

Auxiliar 8

Test de Razón de Verosimilitud

Profesor: Raúl Gouet

Auxiliares: Bruno Hernández, Sebastián López

1. Suponga que dispone de dos muestras i.i.d denotadas X_1, \dots, X_n e Y_1, \dots, Y_n de los modelos normales $\mathcal{N}(\mu, 1)$ y $\mathcal{N}(\nu, 1)$, donde μ, ν son parámetros reales desconocidos. Considere las hipótesis $H_0 : \mu^2 + \nu^2 = 1$ y $H_1 : \mu^2 + \nu^2 \neq 1$. Enuncie el modelo paramétrico y muestre que el TRV tiene como región crítica:

$$R_{TRV} := \{(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n) \in \mathbb{R}^{2n} \mid \left(\sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2} - 1\right)^2 > k\}$$

donde k es la constante apropiada, la cuál no es necesario calcular.

2. Estudios relacionados con el comportamiento de ciertos bichos indican que estos tienden a organizarse al azar, linealmente, en un intervalo de longitud $\theta > 0$, a la derecha de un punto donde se ubica una feromona. Existe una controversia sobre el valor de θ entre dos equipos de científicos: en el laboratorio A se sostiene que $\theta = 1$ mientras que en el laboratorio B se sostiene lo contrario.

Para resolver la controversia se diseña un experimento que consiste en medir las distancias x_1, \dots, x_n de n bichos, con respecto a la feromona.

Asuma que las observaciones siguen una distribución uniforme. Defina el modelo paramétrico, y encuentre el TRV asociado al problema.

3. Supongamos que un ingeniero desea comparar el número de quejas semanales realizadas por los delegados sindicales de 2 turnos diferentes en una planta de manufacturación.

Se tomaron n observaciones independientes del número de quejas para cada turno, que dieron una media $\bar{x} = 20$ para el turno 1 e $\bar{y} = 22$ para el turno 2. Asuma que el número de quejas por semana en el turno i -ésimo sigue una distribución Poisson de parámetro $\theta_i; i = 1; 2$.

El ingeniero plantea el siguiente problema de hipótesis:

$$H_0 : \theta_1 = \theta_2 \quad v/s \quad H_1 : \theta_1 \neq \theta_2$$

Defina el modelo paramétrico, y encuentre la región crítica asociada al problema. No es necesario que calcule la constante k asociada a la región.