

2. (6 pts) Problema #2

El reductor de un sistema motriz de un compresor está mostrado en la Fig. 2. Diseñe el conjunto piñón-corona de modo que los factores de seguridad estén siempre en el rango 1.1 - 3.5. Sea cuidadoso en el diseño de modo que el conjunto quede completamente contenido dentro de las dimensiones de la caja reductora. Para efectos de determinar el espacio utilizado por los rodamientos se entrega como dato los diámetros del eje de entrada y del eje de salida. Estime el ancho del rodamiento utilizando esos diámetros. Los datos son:

- Dimensiones: $W = 7$ in, $H = 20$ in, diámetro eje entrada $d = 0.781$ in, diámetro eje salida $D = 1$ in
- Relación de velocidades: 2.5:1
- Velocidad del eje de salida: 1500 rpm
- Confiabilidad mínima del reductor: 99%
- Vida requerida del reductor: 10 años en un turno de 6 horas continuas diarias
- Diseñar con dientes rectos de profundidad completa según AGMA
- Calidad AGMA: $Q_v = 10$
- Suponga que el piñón tiene 22 dientes con ángulo de presión igual a 20° y diámetro de paso 2.75 in
- El peak de cargas depende del ángulo de la leva que mueve el cilindro del compresor. Los valores peak son: -175 lb-in en los 160° y 585 lb-in en los 350° del ángulo que produce la leva al girar. Diseñar para la máxima fuerza transmitida al diente
- Considere material AGMA grado 1 endurecido a 250 HB para piñón y corona

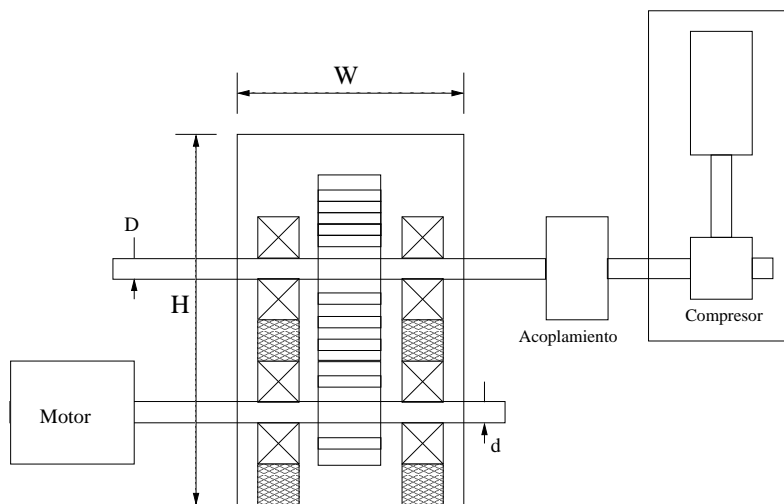


Fig. 2: Reductor para un sistema motriz de un compresor.

Problema 2

Total 6 pt.

1) Fuerza tangencial transmitida:

Torque máximo en la salida: $T_{máx} = 585 \text{ lbf} \cdot \text{in}$

Diámetro de paso de la corona: $d_g = 2.5 (2.75) = 6.875 \text{ in}$
diámetro de paso del piñón

Dado que tenemos el torque en la salida, el cálculo de la fuerza tangencial se hace a partir de la corona.

$$W_t = \frac{T_{máx}}{d_g/2} = \frac{585}{6.875/2} = 170.2 \text{ lbf}$$

2) Paso diametral:

Nº de dientes en el piñón: $N_p = 22$ dientes

Nº de dientes de la corona: $N_g = 2.5 (22) = 55$ dientes

Paso diametral: $P_d = \frac{N_p}{d_p} = \frac{N_g}{d_g} = \frac{22}{2.75} = 8 \frac{\text{dientes}}{\text{in}}$

que es un paso estándar (ver Tabla 13-2 Shigley).

3) Factor geométrico de flexión, J:

Figura 14-6 del Shigley:

Para piñón: $J_p \approx 0.345$, para carga aplicada en el pto. más alto del contacto.

Para corona: $J_g \approx 0.41$, para carga aplicada en el pto. más alto del contacto.

Factor de velocidad K_v :

$$\text{Velocidad en la línea de paso: } V = \frac{\pi d_g n_g}{12} = \frac{\pi (6.875) 1500}{12}$$
$$= 2700 \frac{\text{ft}}{\text{min}}$$

$$B = 0.25(12 - Q_v)^{2/3} = 0.397$$

$$A = 50 + 56(1 - B) = 50 + 56(1 - 0.397) = 83.768$$

$$\Rightarrow K_v = \left(\frac{A + \sqrt{V}}{A} \right)^B = \left(\frac{83.768 + \sqrt{2700}}{83.768} \right)^{0.397} = 1.21$$

Chequeamos la velocidad máxima permitida para esta calidad:

$$V_{\max} = [A + (Q_v - 3)]^2 = [83.768 + (10 - 3)]^2 = 8239 \frac{\text{ft}}{\text{min}}$$
$$> 2700 \frac{\text{ft}}{\text{min}}$$

O.K

5) Factor de distribución de la carga K_m :

En este punto hay que darse un ancho de cara. Los resultados siguientes van a depender de este ancho, por lo que la solución no es única. Anchuras típicas de cara están en el rango $\frac{3\pi}{P_d} < F < \frac{5\pi}{P_d}$.

Adoptando un ancho de cara $F = 1.5 \text{ in}$ (dentro del rango), obtenemos

$$\frac{F}{d_p} = \frac{1.5}{2.75} = 0.55 < 2 \sqrt[3]{\frac{F < 40 \text{ in}}{d_p}}, \text{ por lo que el procedimiento dado en}$$

la sección 14-11 del Shigley es aplicable.

$$K_m = 1 + C_{mc} (C_{pf} C_{pm} + C_{ma} C_e)$$

con:

$C_{mc} = 1$, suponiendo dientes sin coronar.

$$C_{pf} = \frac{F}{10dp} - 0.0375 + 0.0125 F \quad , \quad 1 \leq F \leq 17 \text{ in}$$

$$= \frac{1.5}{10(2.75)} - 0.0375 + 0.0125 (1.5) = 0.036$$

$C_{pm} = 1$, dado que para corona contrada $S_f = 0$.

$$C_{ma} = A + BF + CF^2 = 0.0675 + 0.0128(1.5) - 0.926 \times 10^{-4} (1.5)^2$$

$$\uparrow$$

$$= 0.086$$

A, B, C
se obtienen
de Tabla 14-9
para unidades
de presión dado
que $Q_v = 10$ (calidad de presión)

$C_e = 1$, para otras condiciones.

$$\Rightarrow K_m = 1 + 1(0.036 \times 1 + 0.086 \times 1) = 1.122$$

6) Factor de tamaño, K_s :

$$K_s = 1.192 \left(\frac{F \sqrt{Y'}}{P_d} \right)^{0.0535}$$

De la tabla 14-2 obtenemos Y para Piñón y Corona: $Y_P = 0.331$

$$Y_g = 0.416$$

$$\Rightarrow (K_s)_P = 1.192 \left(\frac{1.5 \sqrt{0.331}}{8} \right)^{0.0535} \approx 1.06$$

$$(K_s)_g = 1.192 \left(\frac{1.5 \sqrt{0.416}}{8} \right)^{0.0535} \approx 1.06$$

Factor de Espesor del aro (K_B) y factor de temperatura (K_T)

Suponemos diseño para espesor aro = altura del diente $\Rightarrow m_b = 1 \Rightarrow K_B = 1.29$
 Suponemos $K_T = 1.0$.

8) Factor de confiabilidad, K_R :

0.27 { para 99% $K_R = 1.00$ (ver Tabla 14-10)

9) Factor de sobrecarga, K_o :

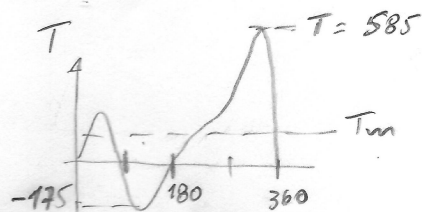


Diagrama de fuerza de contacto $F_{min}(-)$ y $F_{max}(+)$ en el lado opuesto del diente. Carga "relajada" (enfriamiento loco) cuando la temperatura es ≈ 1 .

0.27 { Suponemos un valor de sobrecarga de 1.9

Dado que fue diseñado para T_{max} , no es necesario usar K_o . Sin embargo, dado que el torque no es totalmente invertido (T_{min} será mayor) y para considerar la carga de choque asociada con el impulsor, se considerará $K_o = 1.9$ y valor podría ser distinto.

$$\Rightarrow K_o = 1.9 - 2.00. \text{ Usar } K_o = 1.99$$

Obs: Este valor podría ser distinto.

10) Espectos de flexión en el piñón y la corona:

0.27 {
$$(\sigma)_P = W_t K_o K_v (K_s)_P \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J_P} = 170.2 (1.9) 1.21 (1.06) \frac{8}{1.5} \frac{(1.122) 1.29}{(0.345)} = 9280 \text{ psi}$$

$$(\sigma)_g = W_t K_o K_v (K_s)_g \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J_g} = 170.2 (1.9) 1.21 (1.06) \frac{8}{1.5} \frac{(1.122) 1.29}{(0.41)} = 7809 \text{ psi}$$

11) Coeficiente elástico, C_p :

0.27 { De Tabla 14-8: acero $\Rightarrow C_p = 2300 \sqrt{\text{psi}}$

12) Factor de condición superficial, C_f :

0.27 { $C_f = 1.0$

Factor geométrica de resistencia a la picadura, I:

0.27 {
$$I = \frac{\cos \phi \sin \phi}{2} \frac{m_G}{m_G + 1} = \frac{\cos 20 \sin 20}{2} \frac{2.5}{(2.5 + 1)} = 0.115$$

$$m_G = \frac{N_g}{N_p} = \frac{55}{22} = 2.5$$

14) Esfuerzo de contacto:

0.27 {
$$\sigma_c = C_p \left(W_t K_o K_v (K_s)_p \frac{K_m}{d_p F} \frac{C_f}{I} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2300 \left(170.2 (1.9) 1.21 (1.06) \frac{1.122}{(2.75) 1.5} \frac{(1.0)}{(0.115)} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 72039 \text{ psi}$$

15) Resistencia a la flexión sin corregir, S_t :

0.27 { De Fig. 14-2: Grado 1,

$$S_t = 77.3 H_B + 12800$$

$$= 77.3 (250) + 12800$$

$$= 32125 \text{ psi}$$

16) Factor de ciclos de esfuerzo del esfuerzo de flexión, Y_N :

El piñón por ser más pequeño que la corona está sometido a más ciclos de carga que la corona, por lo tanto calculamos en base al piñón:

0.27 { No de ciclos:
$$N = (1500 \times 2.5) \text{ rpm} \left(\frac{60 \text{ min}}{\text{hr}} \right) \frac{(6 \times 365) \text{ hr}}{\text{año}} (10) \text{ años}$$

$$= 4.93 \times 10^9 \text{ ciclos}$$

Fig. 14-14:
$$Y_N = 1.6831 N^{-0.0323} = 1.6831 (4.93 \times 10^9)^{-0.0323} = 0.82$$

Factor de seguridad a flexión:

0.3 {
$$(S_F)_P = \frac{S_t S_N / (K_T K_R)}{(\sigma)_P} = \frac{32125 (0.82) / (1.0 \times 1.0)}{9280} = 2.84$$
$$(S_F)_g = \frac{S_t S_N / (K_T K_R)}{(\sigma)_g} = \frac{32125 (0.82) / (1.0 \times 1.0)}{7809} = 3.37$$

Ambos están en el rango:
1.1 - 3.5 OK

18) Resistencia de contacto sin corregir, S_c

0.27 { De Fig. 14-5: Grado 1,
$$S_c = 322 H_B + 29100$$
$$= 322(250) + 29100$$
$$= 109600 \text{ psi}$$

19) Factor de ciclos de esfuerzo del esfuerzo de contacto, Z_N :

0.27 { De Fig. 14-15:
$$Z_N = 2.466 N^{-0.056} = 2.466 (4.93 \times 10^9)^{-0.056}$$
$$= 0.71$$

20) Factor de relación de dureza, C_H :

0.27 { Piñón y corona se endurecen a 250 HB, luego $C_H = 1.0$

Factor de seguridad al desgaste:

0.27

$$S_H = \frac{S_c Z_N C_H / (K_T K_R)}{\sigma_c} = \frac{109600 (0.71) 1.0 / (1.0 \times 1.0)}{72039} \approx 1.1$$

En el rango:
1.1 - 3.5 O.K.

22) Chequeo dimensiones de la caja reductora

Rodamientos:

Tabla 11-2 y Tabla 11-3, para un rodamiento de diámetro interno 25 mm, su ancho no es mayor que 17 mm. Si suponemos que el rodamiento tendrá un diámetro interno mayor al del eje, por ejemplo, 30 mm, podemos considerar 19 mm el ancho del rodamiento.

Ancho de la caja:

2 rodamientos \Rightarrow ancho total = 38 mm
Engranaje \Rightarrow ancho de la cara = 1.5 in = 38.1 mm
Total = 76.1 mm

Ancho de la caja $W = 7 \text{ in} = 177.8 \text{ mm} > 76.1 \text{ mm}$

\therefore Existe suficiente espacio en la caja reductora.

Alto de la caja:

Diámetro de la corona: 6.875 in

Diámetro del piñón: 2.75 in

Total = 9.625 in $< H = 20 \text{ in}$

\therefore Existe suficiente espacio en la caja reductora.