P1

- 2 consumidores
- L bienes

$u^i(x) = \prod_{k=1}^{L} (1+x_k)$, $x \in \mathbb{R}_+^L$.

$\tilde{u}^i(x) = \sum_{k=1}^{L} \ln(1+x_k)$

a) $e^1 = e^2 = \vec{1}$.

$TMS^1_{i,j} = TMS^2_{i,j} \iff \frac{UMg^1_i}{UMg^1_j} = \frac{UMg^2_i}{UMg^2_j}$

$\frac{1/2}{1/2} = \frac{1/2}{1/2}$ //

b) Si (x, p) es un EW:

1) Cada agente maximiza su utilidad, dado p.

2) Los mercados se limpian.

Por 1) Cualquier agente. Consideremos los bienes 1 y l.

$\frac{1/_{1+x_1}}{1/_{1+x_l}} = \iff \frac{1+x_l}{1+x_1} = \frac{p_1}{p_l}$ para ambos agentes.

(A) $\boxed{(1+x_l)p_l = (1+x_1)p_1}$

Además:

$px = pe^n$, $n = 1,2$.

$\iff \boxed{\sum_l p_l x_l = \sum_l p_l}$ (B)

Sumando (A) sobre $l = 1, \dots, L$

$\sum_l (1+x_l)p_l = L(1+x_1)p_1$ (C)

$\Rightarrow \sum_l p_l + \sum_l x_l p_l \overset{(B)}{=} 2\sum_l p_l = L(1+x_1)p_1$

$\Rightarrow x_1 = 2\sum_l p_l \frac{1}{Lp_1} - 1$ (D)

En general $\boxed{x_i = \frac{2}{p_i L} \sum p_l - 1}$ $\forall i = 1, \dots, L$

$\therefore$ Para cada agente:

$$x_i \overset{D}{=} \frac{2}{p_i L} \sum_l p_l - 1$$

2) Mercados se limpian.

$\forall$ bien i, $x_i^1 + x_i^2 = e_i^1 + e_i^2 \overset{E}{=} 2$.

D E

$$\Rightarrow \frac{4}{p_i L} \sum_l p_l - 2 = 2 \Rightarrow \sum_l p_l \overset{F}{=} p_i L$$

Normalizamos $p_1 = 1 \overset{F}{\Rightarrow} \sum_l p_l = L = p_i L \; \forall i$

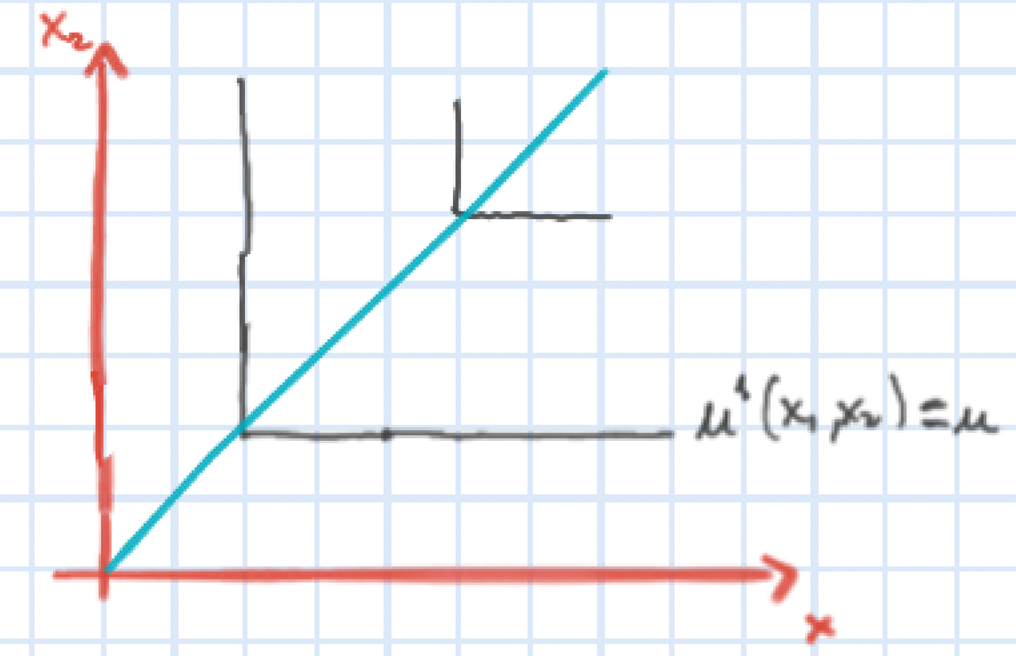
$\Rightarrow p_i = 1 \; \forall i$.

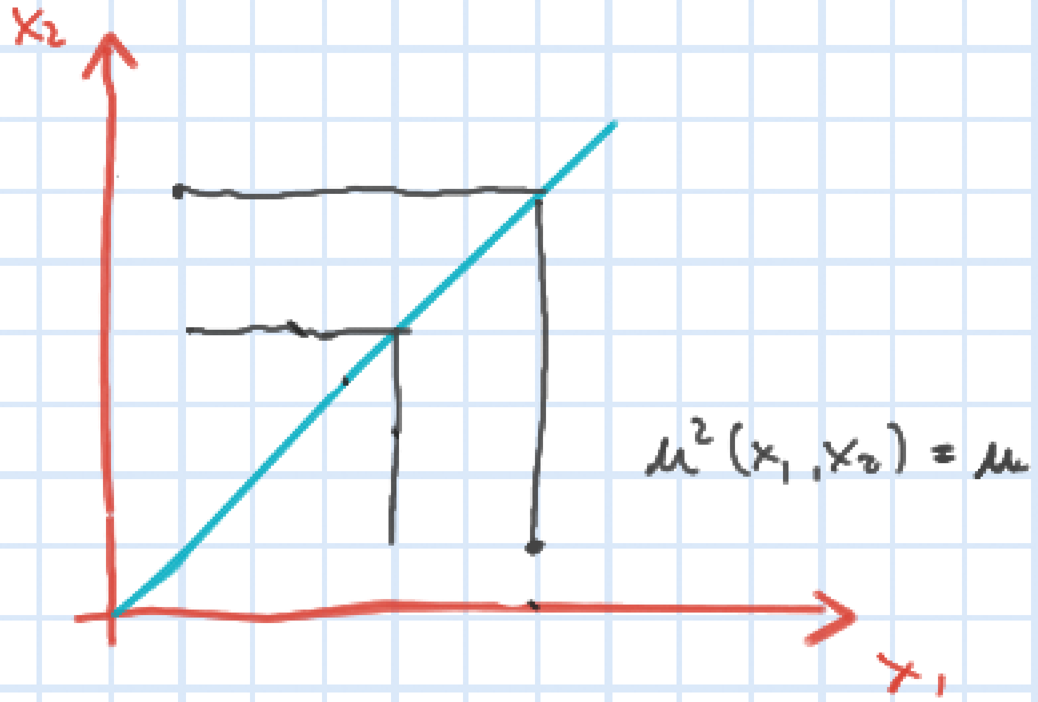
$\therefore \left(p = (1, \ldots, 1), (e^1, e^2) \right)$ es el EW //

P2 | $e^1 = e^2 = (4,4)$

$u^1(x_1,x_2) = \min(x_1,x_2)$ Complementos perfectos.

$u^2(x_1,x_2) = \max(x_1,x_2)$





Sea p vector de precios.

1|

$$\max_{x_1,x_2} \min(x_1,x_2) \equiv \max_{x_1} \min\left(x_1, \frac{w_1 - x_1 p_1}{p_2}\right)$$

s.a. $p_1x_1 + p_2x_2 = w_1$

$$x_1^* = \frac{w_1 - x_1^* p_1}{p_2}$$

$$\Rightarrow p_2 x_1^* = w_1 - x_1^* p_1$$

$$\Rightarrow x_1^* = \frac{w_1}{p_1+p_2} = x_2^* = 4$$

2|

$$\max_{x_1,x_2} \max(x_1,x_2) \equiv \max_{\frac{w_2}{p_1} \geq x_1 \geq 0} \max\left(x_1, \frac{w_2 - x_1 p_1}{p_2}\right)$$

s.a. $p_1x_1 + p_2x_2 = w_2$

Nota: • 1° coordenada tiene máximo $\frac{w_2}{p_1}$ $(x_1 = w_2/p_1)$

• 2° coordenada tiene máximo $\frac{w_2}{p_2}$ $(x_1 = 0)$

$$\Rightarrow (x_1^*, x_2^*) = \begin{cases} \left(\frac{w_2}{p_1}, 0\right) & p_1 < p_2 \\ \left(0, \frac{w_2}{p_2}\right) & p_2 \leq p_1 \end{cases}$$

Dado cualquier precio, el agente 2 demanda 0 de un bien. //

∴ No se limpian los mercados //

b) Falla la concavidad de u^2.

Sea $\alpha \in (0,1)$, $x,y \in X$.

$$g(\alpha x + (1-\alpha) y) > \alpha g(x) + (1-\alpha) g(y)$$

$x = (2,0)$, $y = (0,2)$, $\alpha = \frac{1}{2}$

$$\max\left(\frac{1}{2}(2,0) + \frac{1}{2}(0,2)\right) = 1 < \frac{1}{2}\max(2,0) + \frac{1}{2}\max(0,2) = 2 \;//$$