

Auxiliar 10+1

Profesor: Raúl Gormaz

Auxiliar: Edgardo Rosas

P1. Muestre que se cumplen las siguientes proposiciones ($z = x + iy$)

(a) $\cos(z) = \cos x \cosh y - i \sin x \sinh y$

(b) $\sin(z) = \sin x \cosh y + i \cos x \sinh y$

P2. Determine si las siguientes funciones son holomorfas y en caso afirmativo calcule su derivada.
($z = x + iy$)

(a) $f(z) = \bar{z}$

(b) $f(z) = e^x(\cos y - i \sin y)$

(c) $f(z) = e^{-x}(\cos y - i \sin y)$

(d) $f(z) = (z^3 + 1)e^{-y}(\cos x + i \sin x)$

P3. Considere una función $f(z) = a(x) + ib(x)$, con $a, b \in \mathcal{C}^1$. Demuestre que f es holomorfa en todo $\mathbb{C}$ si es que existen $\alpha \in \mathbb{R}$ y $c \in \mathbb{C}$ tales que $f(z) = \alpha z + c$

P4. Considere una función $f(z)$ holomorfa en $\Omega \subseteq \mathbb{C}$. Demuestre que f es constante si

(a) $\operatorname{Re}[f]$ es constante

(b) $\operatorname{Im}[f]$ es constante

(c) $|f|$ es constante

P5. Considere la función $u(x, y) = \frac{1}{2} \log(x^2 + y^2)$. Demuestre que u es armónica. Encuentre $v(x, y)$ tal que $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ es holomorfa