Auxiliar 4

Profesor: Raúl Gormaz
Auxiliar: Edgardo Rosas

P1. Sea $\Omega \subseteq \mathbb{R}^3$ una región del espacio tal que en coordenadas cilíndricas, su puntos verifican $0 \leq \rho \leq 2$, $0 \leq \theta \leq \pi$, y $0 \leq z \leq 5$. Esta región está representada en La Fig. 1. Determine el flujo que se genera a través de la superficie S_4 por el campo que escrito en coordenadas cilíndricas está dado por

$$\mathbf{F} = 6\rho \sin\left(\tfrac{\theta}{2}\right)\hat{\boldsymbol{\rho}} + 24\rho\cos\left(\tfrac{\theta}{2}\right)\hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{1}$$

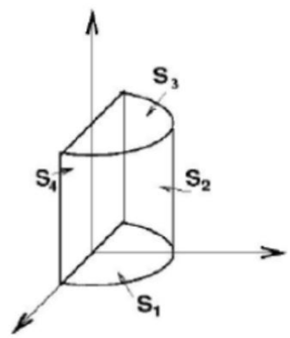

Figure 1: Región Ω

P2. Considere una semi-esfera $\mathcal{S}$ unitaria dada por $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, $z \geq 0$.

- Calcule el volumen de dicha región usando el teorema de la divergencia.
- Calcule el flujo a través de $\mathcal{S}$ que genera el campo

$$\mathbf{F} = \left(xz + \sin(x-y), y - \sin(x-y), \sqrt{x^2+y^2} - \tfrac{z^2}{2} - 2z\cos(x-y)\right). \tag{2}$$

P3. Sea $\mathbf{F} = (x^3 + 2yz, y^3 - 2xz, x^2 + y^2)$ y considere $\mathcal{S} = \{(x,y,z) \in \mathbb{R} \mid 4x^2 + 4y^2 + z^2 = 4 \wedge z \geq 0\}$. Obtenga el flujo $\int_S \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS$, escogiendo $\hat{\mathbf{n}}$ con 3^a componente positiva.

P4. [**Propuesto**]Considere la superficie $\mathcal{S}$ definida como $\left(\sqrt{x^2+y^2} - 3\right)^2 + z^2 = 4, \qquad z \leq 1.$ Un campo vectorial $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ se puede expresar en coordenadas cartesianas como

$$\mathbf{F}(x,y,z) = \left(-2xye^{y^2}, e^{y^2} - \frac{yz}{1+z^2}, x^2 + \log\left(\sqrt{1+z^2}\right)\right) \tag{3}$$

Calcule el flujo de $\mathbf{F}$ sobre $\mathcal{S}$