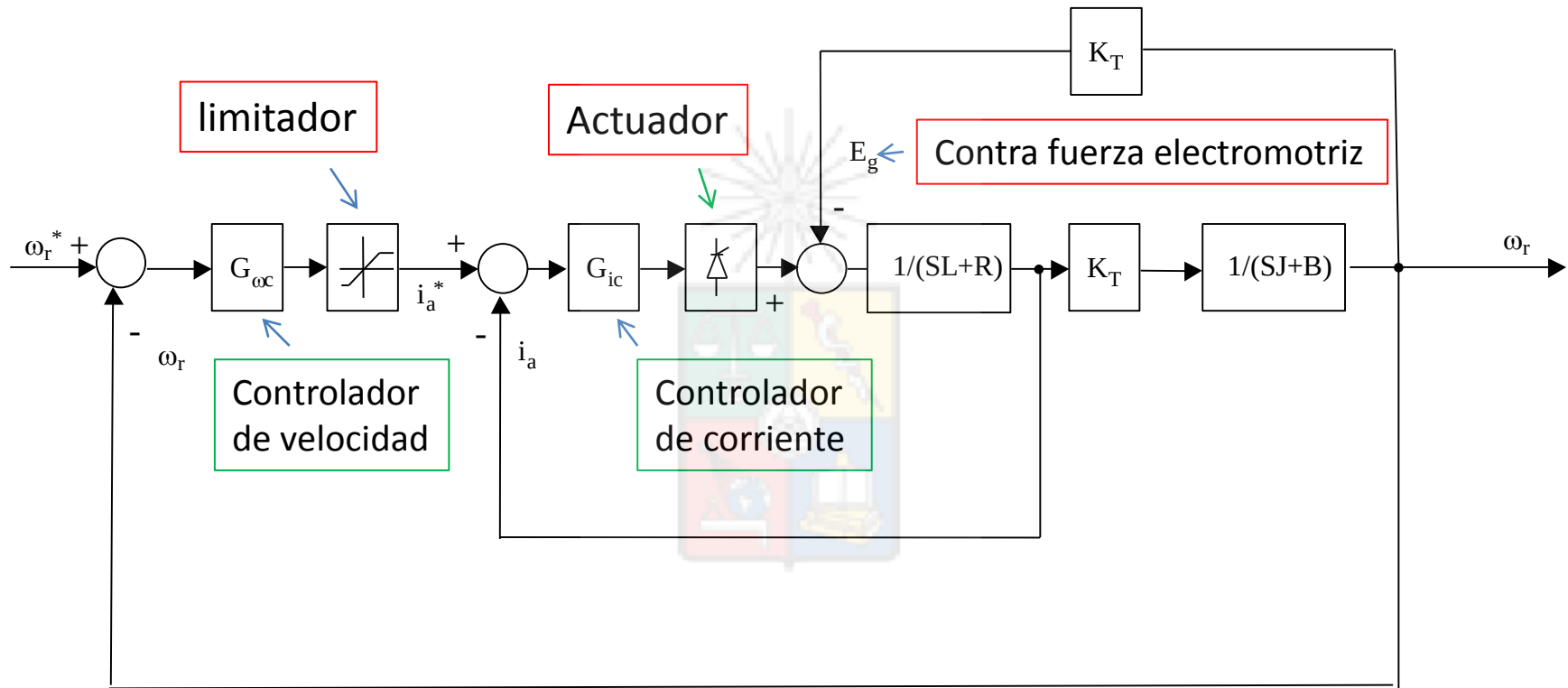
$$T_e = J \frac{d\omega_r}{dt} + B \omega_r$$

K_T es una constante que depende de aspectos constructivos del motor y del flujo de operación. Si se opera con flujo constante, que es lo más utilizado, entonces (al menos teóricamente) K_T no varía.

Ecuaciones de la Máquina de Corriente Continua

- T_e es el torque eléctrico o par producido en el eje.
- Las constantes R y L son la resistencia e inductancia de la armadura. Son parámetros de la parte eléctrica de la máquina de corriente continua.
- La carga mecánica puede diferir dependiendo de la aplicación. En este caso se asume una carga mecánica de primer orden, donde las constantes J y B representan la inercia rotacional y el coeficiente de fricción viscoso respectivamente.
- ω_r es la velocidad rotacional de la máquina.
- De las ecuaciones anteriores se tiene que la constante de tiempo mecánica es $\tau_m = \frac{J}{B}$, la constante de tiempo eléctrica es $\tau_e = \frac{L}{R}$.
- Para que el diseño de controladores SISOs funcione adecuadamente, se debe cumplir que $\tau_m \gg \tau_e$.

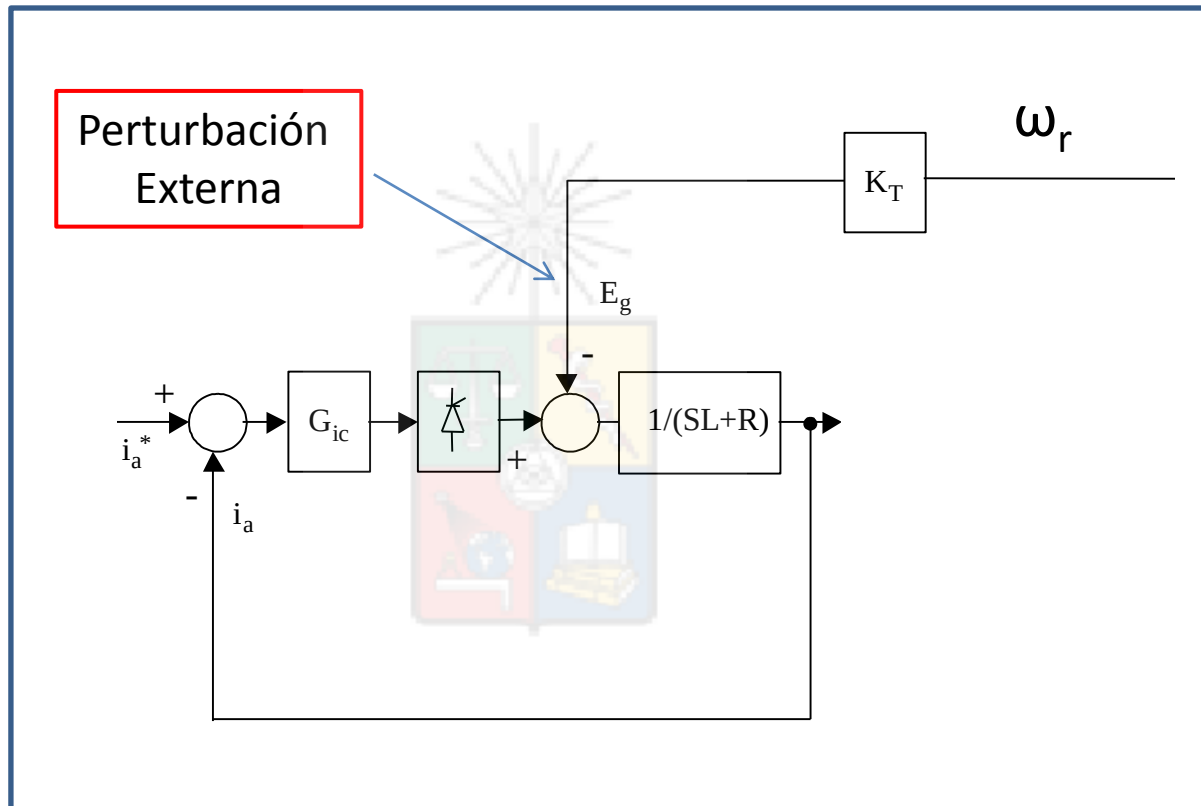
Control de la máquina de continua



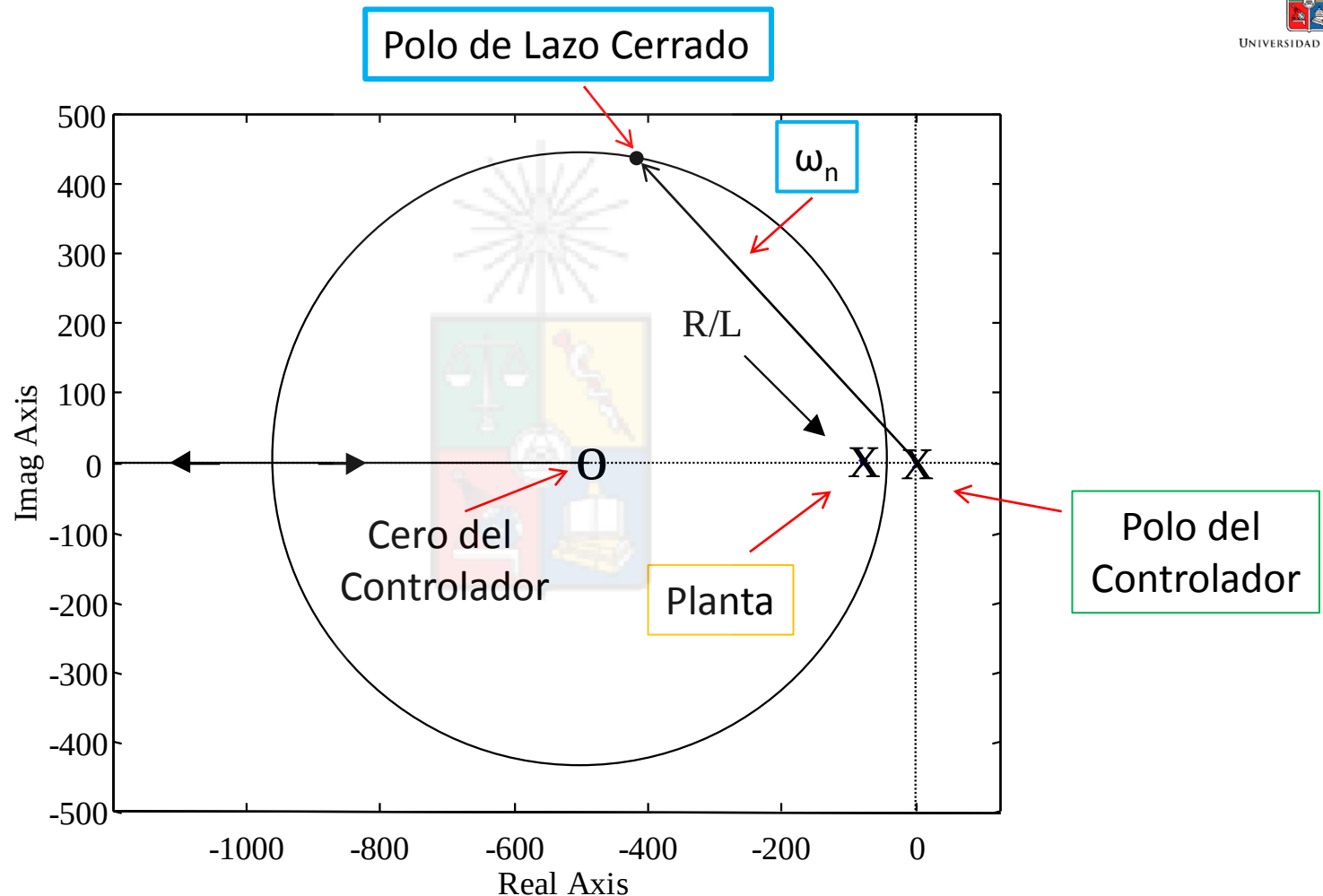
Diseño del Lazo de Corriente

- El lazo de corriente corresponde al interno, por lo tanto es de alta velocidad.
- Debido a la diferencia de magnitudes entre la constante de tiempo mecánica con la eléctrica, se puede considerar el termino $K_T \omega_r$ como una perturbación externa.

Lazo de Control Interno



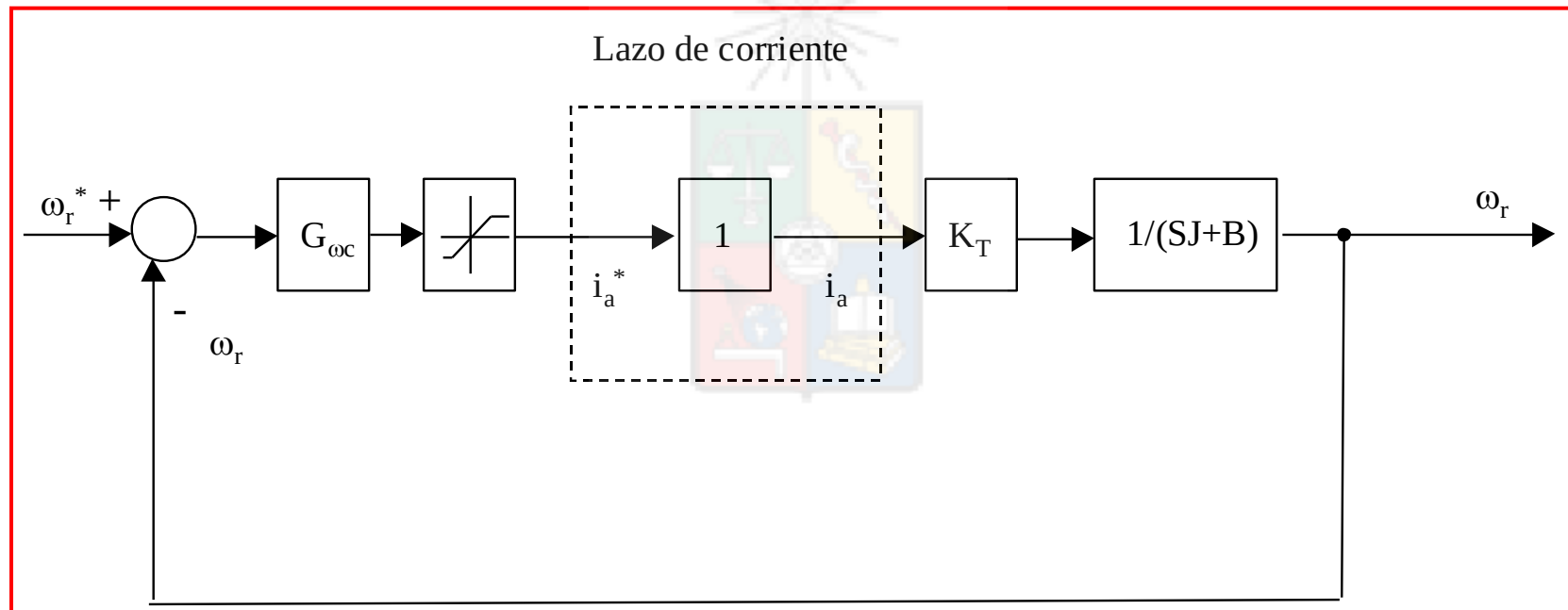
Lugar de la Raíz Típico



Lazo de Velocidad

- El diseño del lazo de velocidad se hace considerando que el lazo de corriente es muy rápido y que además se encuentra diseñado para cero error en estado estacionario a entrada escalón.
- En este caso se puede considerar el lazo de corriente como un bloque de ganancia uno.
- Desde el punto de vista del lazo de velocidad, toda corriente de referencia i_a^* a la entrada del lazo de corriente aparece instantáneamente como una corriente i_a en la armadura de la máquina.

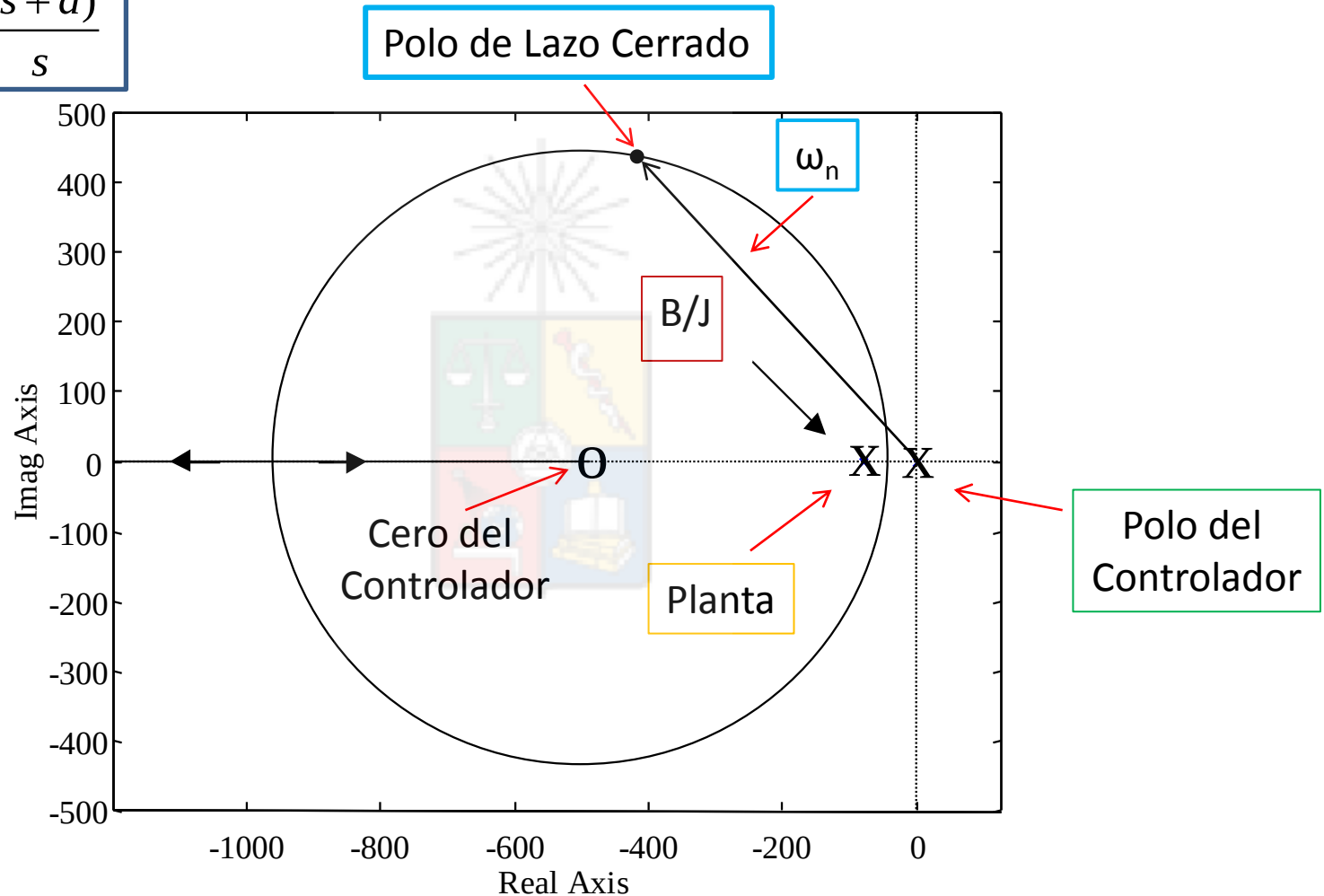
Lazo de Velocidad



Se considera ω_n lazo de velocidad ≈ 0.1 veces ω_n lazo de corriente

Lugar de la Raíz Típico (PI)

$$G_c(s) = K_p \frac{(s + a)}{s}$$

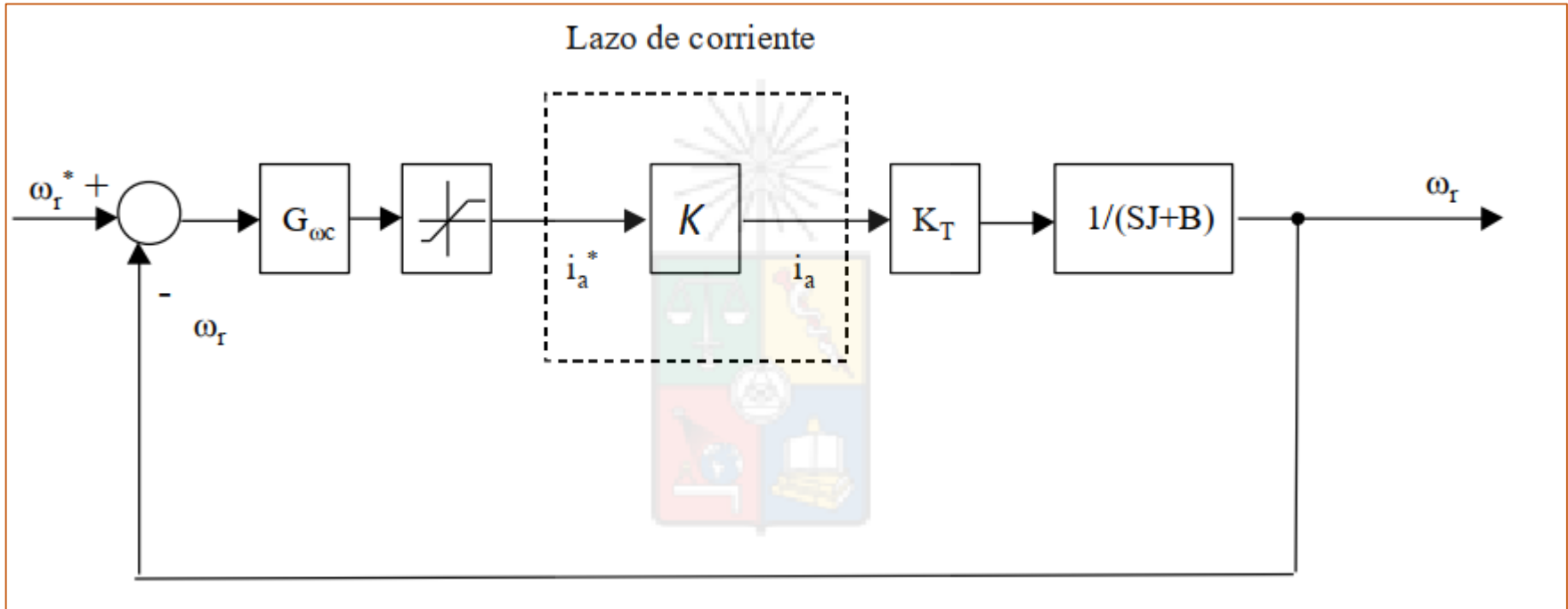


Más Consideraciones

- ¿Qué sucede si el lazo interno es de alta velocidad, pero sin cero error en estado estacionario a entrada escalón?.
- Entonces el lazo interno no puede verse como unitario y se reemplaza por una ganancia interna K .
- Esa ganancia debe ser considerada para el diseño de los controladores del lazo externo.



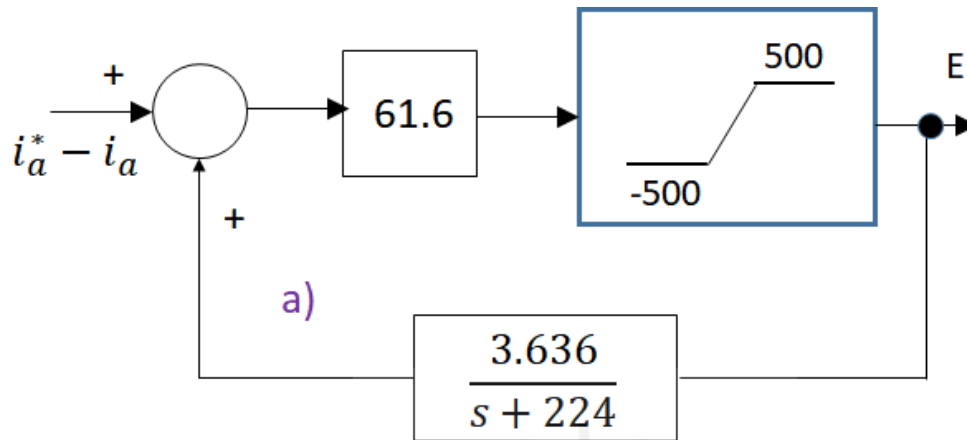
Más Consideraciones



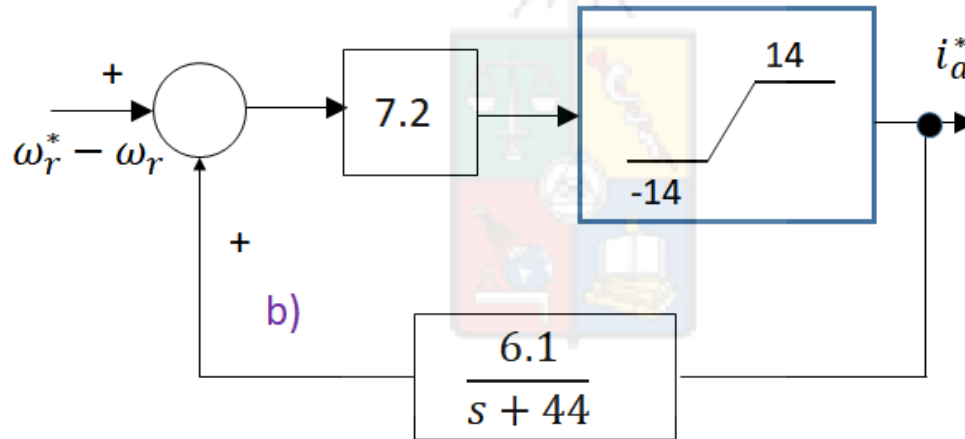
Representación del sistema cuando el lazo interno no tiene cero error en estado estacionario

Ejemplo

- Los parámetros de la máquina de continua a controlar son $L_a = 120\text{mH}$, $R_a = 0.7\Omega$, $J = 0.2\text{Kgm}^2$, $B = 2 \cdot 10^{-3}\text{Nm} \cdot \text{seg}/\text{rad}$ and $K_T = 2.5\text{Nm}/\text{A}$.
- Donde L_a es la inductancia de armadura, R_a es la resistencia de armadura, J es el momento de inercia rotacional, B es el coeficiente de fricción viscosa y K_T es la constante que relaciona el torque electromecánico con la corriente de la máquina.
- Se diseña el controlador de corriente para una frecuencia natural de 100 Hz, y el de velocidad para 10Hz. Ambos con cero error en estado estacionario y $\zeta=0.707$.
- Anti-windup se considera en ambos controladores. La tensión aplicada debe estar entre -500V a 500V y la corriente de la máquina debe estar entre -14A a 14A.



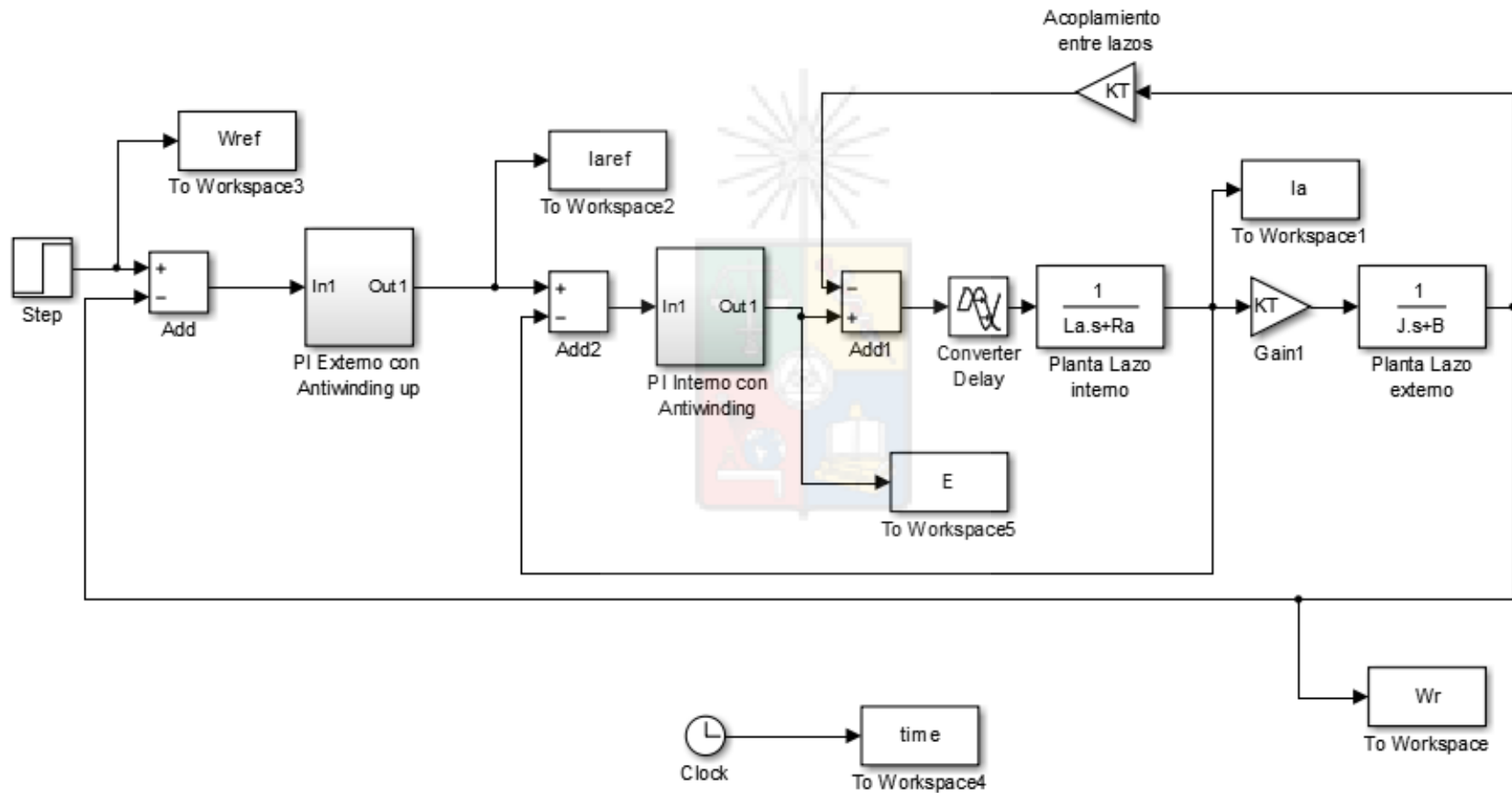
Lazo interno



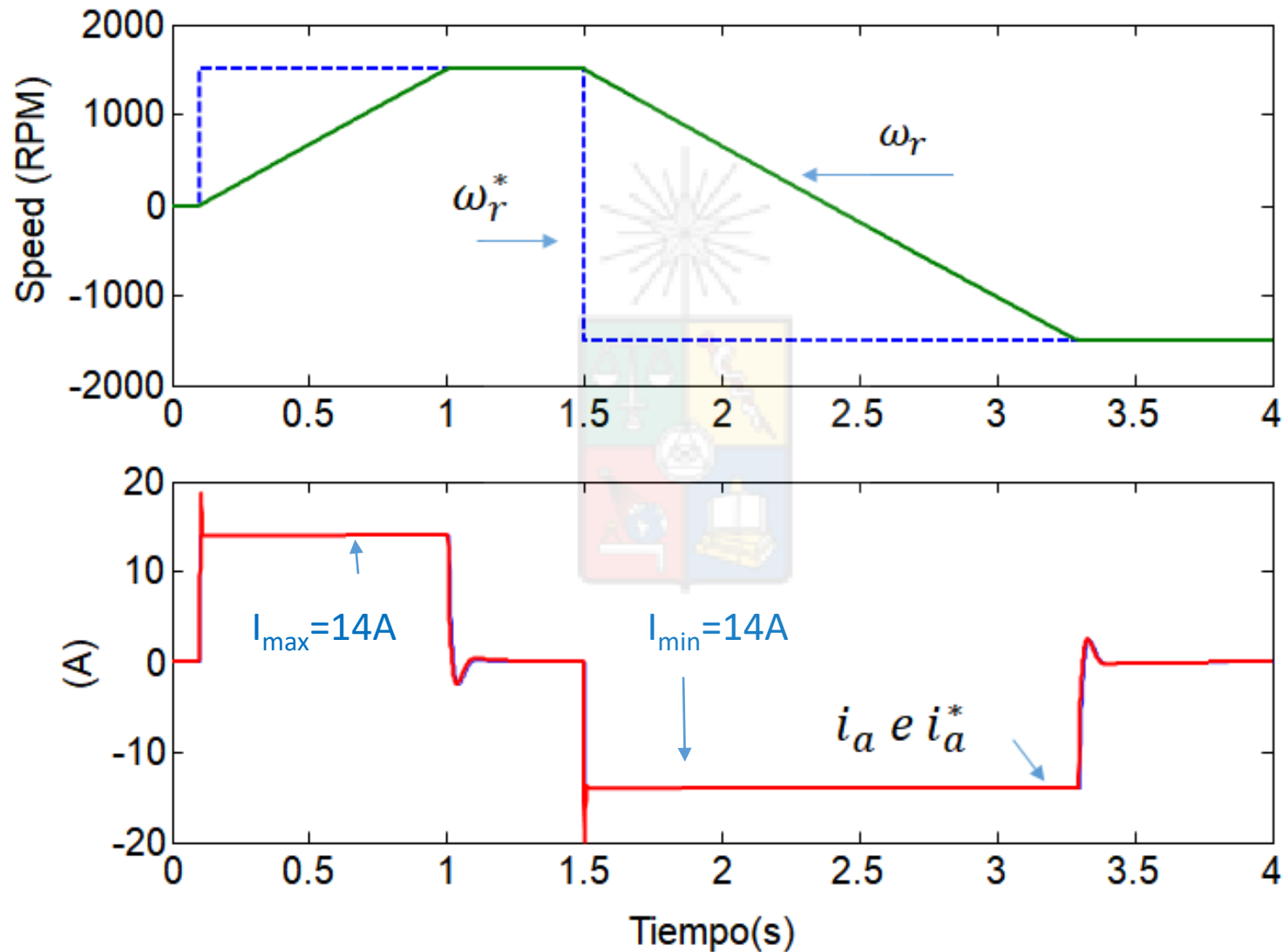
Lazo externo

controladores de los lazos externo e interno implementados considerando anti-winding up. a) Controlador del lazo interno. b) Controlador del lazo externo.

Modelo en Simulink



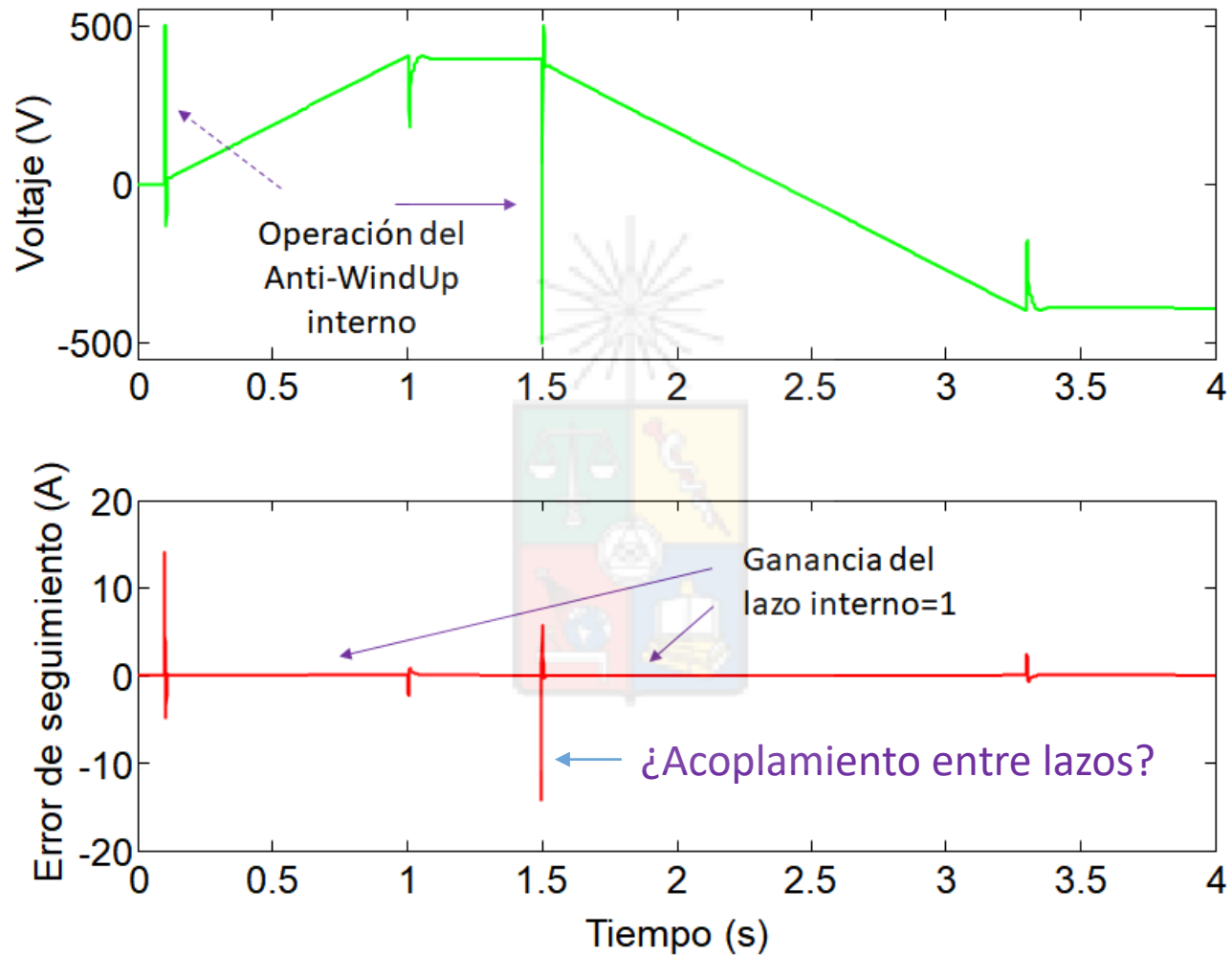
Seguimiento de Referencias



Desempeño de los Controladores

- La figura anterior muestra el seguimiento de la referencia de velocidad y de corriente para un cambio tipo escalón de la velocidad de referencia, entre 0-1500rpm, seguido por un cambio escalón de velocidad entre 1500rpm a -1500rpm.
- Usualmente, el seguimiento de la referencia de velocidad depende de la razón entre el máximo torque electromagnético disponible (es decir $K_T \cdot I_{amax}$) y la inercia rotacional J .
- Para fines ilustrativos, se está utilizando un valor de J bastante superior a lo que habitualmente se encuentra en una máquina de continua de 7kW.
- El control de la corriente de armadura es muy rápido y se encuentra limitado entre $\pm 14A$. El seguimiento es casi perfecto con algo de error durante los cambios en la velocidad de referencia.
- Esto indica que asumir que el lazo interno tiene una función de transferencia igual a la unidad es adecuado ya que este es el comportamiento que se produce en ausencia de perturbaciones.

Otras Variables



Voltaje E entregado por el actuador a la armadura (gráfico superior), y error de seguimiento de la corriente de armadura (gráfico inferior).



Roberto Cárdenas Dobson, Msc. Ph.D Profesor Titular, U. Chile

Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile

<https://sites.google.com/site/robertocardenasdobson/home>