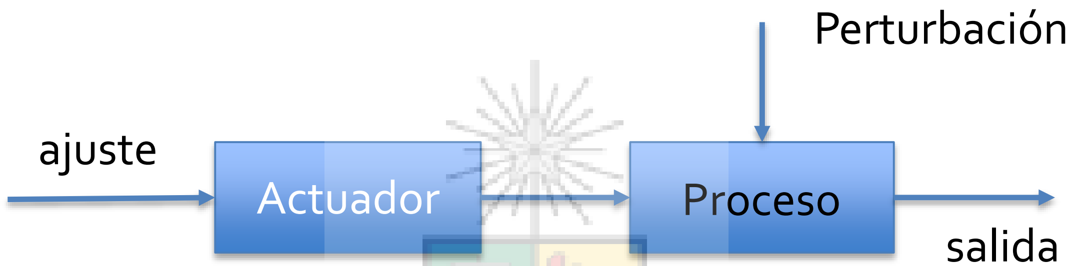
EL 4004
Fundamentos de Control de Sistemas

Fundamentos de Control de Sistemas

- ¿Qué es el control de sistemas?
- ¿Por qué necesitamos control de sistema?

Sistema a Lazo Abierto



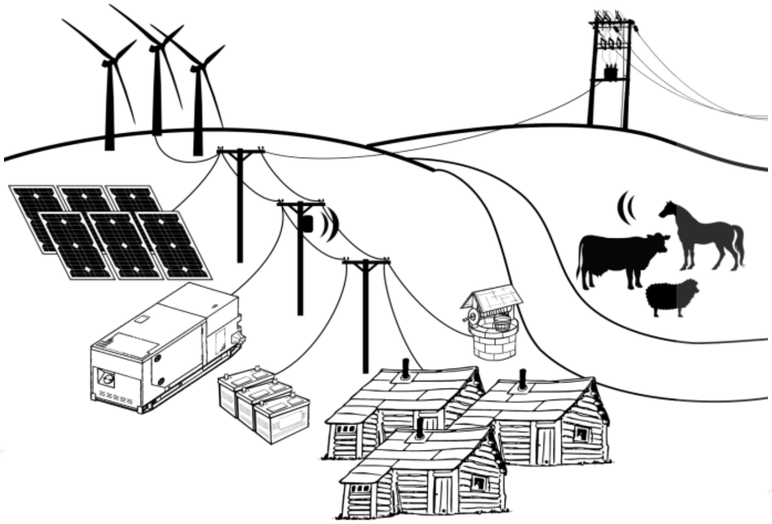
- Un sistema a lazo abierto no puede compensar las perturbaciones externas, cambios en el proceso, etc.

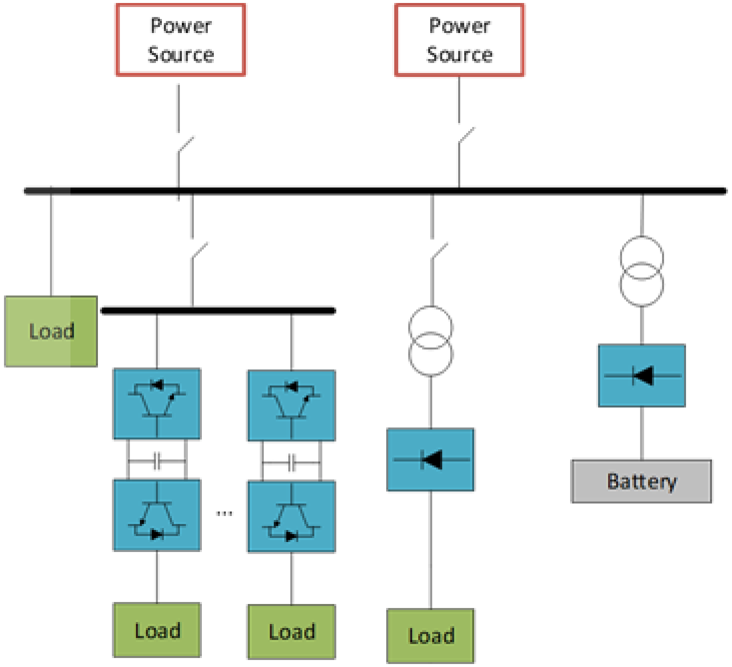
Aplicaciones Control de Sistemas

- Estanque de agua

Aplicaciones Control de Sistemas

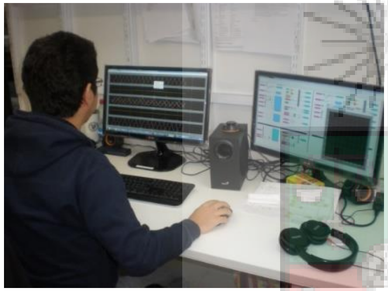
- Micro-redes (control de frecuencia y voltajes)





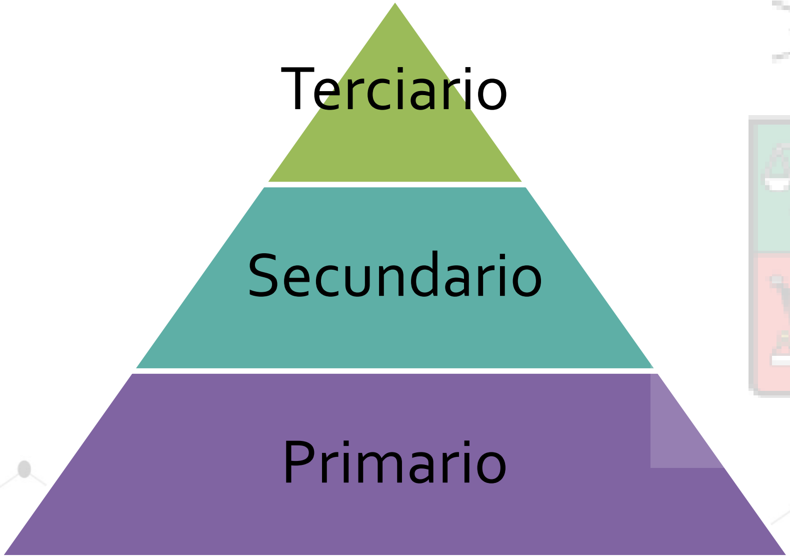
Aplicaciones Control de Sistemas

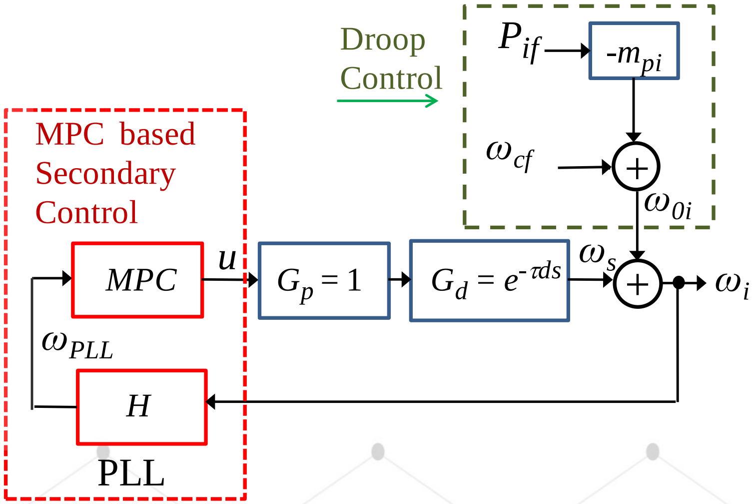
- Micro-redes

Aplicaciones Control de Sistemas

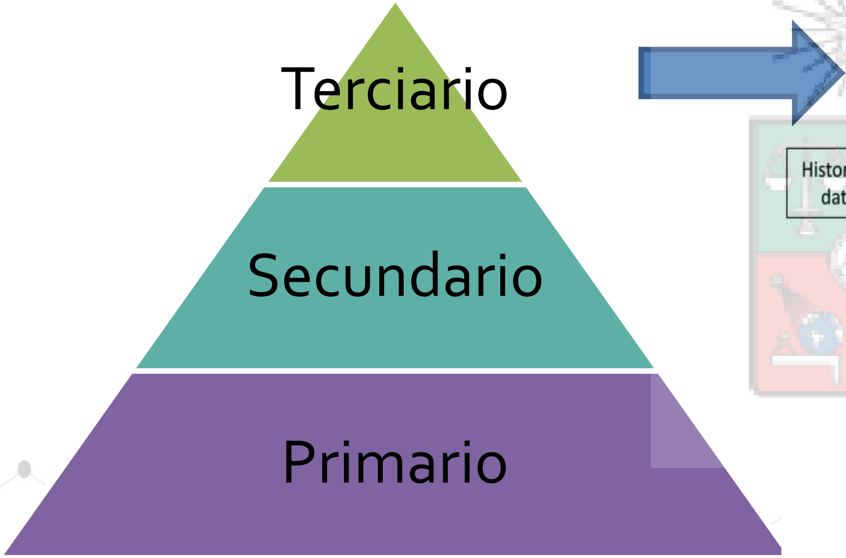
- Micro-redes



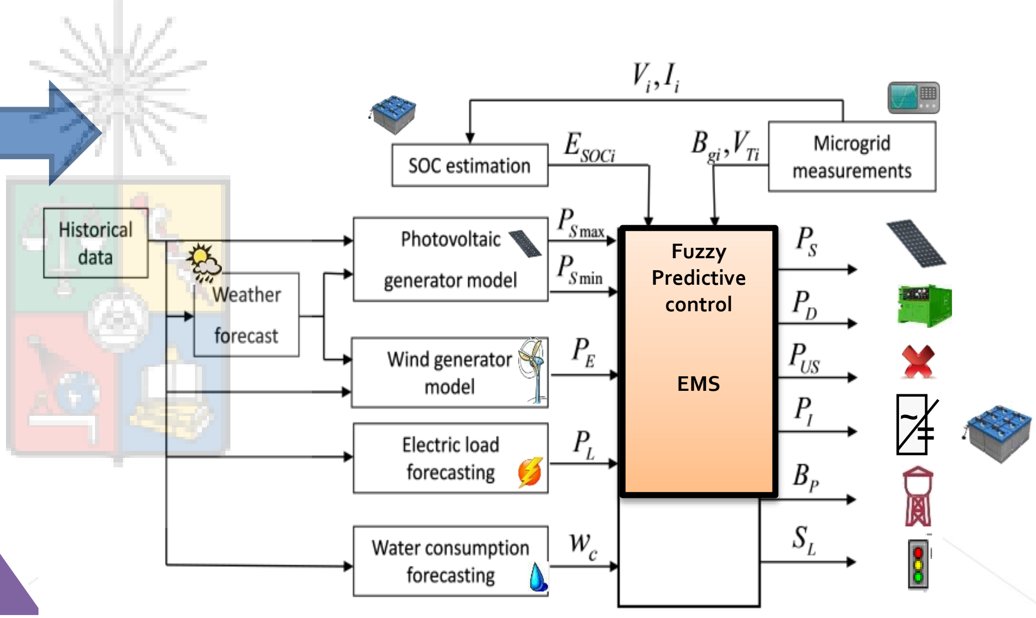


Aplicaciones Control de Sistemas

- Micro-redes

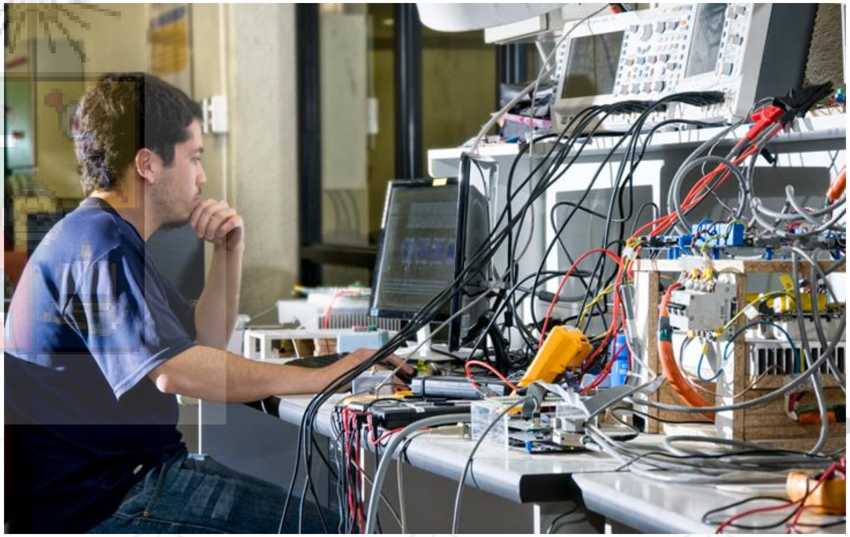


Energy Management System



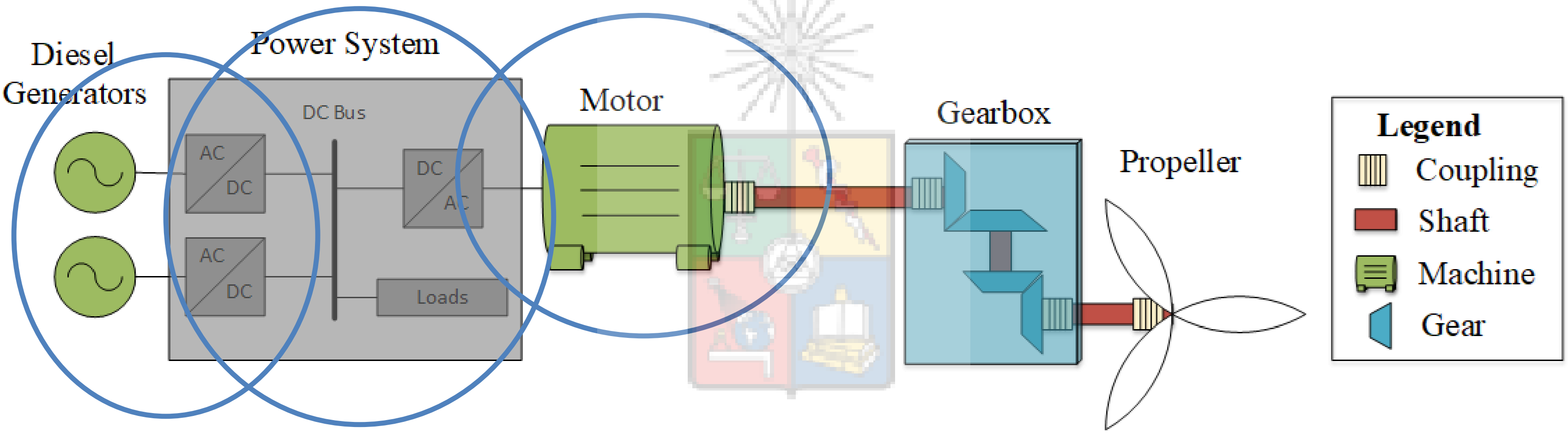
Aplicaciones Control de Sistemas

- Electrónica de Potencia



Aplicaciones Control de Sistemas

- Barcos



Programa

- El estudiante al término del curso está en condiciones de analizar y modelar sistemas lineales continuos y discretos. Además, conoce y puede emplear métodos y técnicas básicas de control para sistemas dinámicos lineales, tanto de tiempo continuo como discreto, haciendo uso de herramientas analíticas y computacionales.

Bibliografía (literalmente cientos de libros)

Básica

- **[1] OGATA, K. Discrete-Time Control Systems. Prentice Hall, 1994.**
- **[2] OGATA, K. Ingeniería de Control Moderna. Prentice Hall, 1999.**
- **[3] OGATA, K. Modern Control Engineering. Quinta Edición. Prentice Hall, 2009.**
- [4] BROGAN, W. Modern Control Theory. Prentice Hall, 1991.

Complementaria

- [5] ASTRÖM, K., HÄGGLUND, T. PID Controllers: Theory, Design, and Tuning. ISA, 1995.
- [6] ASTRÖM, K., WITTENMARK, B. Computer-Controlled Systems, Theory and Design. Prentice Hall, 1997.
- [7] BLEVINS, T., MCMILLAN, G., WOJSZNIS, W., BROWN M. Advanced Control Unleashed. ISA, 2003.
- [8] DORF, R., BISHOP, R. Modern Control Systems. Decimoprimera Edición. Prentice Hall, 2007.
- [9] DORF, R. Sistemas Modernos de Control. Addison Wesley, 1996.
- [10]KUO, B. Automatic Control Systems. Prentice Hall, 2002.
- [11]KUO, B. Sistemas de Control Automático. Prentice Hall, 1997.
- [12]DRIANKOV, D., Hellendoorn, H., Reinfrank, M. An Introduction to Fuzzy Control, Springer-Verlag, 1996.

Objetivos Curso

- Analizar y modelar sistemas lineales
- Aplicar métodos de control
- Diseñar controladores

Requisitos

- Comportamiento de sistemas eléctricos/mecánicos
- Ecuaciones Diferenciales
- Laplace/Transformada Z
- Variables de Estado

Objetivos Clase

Conceptos Básicos de Control

Lazo Abierto

Lazo Cerrado

Principios de Control de Sistemas

- Interconexión de componentes, que en su conjunto, presenta un comportamiento deseado. Asume relaciones de causa-efecto.
- El objetivo de "control" es mantener la salida de un sistema cercana a un valor deseado independiente de las perturbaciones y dinámicas del sistema.

Entrada Y(t)
Varía en el tiempo

Mecánico, Eléctrico, Fluidos, Termal, Electro-mecánico, etc.

Salida x(t)
Varía en el tiempo

- Descrito por ecuaciones diferenciales.
- Puede ser lineal o no-lineal

Principios de Control de Sistemas

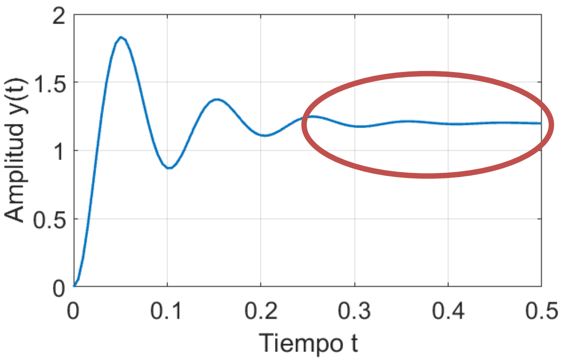
Entrada
r(t)
Varía en el
tiempo

Sistema
o Planta

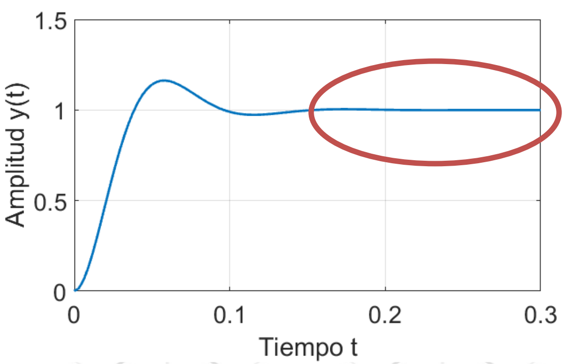
Salida
y(t)
Varía en
el tiempo

- Descrito por ODE.
- Puede ser lineal o no-lineal

Sin Control



Con Control



Clasificación Sistemas

- Número de entradas /salidas
  - SISO
  - SIMO
  - MISO
  - MIMO
- Lazo Control
  - Abierto
  - Cerrado
  - Otros
- Linealidad
  - Lineal
  - No-lineal
- Tiempo
  - Continuo
  - Discreto
- Dependencia del Tiempo
  - Dinámico (depende)
  - Estático (no depende)

Preguntas Conceptuales de Repaso

- ¿Qué es una perturbación?
- ¿Cuál es la ventaja de utilizar la transformada de Laplace o la transformada Z?
- ¿Qué son las variable de estado?
- ¿Qué se entiende por sistema lineal?

Definiciones Básicas

Planta/Sistema

Variables Manipuladas

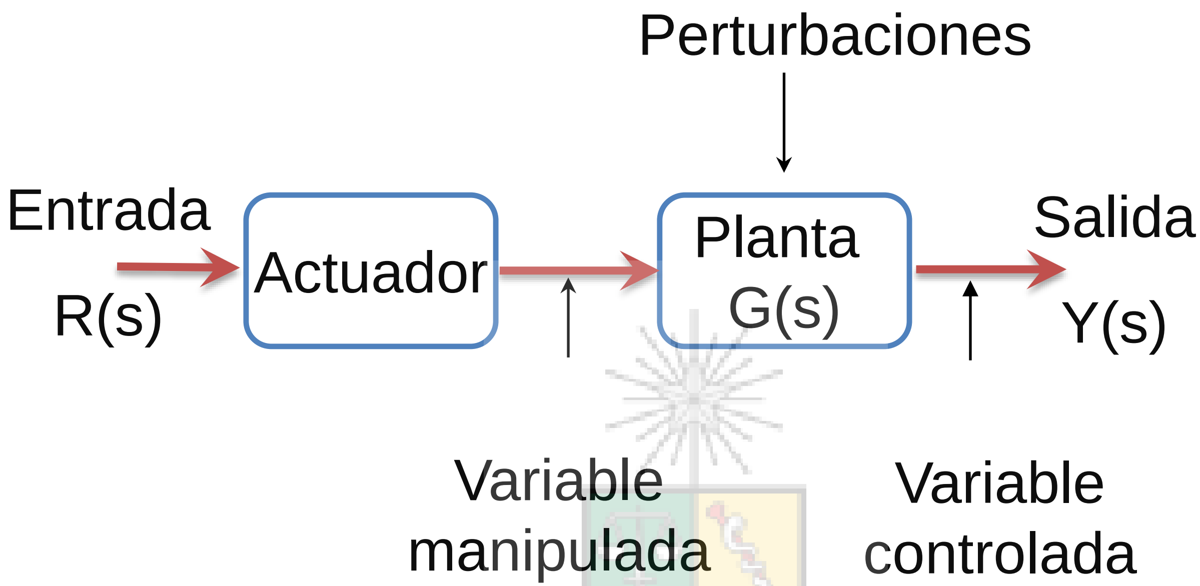
Variables de Estado

Variables Controladas

Perturbaciones

Referencias

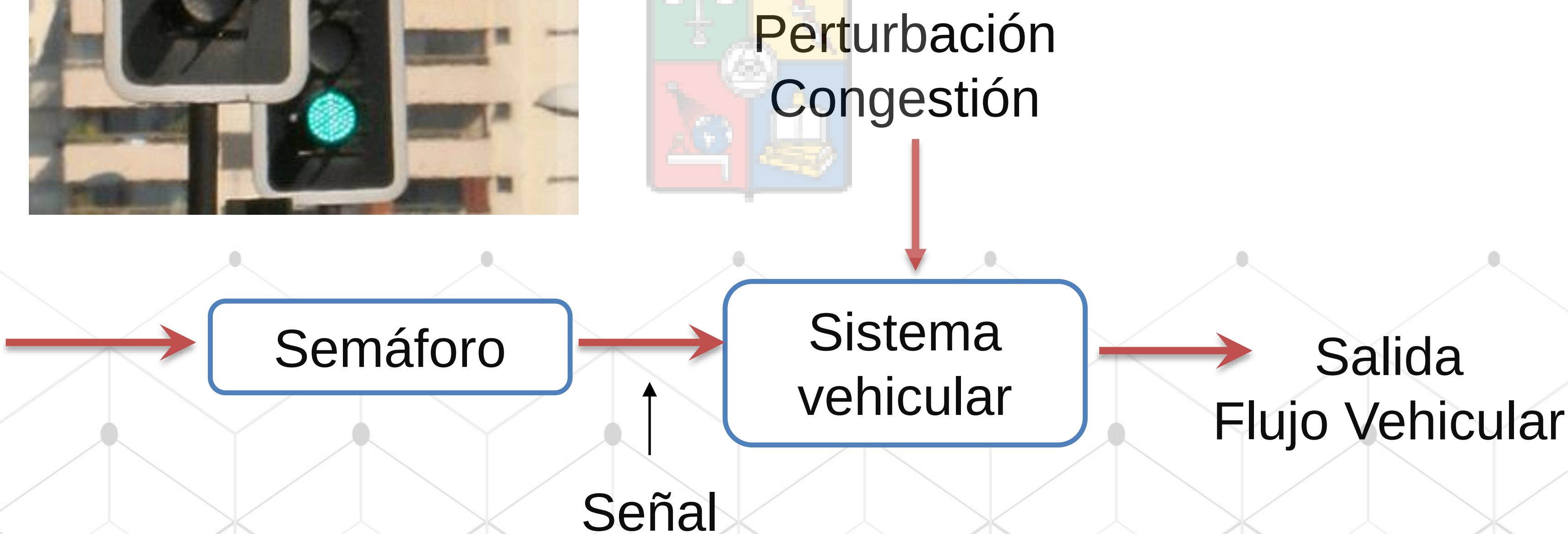
Control Lazo Abierto



- El actuador habitualmente efectúa la conexión entre una señal de baja potencia y una señal de alta potencia.
- Por ejemplo una señal de baja intensidad (±5V) a la salida de un conversor Digital /Análogo (D/A) se conecta a un actuador (variador de frecuencia) para regular la velocidad de un motor de 100kW.
- Una señal de 4-20mA o de 3-15psi se utiliza a la entrada de una válvula neumática que entrega vapor o gas con alta presión.

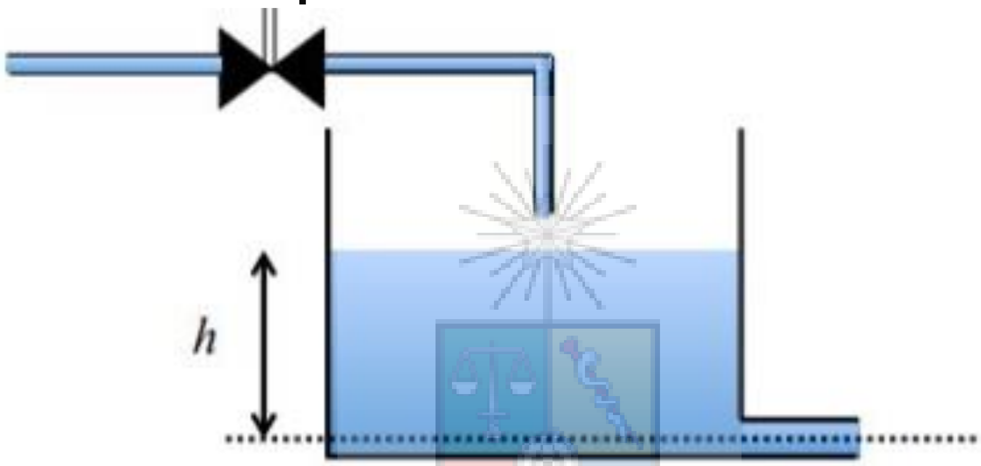
Control Lazo Abierto

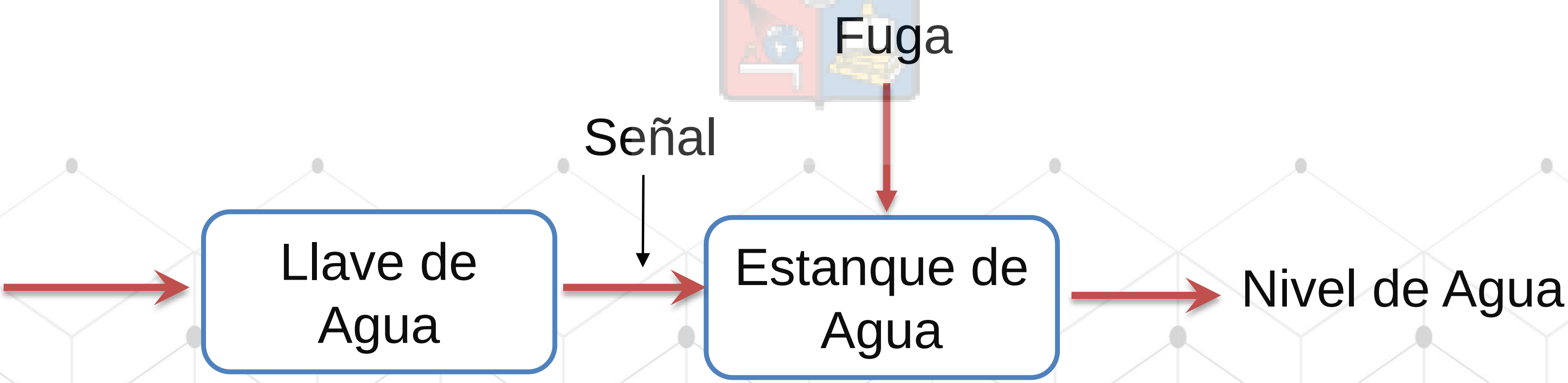
- Ejemplo: Semáforo



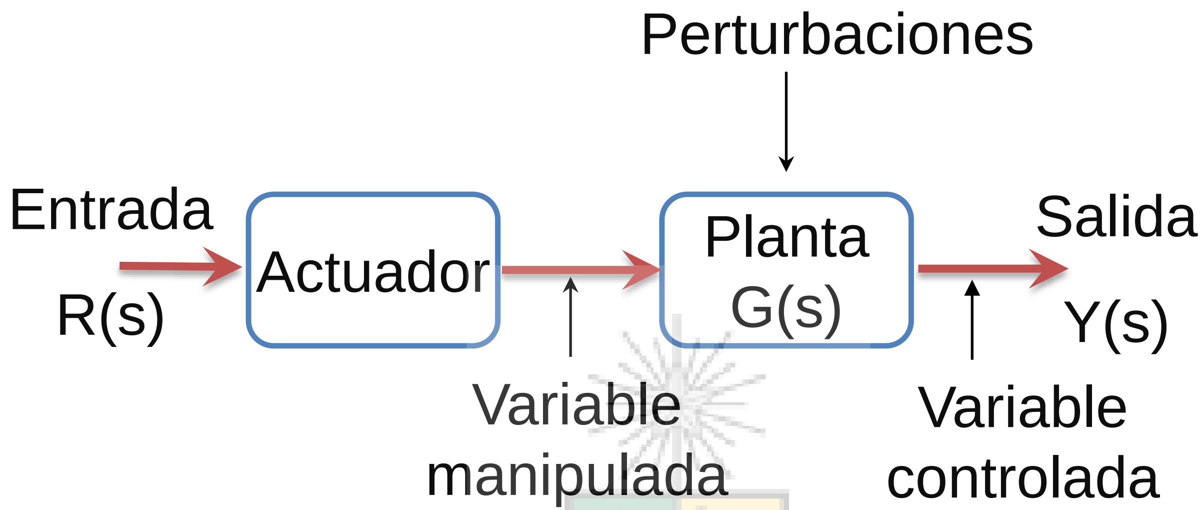
Control Lazo Abierto

- Ejemplo: Estanque

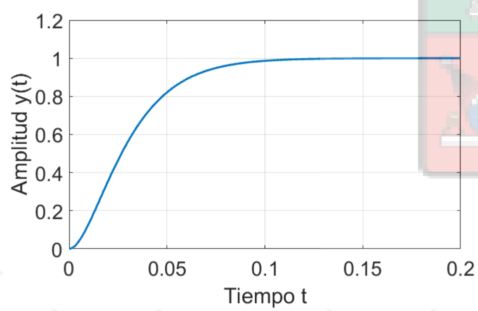




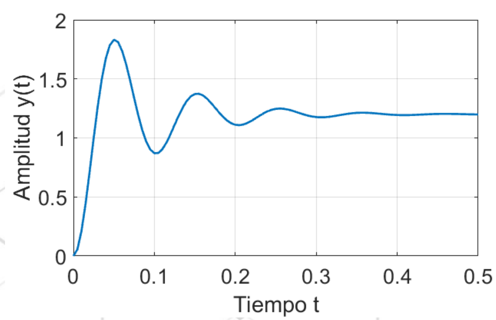
Control Lazo Abierto



Y(s)
Deseada



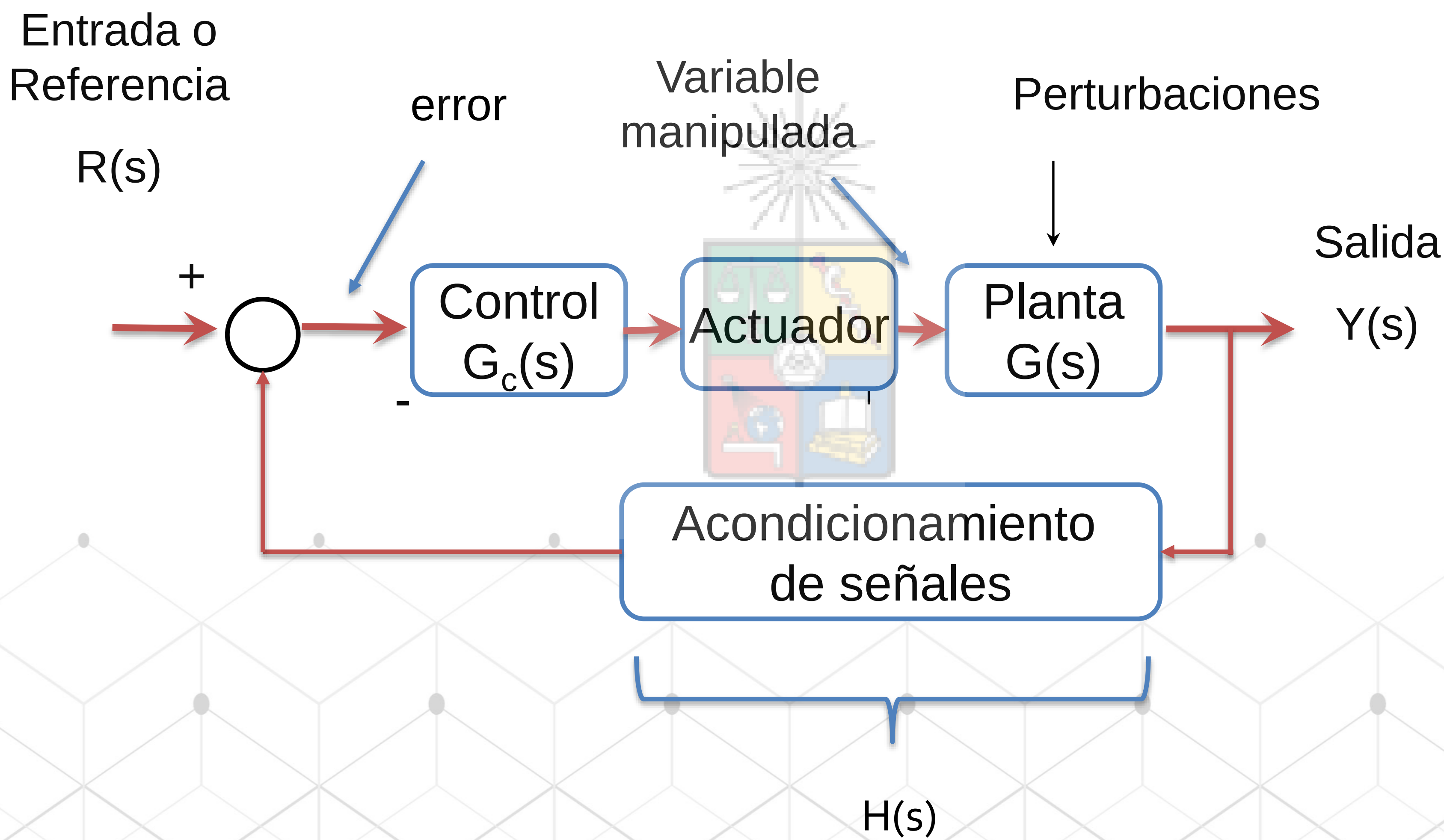
Y(s)
Real



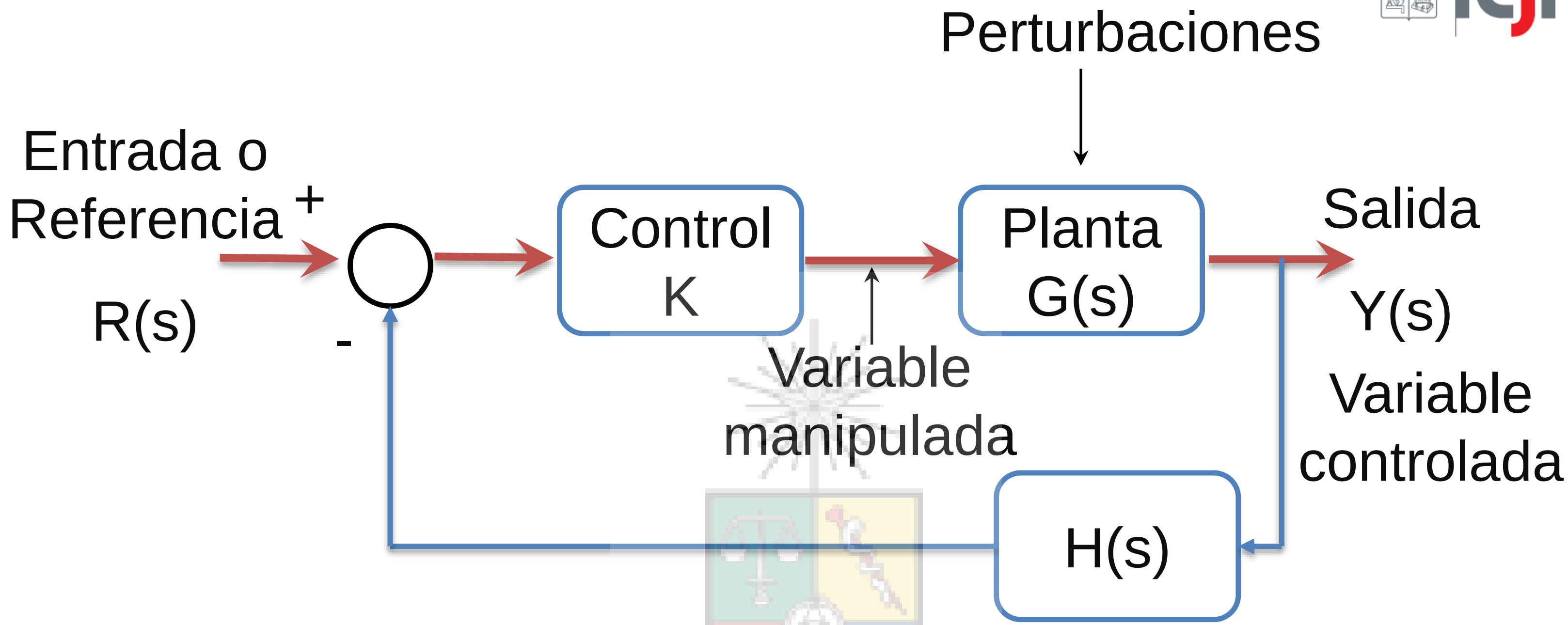
Queremos: $Y(s) = R(s)$

Pero, $Y(s) = G(s)R(s) \neq R(s)$

Control a lazo cerrado



Control Lazo Cerrado (simplificación)



- K: Ganancia de la alimentación
- $G(s)$: Función de Transferencia de la planta
- Función de Transferencia Lazo Cerrado:

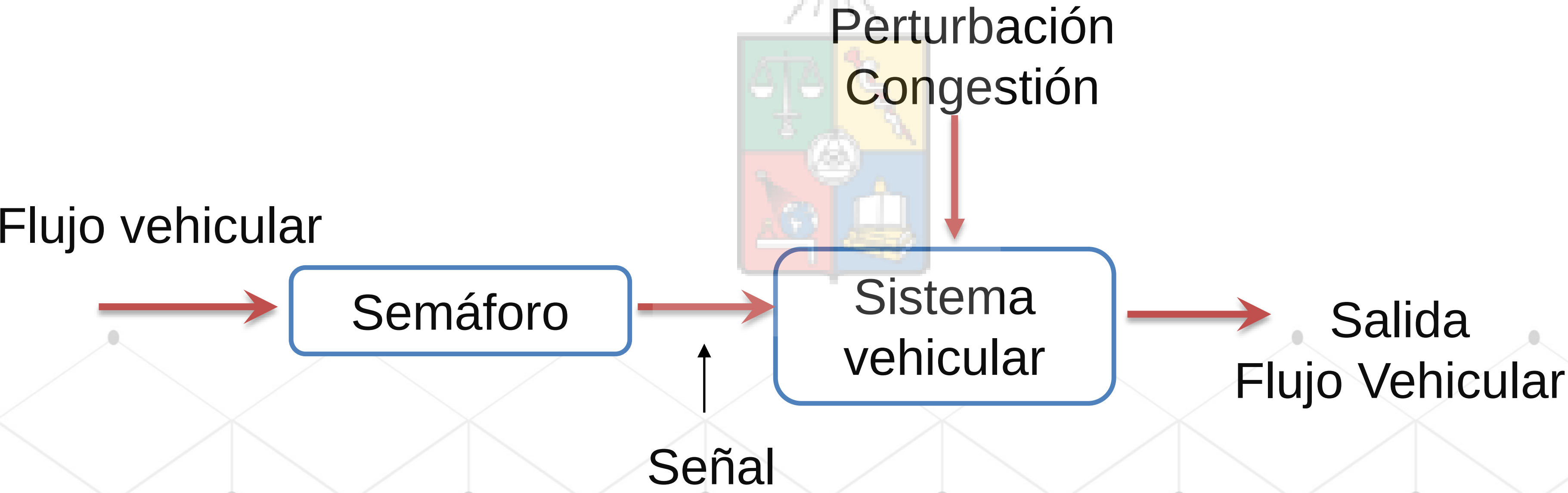
$$Y(s) = G(s)K\big(R(s) - H(s)Y(s)\big)$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)H(s)}$$

- Si $K \to \infty \Longrightarrow Y(s) \approx R(s)$

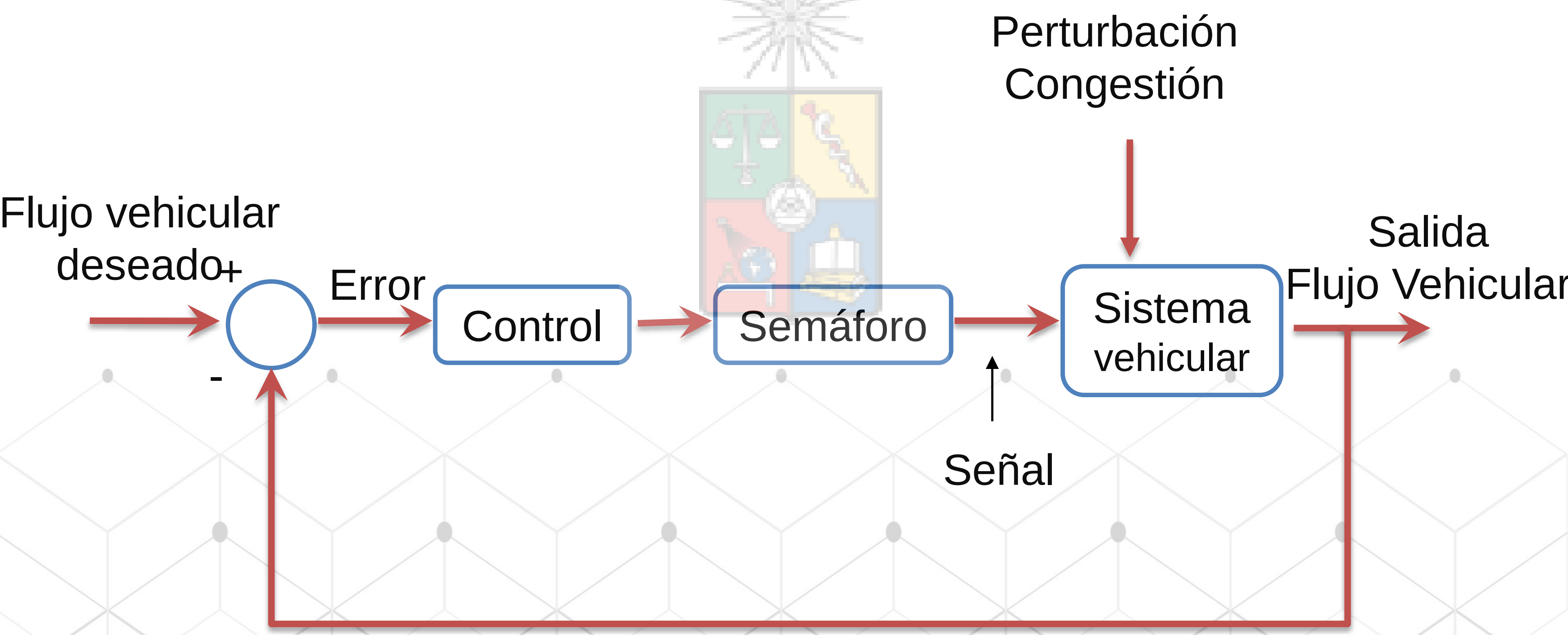
Control Lazo Cerrado

- Ejemplo: Semáforo



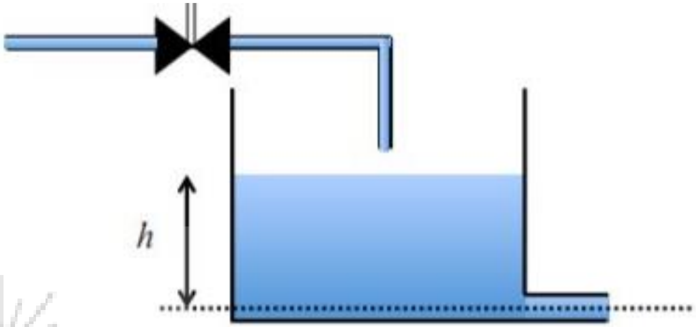
Control Lazo Cerrado

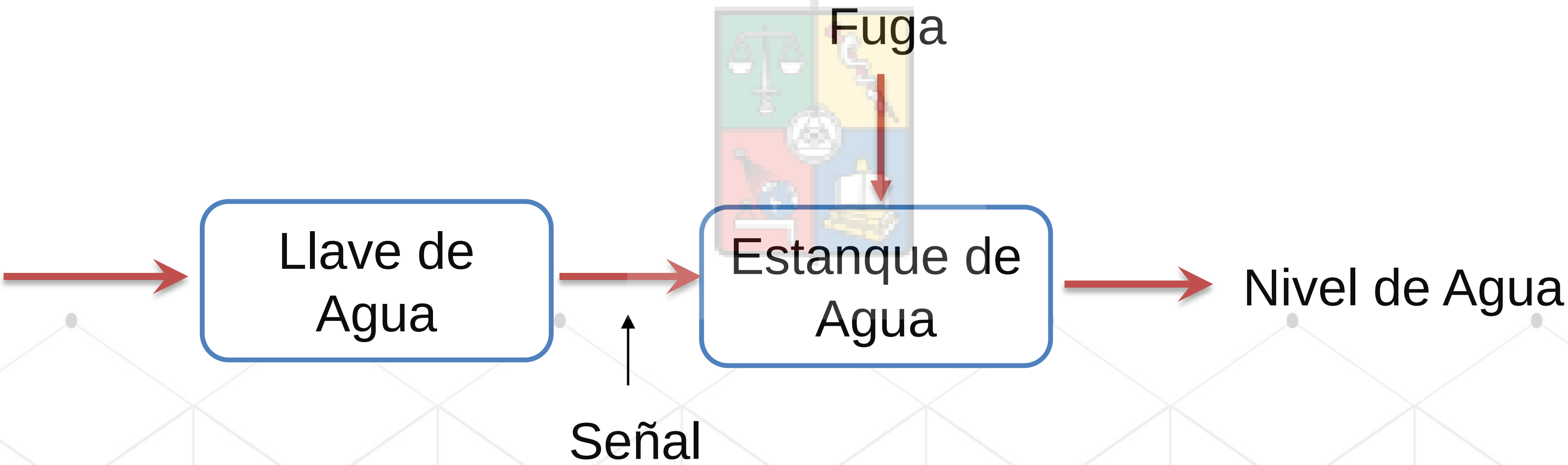
- Ejemplo: Semáforo



Control Lazo Cerrado

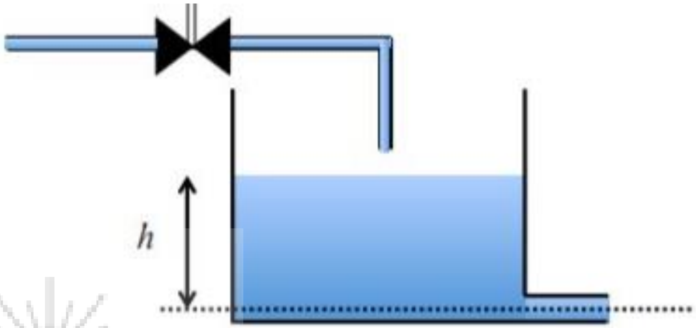
- Ejemplo: Estanque

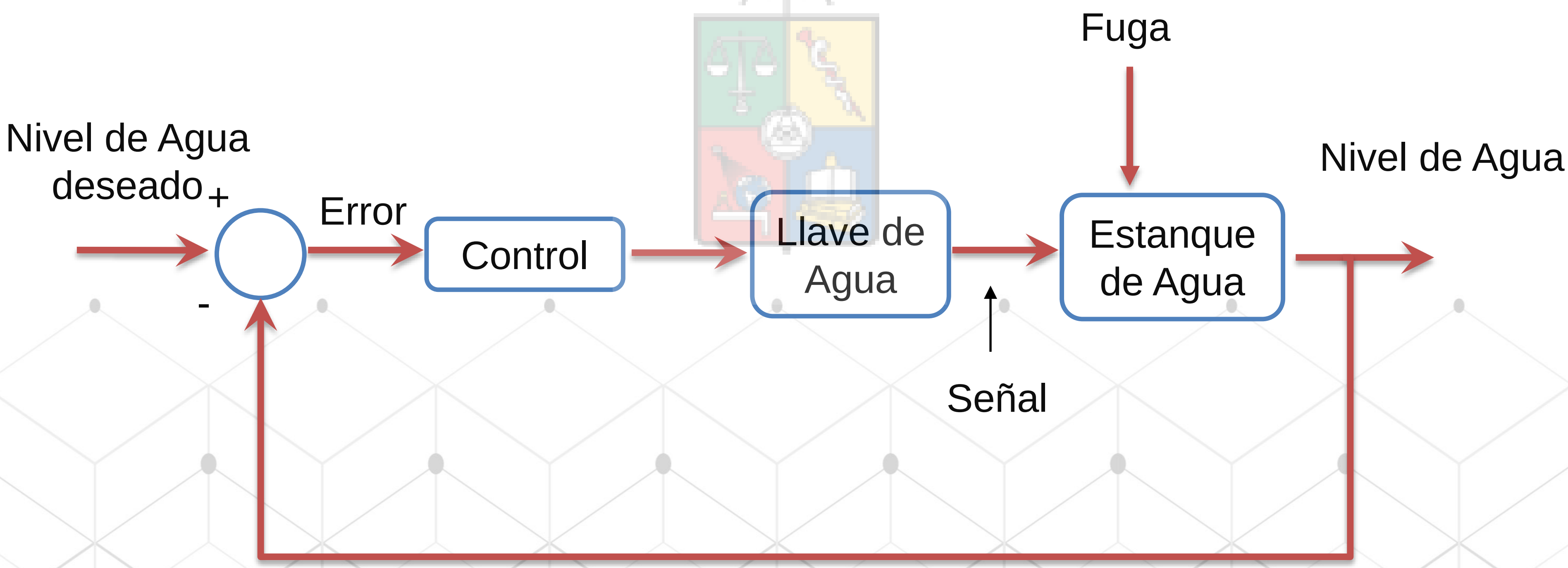




Control Lazo Cerrado

- Ejemplo: Estanque





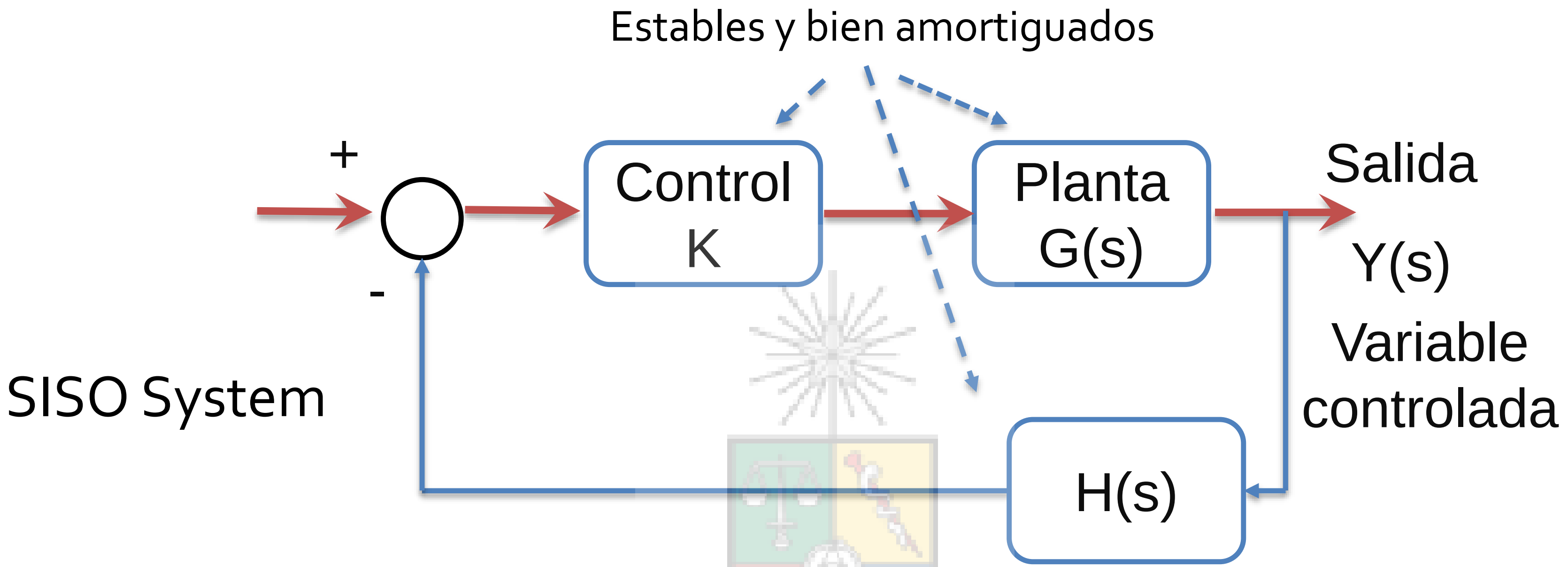
Sistemas de Lazo Cerrado

- En un sistema de control se tiene un conjunto de sistemas que interactúan. Estos son el controlador, la planta, el actuador, filtros, etc.

- Cada uno de esos bloques tiene (habitualmente) una función de transferencia entrada/salida que es estable y entrega una respuesta sin grandes oscilaciones.

- Es decir por sí solos $G_c(s)$, $H(s)$, $G(s)$ funcionan adecuadamente.

Sistema de lazo cerrado



- Al cerrar el lazo, la función de transferencia entrada salida queda como:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KG(s)}{\underbrace{1 + KG(s)H(s)}_{\text{La estabilidad depende de la posición de estos polos}}}$$

¿Estabilidad?

- Recuerde. La estabilidad de un sistema depende de la posición de los polos de lazo cerrado.

- Si los polos de lazo cerrado se encuentran en el semiplano izquierdo, el sistema es estable. Esto sucede cuando la parte real de los polos es negativa.

- Esto es aplicable a los polos de lazo cerrado. Un sistema puede tener ceros de lazo cerrado en el semiplano derecho sin que el sistema sea inestable.

- Esto no significa que la posición de los ceros de lazo cerrado no tenga ningún efecto en la respuesta del sistema. Los ceros de lazo cerrado afectan la respuesta pero no producen inestabilidad (sistemas lineales)

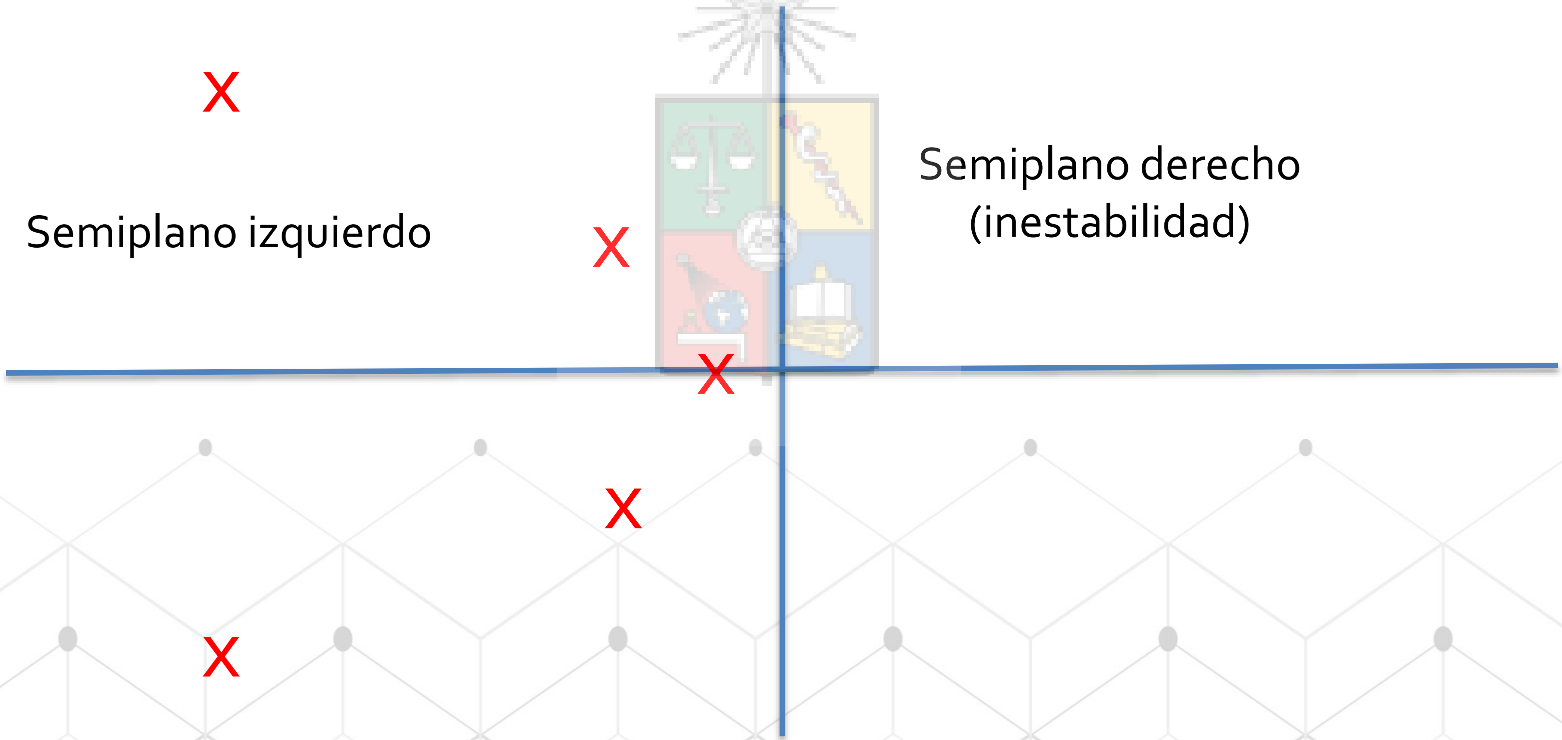
¿Estabilidad?

- Estabilidad, es una condición necesaria pero no suficiente.

- Un sistema de control debe tener además un comportamiento dinámico y de estado estacionario adecuado.
  - Oscilaciones acotadas.
  - Bajo error en estado estacionario.
  - Adecuado tiempo de establecimiento.
  - etc.

Polos de lazo cerrado

- Se pueden tener muchos polos de lazo cerrado. Algunos son más importantes, desde el punto de vista de control, que otros. En general los polos son complejos conjugados o reales.



Polos de lazo cerrado

- Supongamos una función de transferencia a lazo cerrado generalizada. Es decir:

$$\frac{Y(s)}{Y^*(s)} = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)H(s)} = \frac{K\prod(s+z_i)}{\prod(s+p_j)}$$

- Utilizando fracciones parciales se llega a:

$$\frac{K\prod(s+z_i)}{\prod(s+p_i)} = \sum \frac{A_i}{(s+p_j)}$$

Respuesta en el tiempo

- A partir de las fracciones parciales tenemos la respuesta en el tiempo. Es decir:

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\sum \frac{A_i}{(s+p_i)}\right\} = \sum A_i e^{-p_i t}$$

- Un polo con parte real positiva entrega un término exponencial decreciente (sistema estable).
- Polo complejos conjugados , con parte real positiva, entregan una respuesta sinusoidal decreciente.
- Un polo con parte real negativa es inestable.
- Un polo con parte real cero está en el borde de la estabilidad.

Preguntas conceptuales de repaso

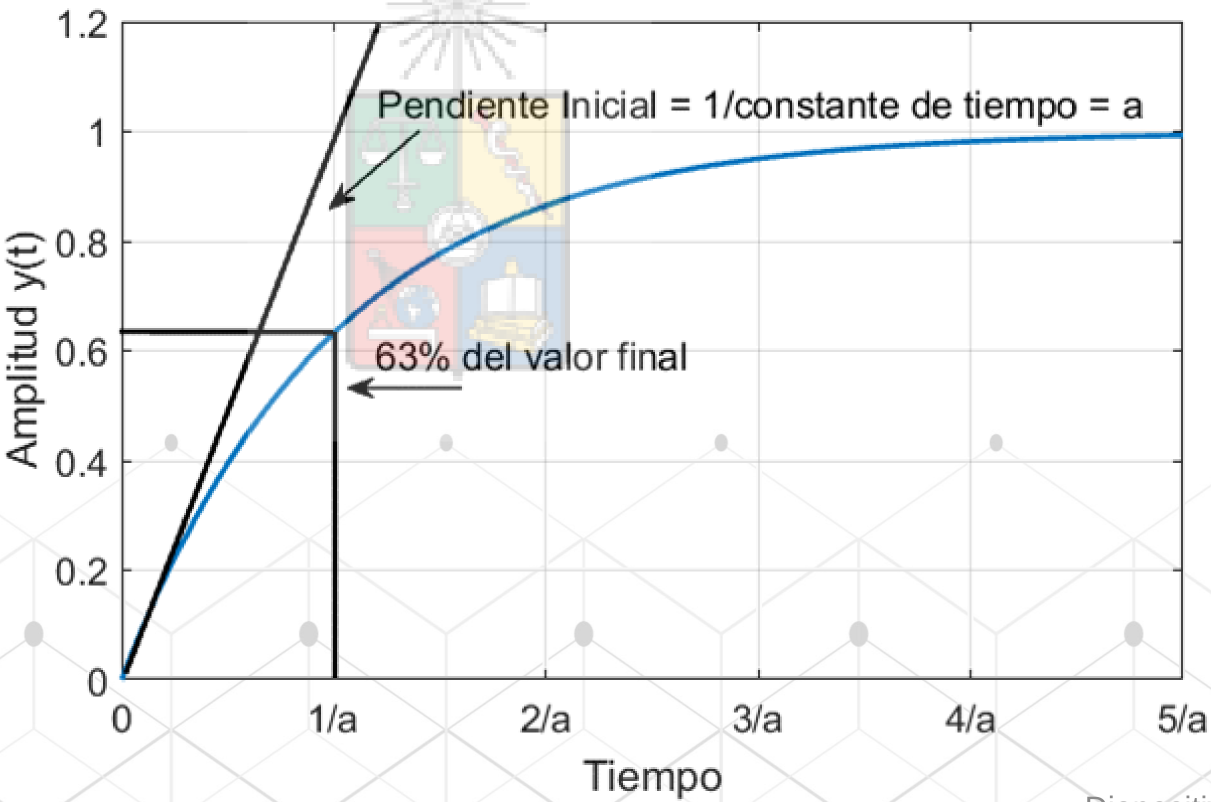
- ¿Por qué los polos deben ser complejos conjugados?
- ¿Qué es una función de transferencia propia?
- ¿Por qué las funciones de transferencia impropias no se utilizan en control?

Sistema de Primer Orden

- Ecuación en el tiempo: $M\dot{x}(t) + Kx(t) = f(t)$
- Función de Transferencia:

$$TF = \frac{1}{Ms + K}$$

Respuesta al Escalón



Repaso del Sistema de segundo orden

- La función de transferencia del sistema de segundo orden (ideal) es:

$$\frac{y(s)}{y^*(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2}$$

- Su respuesta en el tiempo (a entrada escalón) se escribe como:

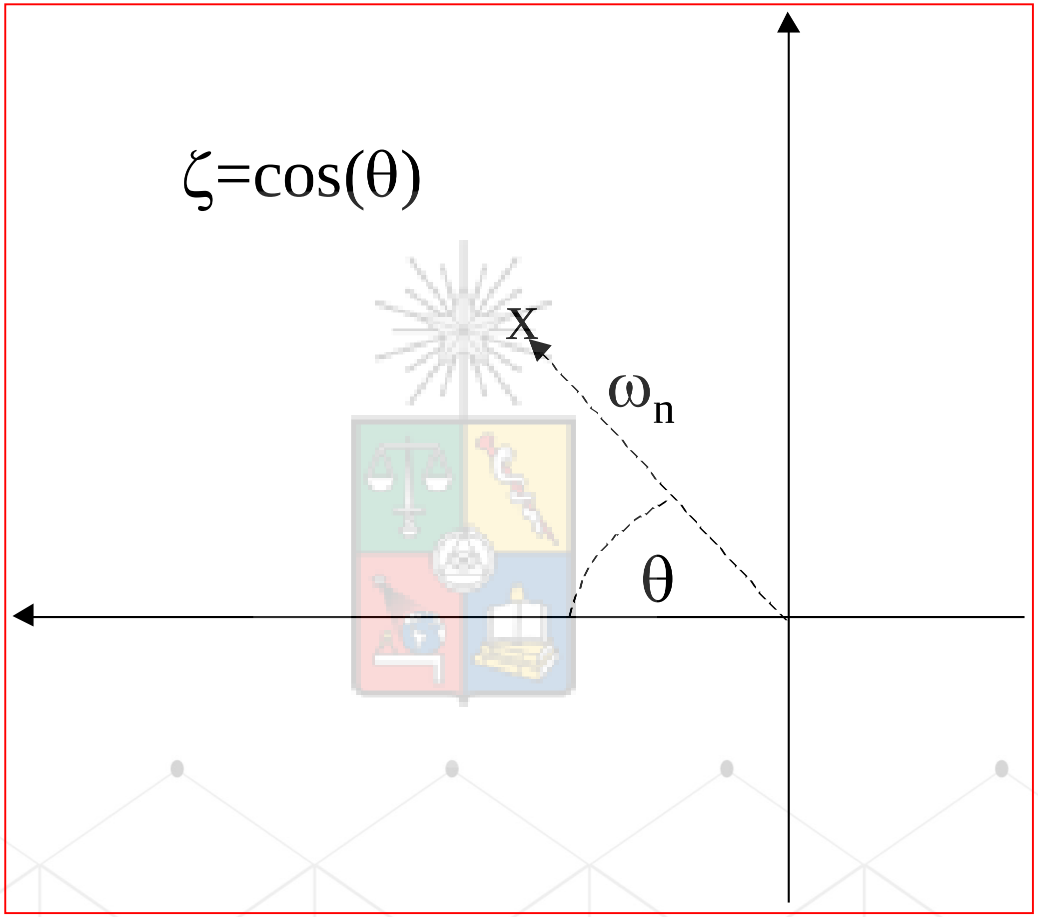
$$y(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} \mathrm{e}^{-\zeta\omega_\mathrm{n}\mathrm{t}} \sin\left[\omega_n\left(\sqrt{1-\zeta^2}\right)t + \theta\right]$$

Repaso del sistema de segundo orden

- Al parámetro ω_n se le denomina frecuencia natural.

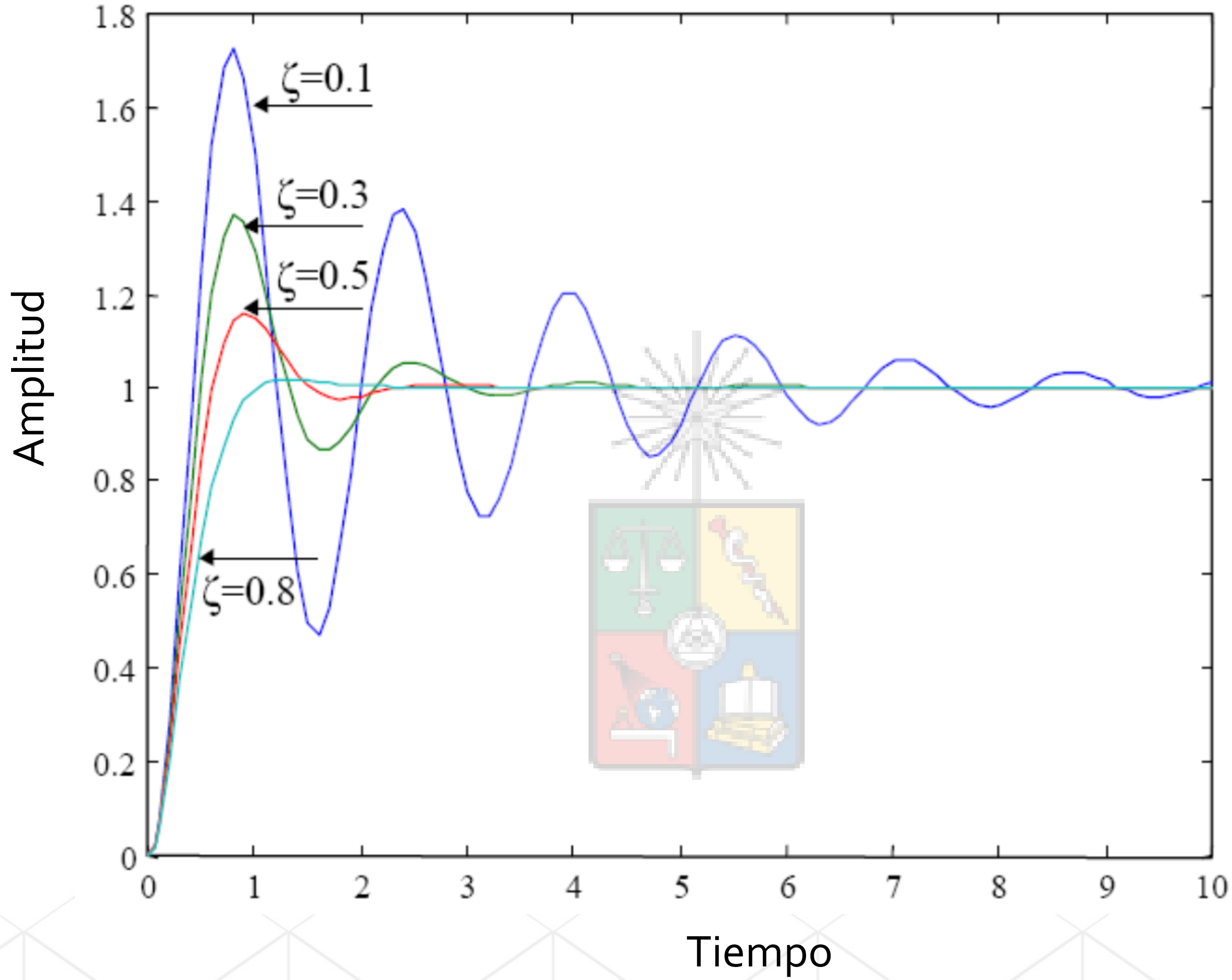
- Al parámetro ζ (zeta) se le denomina coeficiente de amortiguamiento. En la U de Chile se utiliza frecuentemente ξ.

Sistema de segundo orden en el plano s



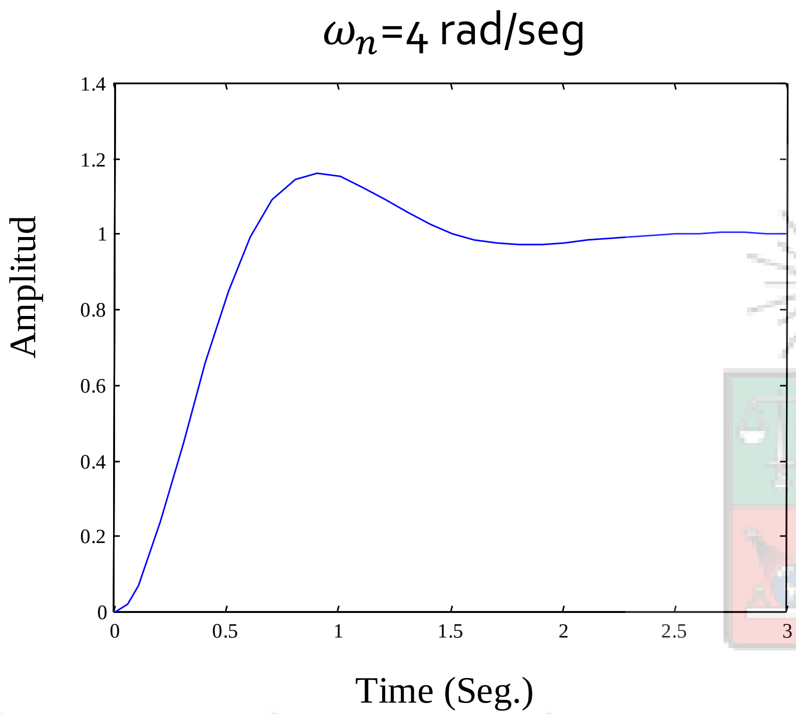
Para un sistema de polos complejos el coeficiente de amortiguamiento se calcula como el coseno del ángulo mostrado en la figura.

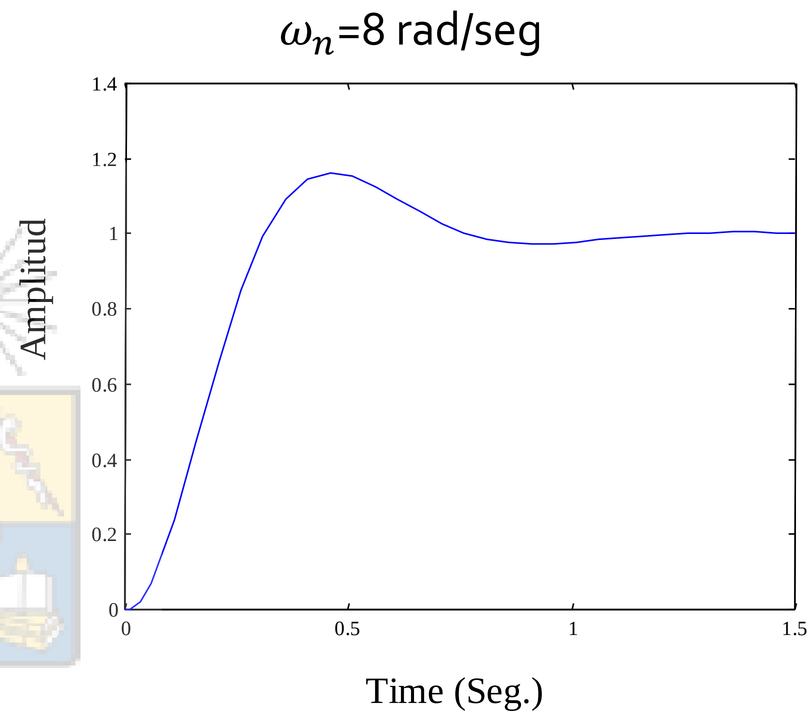
Sistema de segundo orden (ideal) en el tiempo.



El coeficiente de amortiguamiento es comúnmente asociado con la forma de la respuesta. En general coeficientes de amortiguamiento bajo 0.4-0.5 se consideran inaceptables pero eso varía de sistema a sistema.

Influencia de ω_n





La velocidad de la respuesta depende de la frecuencia natural. Para un sistema de segundo orden ideal, al aumentar la frecuencia natural al doble (manteniendo el coef. de amortiguamiento) el tiempo de establecimiento se reduce a la mitad.

Sistema de segundo orden ideal

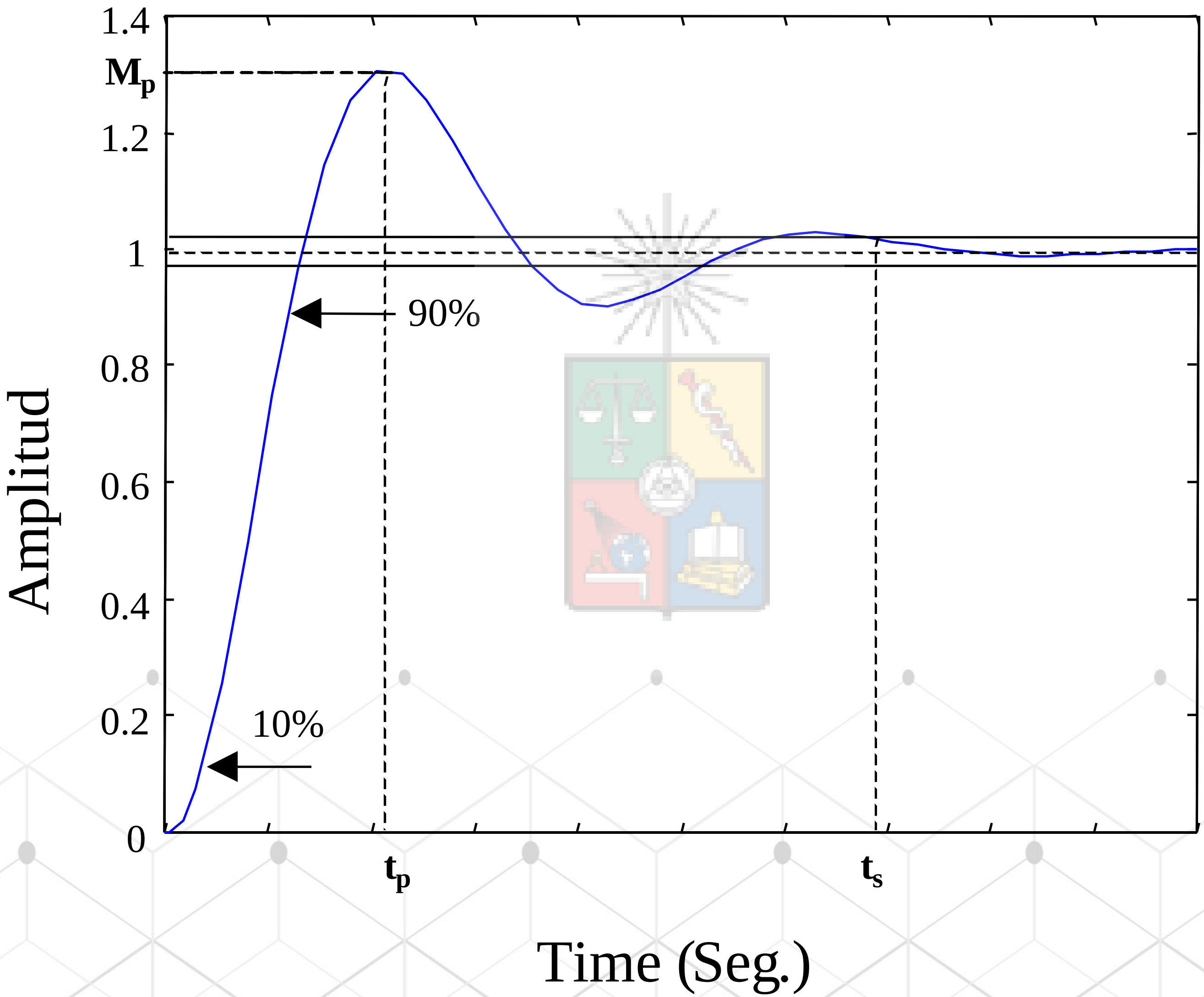
- Por lo tanto existen dos parámetros de diseño relacionado con un sistema de segundo orden.

- La frecuencia natural ω_n que se utiliza para regular la velocidad del sistema.

- El coeficiente de amortiguamiento ζ que se utiliza para establecer la forma de onda de la respuesta.

- Estos dos parámetros no están totalmente desacoplados. Al variar ζ también cambia la velocidad de respuesta, pero (habitualmente) no se utiliza para ese propósito.

Formulas del sistema de segundo orden ideal



Fórmulas del sistema de segundo orden ideal

- Sobrepaso, sobreoscilación u *overshoot*

$$M_p = 1 + e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

- Tiempo de establecimiento al 2%:

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}$$

- Tiempo de subida. Es el tiempo que toma al sistema para subir desde el 10% al 90% de la respuesta.

$$T_r = \frac{2.16\zeta + 0.6}{\omega_n} \qquad 0.3 \le \zeta \le 0.8$$

- Tiempo en que ocurre el máximo peak.

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$$

Fórmulas del sistema de segundo orden

- El sobrepaso es importantes en algunos sistemas. Por ejemplos ascensores y correas transportadoras. Si no se aceptan sobrepasos en un sistema entonces todos sus polos de lazo cerrado deberían ser reales.

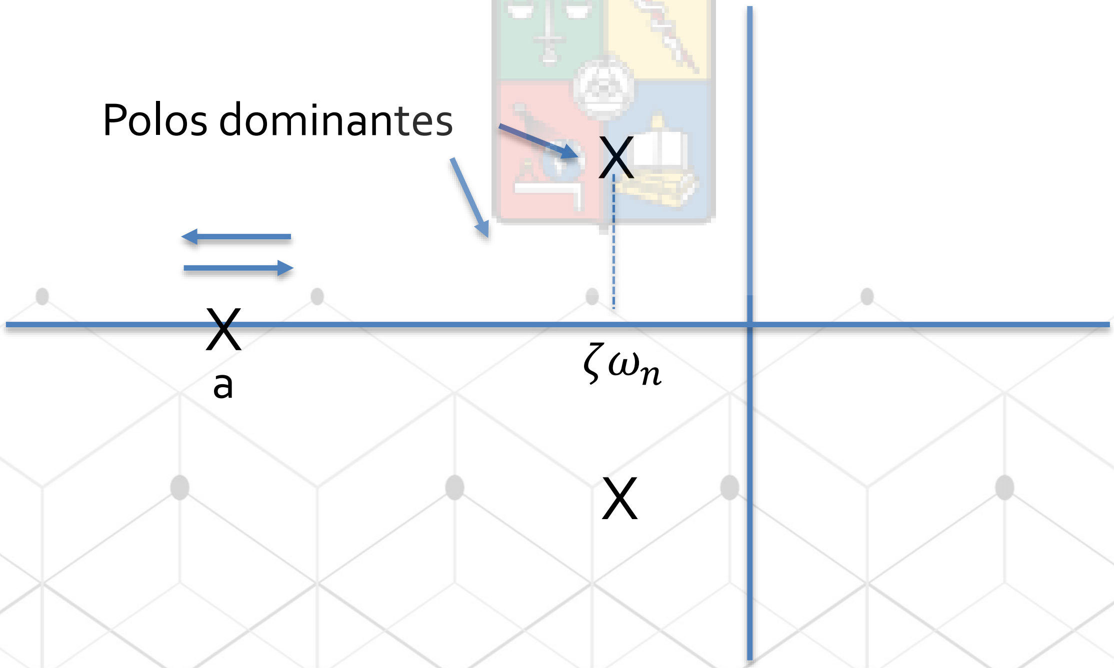
- El tiempo de establecimiento mide la velocidad con la que el sistema llega a estado estacionario. Habitualmente se utilizan las bandas de 2% y de 5%.

- El tiempo de subida mide que tan rápido el sistema se acerca a la referencia (en algunos sistemas se prefiere ésto). Es otra forma de medir la velocidad de respuesta.

Sistema de Segundo Orden no Ideal con un polo extra.

- La función de transferencia al considerar un polo extra es:

$$\frac{y(s)}{r(s)} = \frac{\omega_n^2 a}{\left(s^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2\right)(s+a)}$$



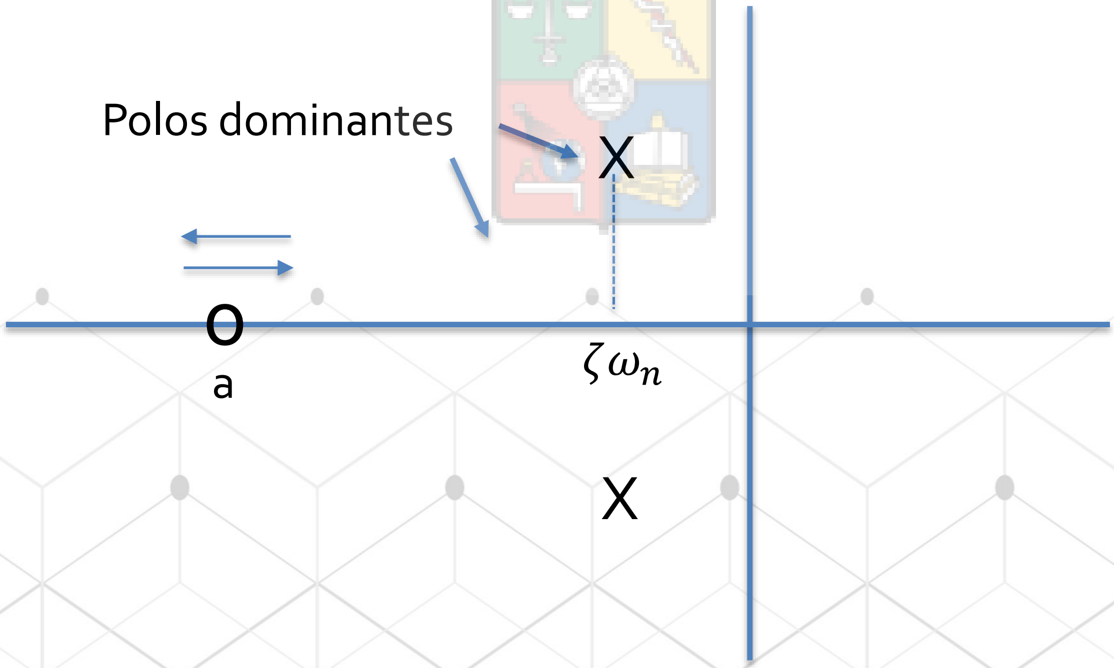
Sistema no ideal

- Dependiendo de la posición del polo extra, la respuesta del sistema de lazo cerrado es una mezcla de sistema de segundo orden y de sistema de primer orden.
- Cuando el polo extra *a* se encuentra un orden de magnitud mas alejado, entonces el polo extra casi no afecta al sistema (es decir cuando $a > 10\zeta\omega_n$).
- Esta es una “receta” o “rule of thumb”. Dependiendo del sistema se puede aceptar 7 veces o incluso 5 (más inusual) en vez de 10.
- En general cualquier elemento (polo o cero) que este 10 veces mas alejado de los polos dominantes de un sistema, afecta poco a la respuesta de éste.

Sistema de segundo orden no ideal con un cero extra

- La función de transferencia, considerando un cero extra es:

$$\frac{y(s)}{r(s)} = \frac{\omega_n^2/a\,(s+a)}{\left(s^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2\right)}$$



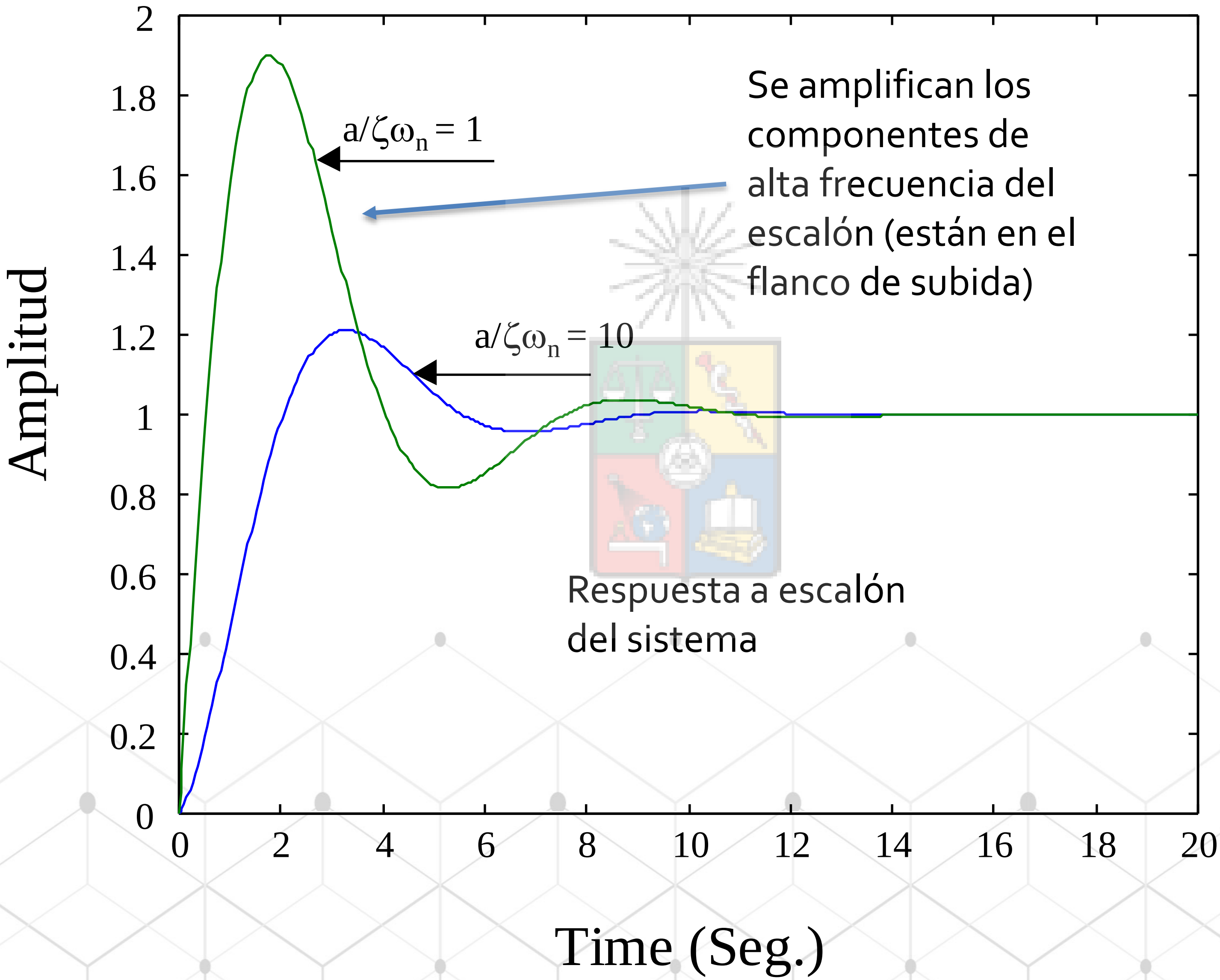
Problema de los ceros

- Los ceros actúan como derivadores, amplifican los componentes de alta frecuencia y también aumentan los sobrepasos y los ruidos. Por ejemplo si se considera un cero ideal "s".

$$v = V_m sen(\omega t) \rightarrow sv = \frac{d(V_m sen(\omega t))}{dt} = \omega V_m \cos(\omega t)$$

- La señal de entrada tenía una magnitud V_m y la de salida tiene una magnitud ωV_m. Si la frecuencia es muy alta, entonces se ha amplificado considerablemente el ruido.
- Estos se puede ver con mas detalles en la próxima figura.

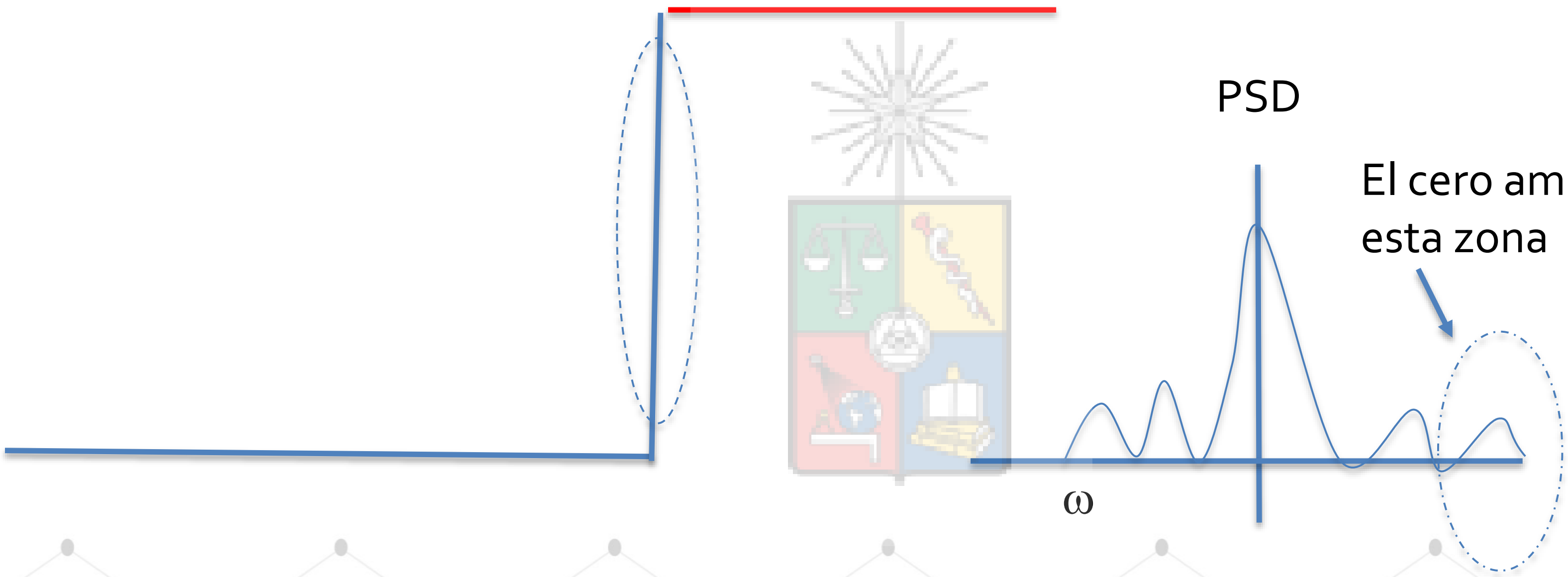
Problemas con los ceros



Se amplifican los componentes de alta frecuencia del escalón (están en el flanco de subida)

Respuesta a escalón del sistema

- Componentes de frecuencia de un escalón



PSD=Power Spectrum Density

Problemas con los ceros

- Nuevamente se cumple la regla de que si el cero se encuentra muy alejado de los polos dominantes, entonces la respuesta del sistema de segundo orden ideal no es muy afectada.

- Recuerde. Las fórmulas relacionadas con el sistema de segundo orden presentadas anteriormente son solo válidas para el caso ideal. Para el resto de los sistemas de segundo orden entregan valores aproximados.

Polos Dominantes

- En muchas aplicaciones es posible encontrar sistemas que tienen muchos polos. En este caso el diseñador debe identificar aquellos polos que son dominantes en la respuesta y concentrarse (pero no exclusivamente) en ellos. Por ejemplo en una función de transferencia como la siguiente:

$$y(t) = 1 - 3e^{-5t} - 3e^{-50t}$$

- La respuesta en el tiempo que depende del polo ubicado en 5 es la dominante.
- Asumiendo que el valor de la exponencial es despreciable después de 3 veces la constante de tiempo, entonces la respuesta del polo ubicado en 50 desaparece después de solo 60 milisegundos mientras la respuesta en el tiempo del polo ubicado en 5 afecta al sistema por 600 milisegundos.

Polos Dominantes

- En el diagrama de polos y ceros (a lazo cerrado), los polos que se encuentran más cerca del origen son considerados dominantes.

- Si los polos que están cercanos al origen tienen un bajo coeficiente de amortiguamiento el sistema tendrá una respuesta oscilatoria e inapropiada aunque los polos no dominantes tengan un valor de ζ adecuado.

- Polos dominantes bien ubicados es una condición necesaria pero posiblemente insuficiente para tener una respuesta adecuada en un sistema.

Polos Dominantes y no dominantes