

(1 pt) Nombre: _____

Devuelva esta hoja con su nombre. Muestre todos los cálculos claramente y en orden. Justifique todas las respuestas algebraicamente cuando sea posible. Está permitido el uso de calculadora y apuntes. En caso que use calculadora, escriba todos los cálculos importantes, y si ha generado gráficos en la misma, dibújelos en el papel.

Duración: 80 minutos.

1. (6 pts) Problema #1

Considere el pedal de bicicleta mostrado en la Fig. 1. Suponga que el ciclista al pedalear aplica una fuerza en el pedal que varía desde 0 N hasta 1500 N en cada ciclo. La sección transversal del brazo del pedal es de 20 mm de diámetro y el material de construcción es un acero con superficie maquinada y con resistencia a la tracción de 650 MPa (94.27 ksi) y a la fluencia de 500 MPa. Determine lo siguiente:

- El diagrama de cuerpo libre del brazo del pedal.
- El esfuerzo principal máximo en el brazo del pedal. (Hint: ubique los puntos críticos del brazo y calcule los esfuerzos principales en cada punto para determinar el más solicitado.)
- Para el punto más solicitado encontrado en (b), y considerando que los esfuerzos principales ya calculados corresponden al estado máximo de esfuerzos, calcule los esfuerzos de von Mises alternante y medio. (Hint: el estado de esfuerzos mínimo es cuando $F = 0$ con lo cual $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \Rightarrow \sigma_{\min} = 0$.)
- Con una confiabilidad de 99.999%, calcular el factor de seguridad del brazo con respecto a:
(d.1) fluencia estática en el primer ciclo, (d.2) fatiga según el criterio de Goodman modificado.
¿Qué tipo de falla controla el diseño?
- ¿Cuál es la vida esperada en ciclos hasta la falla del brazo del pedal?

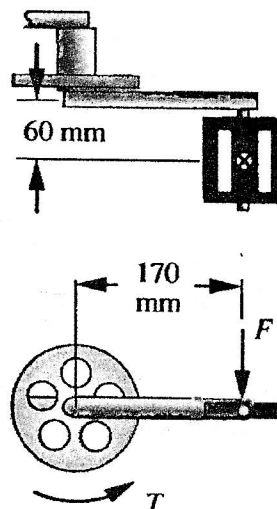


Fig. 1: Conjunto pedal de bicicleta.

PAUTA CONTROL #1

OTOÑO 2014

TOTAL = 6 pts + 1 pto base

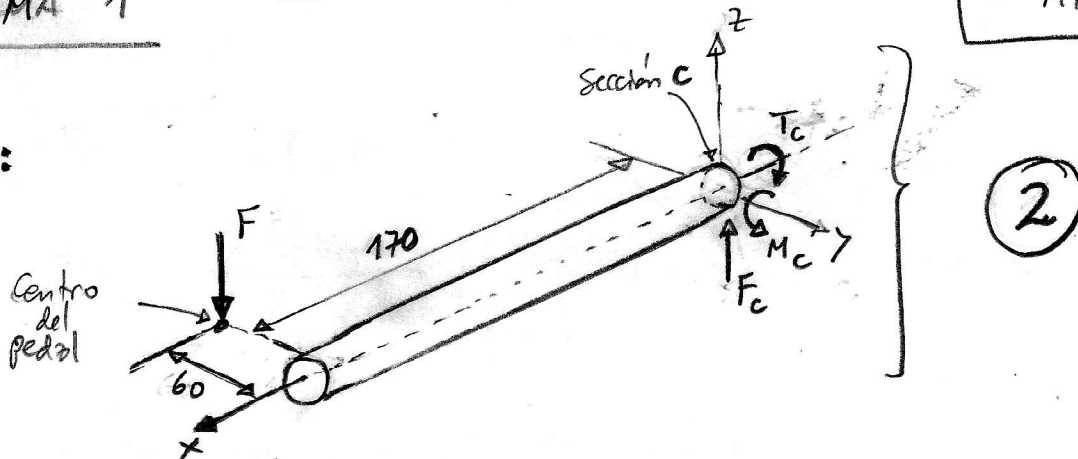
-1-

25/4/2014

ERROR DE ARRASTRE
DESCUENTA LA
MITAD

PROBLEMA 1

(a) DCL:

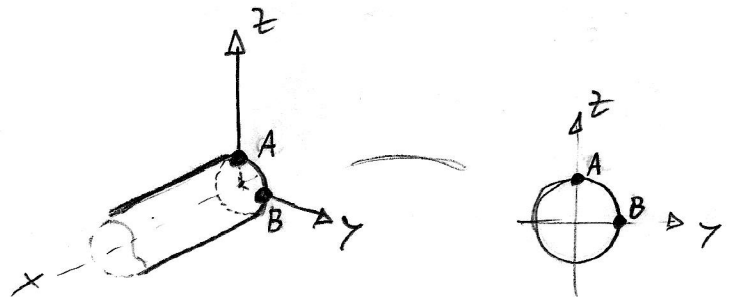


Sección C es la crítica.

(b) Puntos críticos en Sección C:

$$F_{min} = 0 \text{ N}$$

$$F_{max} = 1500 \text{ N}$$



• Para encontrar esfuerzos determinar T_c, M_c, F_c :

a, b pts. críticos.

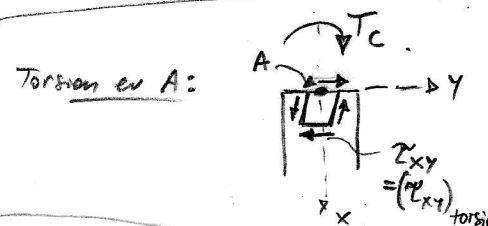
$$\sum M_y: F \times 170 - M_c = 0 \Rightarrow M_c = F \times 170 \Rightarrow M_c = 255000 \text{ Nmm}$$

$$\sum M_x: F \times 60 - T_c = 0 \Rightarrow T_c = F \times 60 \Rightarrow T_c = 90000 \text{ Nmm}$$

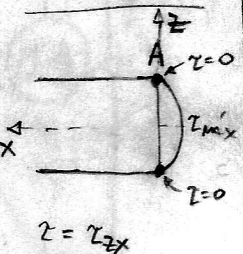
$$\sum F_z: F - F_c = 0 \Rightarrow F_c = F \Rightarrow F_c = 1500 \text{ N}$$

• Determinar los esfuerzos en A (PLANO x-y):

$$I_z = I_x = \frac{\pi (20)^4}{64} = 7.854 \times 10^3 \text{ mm}^4$$



Esfuerzo corte
transversal en A:



- Esfuerzo normal (flexión) en x: $\sigma_x = \frac{M_c \times (\frac{20}{2})}{I_x} = \frac{255000 (\frac{20}{2})}{7.854 \times 10^3} \approx 324.7 \text{ MPa}$

- Esfuerzo normal en y: $\sigma_y = 0 \text{ MPa}$

- Esfuerzo de torsión: $\tau_{xy} = \frac{T_c (\frac{20}{2})}{2 I_x} = \frac{90000 (\frac{20}{2})}{2 (7.854 \times 10^3)} \approx 57.3 \text{ MPa}$

- Esfuerzo de corte transversal: $\tau_{zy} = 0$

- Esfuerzos principales en A :

$$\sigma_{1A} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \approx 334.5 \text{ MPa}$$

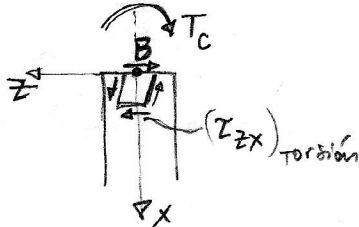
$$\sigma_{2A} = 0 \quad (F=0)$$

$$\sigma_{3A} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \approx -9.82 \text{ MPa}$$

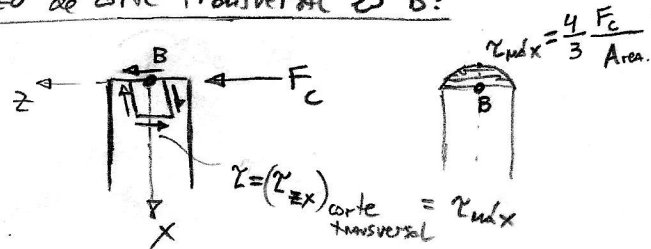
0.1

• Determinar los esfuerzos en B (Plano Z-X) :

Torsión en B:



Esfuerzo de corte transversal en B:



- Esfuerzo de corte τ_{zx} :

$$\begin{aligned} \tau_{zx} &= (\tau_{zx})_{\text{torsion}} + (\tau_{zx})_{\text{corte transversal}} = -\frac{T_c \left(\frac{20}{2}\right)}{2I_x} + \frac{4}{3} \frac{F_c}{\pi(20)^2/4} \\ &= -\frac{90000 \left(\frac{20}{2}\right)}{2(7.854 \times 10^3)} + \frac{16(1500)}{3\pi(20)^2} \\ &\approx -50.93 \text{ MPa} \end{aligned}$$

- Esfuerzos normales:

$$\sigma_z = 0$$

$$\sigma_x = 0 \quad (\text{flexión en eje neutro} = 0)$$

- Esfuerzos principales en B:

$$\sigma_{1B} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2} = 50.93 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{2B} = 0$$

$$\sigma_{3B} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2} = -50.93 \text{ MPa}$$

0.1

∴ R: El esfuerzo principal máximo para el brazo del pedal es en el punto A y vale 334.5 MPa } (0.1)

(c)

$$\sigma' = \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

El punto A es el más crítico. El estado inicial de esfuerzos principales es cuando $F=0$. Luego:

$\sigma_1 = 0$; $\sigma_2 = 0$; $\sigma_3 = 0 \Rightarrow \boxed{\sigma'_{\min} = 0}$

El estado de esfuerzos principales cuando $F = 1500 \text{ N}$ es:

$\sigma_1 = 334.5 \text{ MPa}$; $\sigma_2 = 0 \text{ MPa}$; $\sigma_3 = -9.82 \text{ MPa}$

$\Rightarrow \sigma'_{\max} = \left[\frac{(334.5 - 0)^2 + (0 + 9.82)^2 + (-9.82 - 334.5)^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \approx 339.5 \text{ MPa}$

(0.5) $\therefore \sigma'_a = \frac{|\sigma'_{\max} - \sigma'_{\min}|}{2} = \frac{|339.5 - 0|}{2} = 169.75 \text{ MPa}$

$\sigma'_m = \frac{\sigma'_{\max} + \sigma'_{\min}}{2} = \frac{339.5 + 0}{2} = 169.75 \text{ MPa}$

0.1) Limite teórico de resistencia a la fatiga: $S_e' = 0.5 S_u = 0.5 (650) = 325$ MPa

Factores de Marin:

• $K_a = a S_u^b = 4.51 (650)^{-0.265} \approx 0.811$ (maquinado)

• K_b :

$d_{eq} = 0.37 d = 0.37 (20) = 7.4$ mm

$\Rightarrow K_b = 1.24 d^{-0.107} = 1.24 (7.4)^{-0.107} \approx 1.0$

• K_c :

flexión $\Rightarrow K_c = 1$

torsión \Rightarrow se utilizó esfuerzo de von Mises $\Rightarrow K_c = 1$

• $K_d = 1$ (T° Ambiente)

• $K_e = 0.659$ (99.999% confiabilidad)

• $K_f = 1$ (no hay otros efectos)

0.1) Limite real de resistencia a la fatiga:

$S_e = 0.811 (0.659) 325 \approx 173.7$ MPa

(d.1) Fluencia estática

$n_y = \frac{S_y}{\sigma_a' + \sigma_m'} = \frac{500}{169.75 + 169.75} \approx 1.473$

(d.2) Goodman modificado

$n_f = \frac{1}{\frac{\sigma_a'}{S_e} + \frac{\sigma_m'}{S_u}} = \frac{1}{\frac{169.75}{173.7} + \frac{169.75}{650}} \approx 0.807$

Controlo fatiga //

c) Dado que $n_f < 1$, la vida esperada se estima como

$$(0.4) \left\{ \begin{aligned} \sigma'_{rev} &= \frac{\sigma'_a}{1 - \frac{\sigma'_m}{S_u}} = \frac{169.75}{1 - \frac{169.75}{650}} = 229.75 \text{ MPa} \end{aligned} \right.$$

$$(0.4) \left\{ \begin{aligned} a &= \frac{(f S_u)^2}{S_e} = \frac{(0.85 \times 650)^2}{173.7} \approx 1757.38 \quad (\text{Fig. 6-18 : } f=0.85) \\ b &= -\frac{1}{3} \log\left(\frac{f S_u}{S_e}\right) = -\frac{1}{3} \log\left(\frac{0.85 \times 650}{173.7}\right) \approx -0.168 \end{aligned} \right.$$

$$(0.2) \left\{ \begin{aligned} &\text{Vida esperada:} \\ \Rightarrow N &= \left(\frac{\sigma'_{rev}}{a} \right)^{\frac{1}{b}} = \left(\frac{229.75}{1757.38} \right)^{-\frac{1}{0.168}} \approx 1.82 \times 10^5 \text{ ciclos.} \end{aligned} \right.$$