Auxiliar Extra

Paz Montaño Kerdy - Pablo Ubilla ,

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

22 de noviembre de 2021

Contenidos

Resumen - Riesgo Moral

¿Qué es el riesgo moral?

El riesgo moral existe cuando una persona tiene mayor información acerca de sus propias acciones que el resto de los individuos, esta situación provoca que, en caso de que sea otra la persona que soporta los costes asociados a la falta de esfuerzo o responsabilidad, los incentivos a esforzarse o ser responsables estén distorsionados. El riesgo moral reduce la capacidad del mercado para asignar eficientemente el riesgo.

¿Por qué riesgo moral?

Porque existe un riesgo que la persona asegurada/prestataria tome decisiones que sean indeseables (inmorales) desde el punto de vista del prestamista.

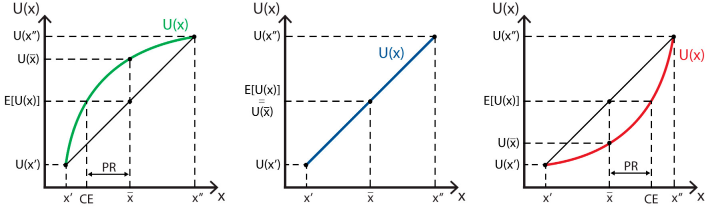
Resumen - Riesgo Moral

Preferencias de riesgo:

- Aversión al riesgo: función de utilidad cóncava : Salario esperado de la loteria mayor que el pago esperado de la loteria en dos salarios

$$\text{Para } \lambda \in (0,1), \lambda v(w) + (1-\lambda) v\left(w'\right) < v\left(\lambda w + (1-\lambda) w'\right)$$

- Neutral al riesgo: función lineal
- Amante del riesgo: función convexa



Individuo averso al riesgo | Individuo neutral al riesgo | Individuo amante del riesgo

E[U(x)] < U(x̄) | E[U(x)] = U(x̄) | E[U(x)] > U(x̄)

CE < x̄ | CE = x̄ | CE > x̄

Resumen - Riesgo Moral

Riesgo Moral - Componentes

- **Agente:** es la persona que tiene información privada, en el caso de los seguros es el asegurado.
- **Principal:** es la persona que puede verse afectada por el riesgo moral. En el caso de los seguros es la compañía de seguros.

Secuencia de los eventos

1. Firma propone contrato. $\omega \in \{\bar{\omega}, \underline{\omega}\}$; $\bar{\omega}$ representa un sueldo alto y $\underline{\omega}$ representa un sueldo bajo, $v(\omega)$ corresponde al valor del salario para el agente.

2. Agente acepta o rechaza propuesta, la gente va a rechazar o aceptar en base a un beneficio que el jugador pueda percibir por rechazar, es decir un costo de oportunidad *En las clases del profesor Rahmi este beneficio toma un valor de cero, pero no siempre es así **Mucho Ojo*.

   Para que el agente acepte el contrato, el beneficio obtenido final debe ser mayor al costo de oportunidad anteriormente definido.

3. Agente decide su nivel de esfuerzo $e \in \{0, 1\}$ para cumplir la tarea encomendada por el principal, existen muchas variaciones al respecto, intervalo continuo o algebraico. Para efectos del curso el nivel de esfuerzo tomara valores 0,1.

4. Se observan las ganancias para la empresa $X \in \{\bar{s}, \underline{s}\}$

   Se tienen dos posibilidades de ganancias para la empresa, $\bar{s}$ representa una ganancia alta y $\underline{s}$ representa una ganancia menor.

   El ingreso alto es más probable si el agente hace un mayor esfuerzo.

   - $\text{Prob}(\bar{s} \mid e = 1) = \pi_1$
   - $\text{Prob}(\bar{s} \mid e = 0) = \pi_0$ donde $1 > \pi_1 > \pi_0 > 0$

5. Firma decide pagarle $\bar{\omega}$ o $\underline{\omega}$ al agente

- Esfuerzo es costoso para el agente, en algunos casos el costo del esfuerzo puede resultar ser el mismo esfuerzo.

  a. Si $e = 1$:
     - con probabilidad de π_1 se gana $\bar{s}$, dicho en palabras humanas, va a existir una mayor probabilidad de obtener las ganancias altas $(\bar{s})$. Si el esfuerzo que realiza el agente es alto hay mayor probabilidad de ganar mucho.
     - con probabilidad de $(1 - \pi_1)$ se gana $\underline{s}$.

  b. Si $e = 0$:
     - con probabilidad de π_0 se gana $\bar{s}$.
     - con probabilidad de $(1 - \pi_0)$ se gana $\underline{s}$. Si el esfuerzo es bajo, hay más probabilidad de ganar menos, lo más bajo que puede ganar la empresa correspondiente a $\underline{s}$.

Pregunta 1: Riesgo Moral

Un emprendedor desea contratar un practicante para su Start-Up. El practicante puede elegir un nivel de esfuerzo $e \in \{L, H\}$ teniendo un costo c_L y c_H respectivamente. El proyecto es exitoso con probabilidad p_H si $e = H$ y p_L si $e = L$ con $0 < p_L < p_H < 1$. El emprendedor paga un salario ω_0 si el proyecto no es exitoso y un salario ω_1 si resulta exitoso. La función de utilidad del trabajador viene dada por $u(\omega_i) - c_e$ con $i \in \{0, 1\}$. Considere que $u'(\omega) > 0, u''(\omega) < 0$. La utilidad de reserva es $\bar{U}$. En caso de ser exitoso el emprendedor recibe x_1 y de lo contrario x_0, $\text{con}\, x_1 > x_0$

Suponga que el esfuerzo es verificable:

a. Escriba el problema al que se enfrenta el emprendedor si este desea implementar $e = L$. ¿ Y si desea implementar $e = H$?

b. Suponga ahora que el esfuerzo es NO verificable: Escriba y resuelva el problema al que se enfrenta el emprendedor si este desea implementar $e = L.\dot{\text{Y}}$ si desea implementar $e = H$?

Dado que el esfuerzo es verificable, podemos condicionar el salario al esfuerzo

a. Escriba el problema al que se enfrenta el emprendedor si este desea implementar $e = L$. ¿ Y si desea implementar $e = H$?

Dado que el esfuerzo es verificable, podemos condicionar el salario al esfuerzo

a. Escriba el problema al que se enfrenta el emprendedor si este desea implementar $e = L$. ¿ Y si desea implementar $e = H$?

El emprendedor resuelve para $e = L$:

Dado que el esfuerzo es verificable, podemos condicionar el salario al esfuerzo

a. Escriba el problema al que se enfrenta el emprendedor si este desea implementar $e = L$. ¿ Y si desea implementar $e = H$?

El emprendedor resuelve para $e = L$:

$$\max_{\omega_1, \omega_0} p_l (x_1 - \omega_1) + (1 - p_l)(x_0 - \omega_0)$$

Pregunta 1: Riesgo Moral

Dado que el esfuerzo es verificable, podemos condicionar el salario al esfuerzo

a. Escriba el problema al que se enfrenta el emprendedor si este desea implementar $e = L$. ¿ Y si desea implementar $e = H$?

   El emprendedor resuelve para $e = L$:

$$\max_{\omega_1,\omega_0} p_l\left(x_1-\omega_1\right)+\left(1-p_l\right)\left(x_0-\omega_0\right)$$

s.a.

$$p_l\left(u\left(\omega_1\right)-c_l\right)+\left(1-p_l\right)\left(u\left(\omega_0\right)-c_l\right) \geq \bar{U} \quad (1)$$

Dado que el esfuerzo es verificable, podemos condicionar el salario al esfuerzo

a. Escriba el problema al que se enfrenta el emprendedor si este desea implementar $e = L$. ¿ Y si desea implementar $e = H$?

El emprendedor resuelve para $e = L$:

$$\begin{aligned} &\text{máx}_{\omega_1,\omega_0}\, p_l \left(x_1 - \omega_1\right) + \left(1 - p_l\right)\left(x_0 - \omega_0\right) \\ &\text{ s.a.} \\ &p_l \left(u\left(\omega_1\right) - c_l\right) + \left(1 - p_l\right)\left(u\left(\omega_0\right) - c_l\right) \geq \bar{U} \ (1) \end{aligned}$$

Por otro lado si desea implementar $e = H$

Dado que el esfuerzo es verificable, podemos condicionar el salario al esfuerzo

a. Escriba el problema al que se enfrenta el emprendedor si este desea implementar $e = L$. ¿ Y si desea implementar $e = H$?

El emprendedor resuelve para $e = L$:

$$\text{máx}_{\omega_1,\omega_0}\, p_l\left(x_1 - \omega_1\right) + \left(1 - p_l\right)\left(x_0 - \omega_0\right)$$

s.a.

$$p_l\left(u\left(\omega_1\right) - c_l\right) + \left(1 - p_l\right)\left(u\left(\omega_0\right) - c_l\right) \geq \bar{U} \ (1)$$

Por otro lado si desea implementar $e = H$

$$\text{máx}_{\omega_1,\omega_0}\, p_h\left(x_1 - \omega_1\right) + \left(1 - p_h\right)\left(x_0 - \omega_0\right)$$

Pregunta 1: Riesgo Moral

Dado que el esfuerzo es verificable, podemos condicionar el salario al esfuerzo

a. Escriba el problema al que se enfrenta el emprendedor si este desea implementar $e = L$. ¿ Y si desea implementar $e = H$?

El emprendedor resuelve para $e = L$:

$$\text{máx}_{\omega_1,\omega_0}\, p_l\left(x_1-\omega_1\right)+\left(1-p_l\right)\left(x_0-\omega_0\right)$$

s.a.

$$p_l\left(u\left(\omega_1\right)-c_l\right)+\left(1-p_l\right)\left(u\left(\omega_0\right)-c_l\right)\geq \bar{U}\ (1)$$

Por otro lado si desea implementar $e = H$

$$\text{máx}_{\omega_1,\omega_0}\, p_h\left(x_1-\omega_1\right)+\left(1-p_h\right)\left(x_0-\omega_0\right)$$

s.a.

$$p_h\left(u\left(\omega_1\right)-c_h\right)+\left(1-p_h\right)\left(u\left(\omega_0\right)-c_h\right)\geq \bar{U}\ (2)$$

Pregunta 1: Riesgo Moral

Dado que el esfuerzo es verificable, podemos condicionar el salario al esfuerzo

a. Escriba el problema al que se enfrenta el emprendedor si este desea implementar $e = L$. ¿ Y si desea implementar $e = H$?

El emprendedor resuelve para $e = L$:

$$\text{máx}_{\omega_1,\omega_0}\, p_l\left(x_1 - \omega_1\right) + \left(1 - p_l\right)\left(x_0 - \omega_0\right)$$

s.a.

$$p_l\left(u\left(\omega_1\right) - c_l\right) + \left(1 - p_l\right)\left(u\left(\omega_0\right) - c_l\right) \geq \bar{U}\ (1)$$

Por otro lado si desea implementar $e = H$

$$\text{máx}_{\omega_1,\omega_0}\, p_h\left(x_1 - \omega_1\right) + \left(1 - p_h\right)\left(x_0 - \omega_0\right)$$

s.a.

$$p_h\left(u\left(\omega_1\right) - c_h\right) + \left(1 - p_h\right)\left(u\left(\omega_0\right) - c_h\right) \geq \bar{U}\ (2)$$

Con (1) y (2) las restricciones de Participación Voluntaria para cada caso.

Ahora escribimos la ecuación de Larange:

Ahora escribimos la ecuación de Larange:

- Si el emprendedor resuelve para $e = L$:

Ahora escribimos la ecuación de Larange:

- Si el emprendedor resuelve para $e = L$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = p_l\left(x_1 - \omega_1\right) + \left(1 - p_l\right)\left(x_0 - \omega_0\right) + \lambda[p_l\left(u\left(\omega_1\right) - c_l\right) + \\ \left(1 - p_l\right)\left(u\left(\omega_0\right) - c_l\right) - \bar{U}] \end{aligned} \tag{1}$$

- Si el emprendedor resuelve para $e = H$:

Ahora escribimos la ecuación de Larange:

- Si el emprendedor resuelve para $e = L$:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = p_l\left(x_1 - \omega_1\right) + \left(1 - p_l\right)\left(x_0 - \omega_0\right) + \lambda[p_l\left(u\left(\omega_1\right) - c_l\right) + \\ \left(1 - p_l\right)\left(u\left(\omega_0\right) - c_l\right) - \bar{U}]\end{aligned} \quad (1)$$

- Si el emprendedor resuelve para $e = H$:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = p_h\left(x_1 - \omega_1\right) + \left(1 - p_h\right)\left(x_0 - \omega_0\right) + \lambda[p_h\left(u\left(\omega_1\right) - c_h\right) \\ + \left(1 - p_h\right)\left(u\left(\omega_0\right) - c_h\right) - \bar{U}]\end{aligned} \quad (2)$$

Y lo derivamos respecto a los salarios

- Si el emprendedor resuelve para $e = L$:

$$\mathcal{L} = p_l\left(x_1 - \omega_1\right) + \left(1 - p_l\right)\left(x_0 - \omega_0\right) + \lambda[p_l\left(u\left(\omega_1\right) - c_l\right) + \\ \left(1 - p_l\right)\left(u\left(\omega_0\right) - c_l\right) - \bar{U}] \tag{3}$$

$$\rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_1} = -p_l + p_l \lambda u'(w_1) = 0 \, y \, \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_0} = -\left(1 - p_l\right) + \left(1 - p_l\right)\lambda u'(w_0) = 0$$

$$\rightarrow u'(w_1) = \frac{1}{\lambda}, u'(w_0) = \frac{1}{\lambda}$$

Como u es una función creciente y cóncava $w_1 = w_0 = w^*$. El salario no va a depender del resultado cuando observamos el esfuerzo perfectamente (verificable). En el caso del emprendedor que resuelve para $e = H$:, se tiene el mismo resultado.

Pregunta 1: Riesgo Moral

Como el principal quiere maximizar su pago, la restricción de participación es activa, es decir:

- Caso bajo esfuerzo - c_l:

Como el principal quiere maximizar su pago, la restricción de participación es activa, es decir:

- Caso bajo esfuerzo - c_l:

$$p_l(u(w)\breve{}c_l) + (1 - p_l)(u(w)\breve{}c_l) = \bar{U}$$

Como el principal quiere maximizar su pago, la restricción de participación es activa, es decir:

- Caso bajo esfuerzo - c_l:

$$p_l(u(w)\breve{}c_l) + (1 - p_l)(u(w)\breve{}c_l) = \bar{U}$$
$$\rightarrow p_l * u(w)\breve{}p_l * c_l + u(w)\breve{}p_l * u(w)\breve{}c_l + p_l * c_l = \bar{U}$$

Como el principal quiere maximizar su pago, la restricción de participación es activa, es decir:

- Caso bajo esfuerzo - c_l:

$$
\begin{aligned}
& p_l(u(w)\breve{\ } c_l) + (1 - p_l)(u(w)\breve{\ } c_l) = \bar{U} \\
& \rightarrow p_l * u(w)\breve{\ } p_l * c_l + u(w)\breve{\ } p_l * u(w)\breve{\ } c_l + p_l * c_l = \bar{U} \\
& \rightarrow u(w)\breve{\ } c_l = \bar{U} * \text{Recompensa justa}
\end{aligned}
$$

Como el principal quiere maximizar su pago, la restricción de participación es activa, es decir:

- Caso bajo esfuerzo - c_l:

$$p_l(u(w)\breve{\ } c_l) + (1 - p_l)(u(w)\breve{\ } c_l) = \bar{U}$$
$$\rightarrow p_l * u(w)\breve{\ } p_l * c_l + u(w)\breve{\ } p_l * u(w)\breve{\ } c_l + p_l * c_l = \bar{U}$$
$$\rightarrow u(w)\breve{\ } c_l = \bar{U} * \text{Recompensa justa}$$

La compensación justa de la cantidad para compensarle al agente dado su esfuerzo bajo estará dada por:

$$u(w) = \bar{U} - c_l$$

** Como u(w) es función cóncava y creciente tiene una función inversa y se puede escribir el salario en términos de la función inversa:

Pregunta 1: Riesgo Moral

Como el principal quiere maximizar su pago, la restricción de participación es activa, es decir:

- Caso bajo esfuerzo - c_l:

$$
\begin{aligned}
&p_l(u(w)\breve{\ }c_l) + (1 - p_l)(u(w)\breve{\ }c_l) = \bar{U} \\
&\rightarrow p_l * u(w)\breve{\ }p_l * c_l + u(w)\breve{\ }p_l * u(w)\breve{\ }c_l + p_l * c_l = \bar{U} \\
&\rightarrow u(w)\breve{\ }c_l = \bar{U} * \text{Recompensa justa}
\end{aligned}
$$

La compensación justa de la cantidad para compensarle al agente dado su esfuerzo bajo estará dada por:

$$u(w) = \bar{U} - c_l$$

** Como u(w) es función cóncava y creciente tiene una función inversa y se puede escribir el salario en términos de la función inversa:

$$w^* = u^{-1}(\bar{U} - c_l) = \bar{U}$$

Pregunta 1: Riesgo Moral

Como el principal quiere maximizar su pago, la restricción de participación es activa, es decir:

- Caso bajo esfuerzo - c_l:

$$
\begin{aligned}
&p_l(u(w)\breve{}\,c_l) + (1 - p_l)(u(w)\breve{}\,c_l) = \bar{U} \\
&\rightarrow p_l * u(w)\breve{}\,p_l * c_l + u(w)\breve{}\,p_l * u(w)\breve{}\,c_l + p_l * c_l = \bar{U} \\
&\rightarrow u(w)\breve{}\,c_l = \bar{U} * \text{Recompensa justa}
\end{aligned}
$$

La compensación justa de la cantidad para compensarle al agente dado su esfuerzo bajo estará dada por:

$$u(w) = \bar{U} - c_l$$

** Como u(w) es función cóncava y creciente tiene una función inversa y se puede escribir el salario en términos de la función inversa:

$$w^* = u^{-1}(\bar{U} - c_l) = \bar{U}$$

Este es el salario que compensa al agente cuando se realiza un esfuerzo bajo

- Caso bajo esfuerzo - c_l:

$$w^* = u^{-1}(\bar{U} - c_l) = \bar{U}$$

- Caso bajo esfuerzo - c_l:

$$w^* = u^{-1}(\bar{U} - c_l) = \bar{U}$$

- Caso alto esfuerzo - c_h:

- Caso bajo esfuerzo - c_l:

$$w^* = u^{-1}(\bar{U} - c_l) = \bar{U}$$

- Caso alto esfuerzo - c_h:

  De forma análoga se obtiene que el salario óptimo cuando se realiza un esfuerzo alto es:

- Caso bajo esfuerzo - c_l:

$$w^* = u^{-1}(\bar{U} - c_l) = \bar{U}$$

- Caso alto esfuerzo - c_h:

De forma análoga se obtiene que el salario óptimo cuando se realiza un esfuerzo alto es:

$$w^* = u^{-1}(\bar{U} - c_h)$$

- Caso bajo esfuerzo - c_l:

$$w^* = u^{-1}(\bar{U} - c_l) = \bar{U}$$

- Caso alto esfuerzo - c_h:

  De forma análoga se obtiene que el salario óptimo cuando se realiza un esfuerzo alto es:

$$w^* = u^{-1}(\bar{U} - c_h)$$

Pregunta 1: Riesgo Moral

En ambos casos se tiene que:

- Si el nivel óptimo del esfuerzo para el principal es $e = L$, entonces $w^* = u^{-1}(\bar{U} - c_l) = \bar{U}$, debe pagar a la gente el mínimo valor posible que convence al agente a firmar el contrato.

- Si el nivel óptimo del esfuerzo para el principal es $e = H$, entonces $w^* = u^{-1}(\bar{U} - c_h)$

Finalmente: - ojo esto no se pedia en el enunciado pero para que puedan tener mayor alcance de que es lo que estamos realizando.

El pago del principal es $p_e(x_1) + (1 - p_e)(x_0) - w^*$y el esfuerzo $e = H$ es óptimo cuando:
$p_H(x_1) + (1 - p_H)(x_0) - u^{-1}(\bar{U} - c_h) \geq p_L(x_1) + (1 - p_L)(x_0) - -u^{-1}(\bar{U} - c_l)$

En español: El pago del principal bajo esfuerzo alto es mayor que el pago del principal bajo esfuerzo bajo.

b. Suponga ahora que el esfuerzo es NO verificable: Escriba y resuelva el problema al que se enfrenta el emprendedor si este desea implementar $e = L.\dot{\mathrm{Y}}$ si desea implementar $e = H$?

b. Suponga ahora que el esfuerzo es NO verificable: Escriba y resuelva el problema al que se enfrenta el emprendedor si este desea implementar $e = L.\dot{\text{Y}}$ si desea implementar $e = H$?

- Para implementar $e = L$

$$\text{máx}_{\omega_1,\omega_0}\, p_l\left(x_1-\omega_1\right)+\left(1-p_l\right)\left(x_0-\omega_0\right)$$

s.a.

$$p_l\left(u\left(\omega_1\right)-c_l\right)+\left(1-p_l\right)\left(u\left(\omega_0\right)-c_l\right)\geq \bar{U}\ (3)$$

$$*p_l u\left(\omega_1\right)+\left(1-p_l\right)u\left(\omega_0\right)-c_l\geq p_h u\left(\omega_1\right)+\left(1-p_h\right)u\left(\omega_0\right)-c_h\ (*)$$

*** Cuando no se puede observar un esfuerzo debemos asegurar que ocurra (4), de esta forma nos aseguramos que el agente (practicante) salga mejor pagado cuando elige el esfuerzo mayor , que cuando eligue el esfuerzo menor, pagamos a la gente diferentes salarios con diferentes resultados

Acá nos podemos dar cuenta que la restricción 4 (Restricción de Incentivos Compatibles) es redundante, ya que no tiene sentido para el trabajador esforzarse $e = H$ si recibirá un pago para esforzarse $e = L$, esto se debe a que $c_h > c_l$.

Calculamos el multiplicador de Lagrange asociado:

$$\mathcal{L}\left(\omega_1, \omega_0, \lambda\right) = p_l\left(x_1 - \omega_1\right) + \left(1 - p_l\right)\left(x_0 - \omega_0\right) + \lambda\left(p_l\left(u\left(\omega_1\right) - c_l\right) + \left(1 - p_l\right)\left(u\left(\omega_0\right) - c_l\right) - \bar{U}\right) \tag{4}$$

La Condición de Primer Orden para el Lagrangiano:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_0} = -\left(1 - p_l\right) + \lambda\left[\left(1 - p_l\right)\left(u'\left(\omega_o\right)\right] = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_1} = -p_l + \lambda\left[-p_l\left(u'\left(\omega_1\right)\right] = 0$$

De ambas ecuaciones se desprende que:

$$\lambda = \frac{1}{u'\left(\omega_o\right)} = \frac{1}{u'\left(\omega_1\right)}$$

Por enunciado $u(\cdot)$ es una función estrictamente creciente, por lo que necesariamente $\omega_1 = \omega_o = \omega$.

Reemplazamos en la condición de PV: (Participación Voluntaria)

$$\text{s.a. } p_l \left(u\left(\omega_1\right) - c_l\right) + \left(1 - p_l\right)\left(u\left(\omega_0\right) - c_l\right) \geq \bar{U} \ (3)$$

$$p_l \left(u(\omega) - c_l\right) + \left(1 - p_l\right)\left(u(\omega) - c_l\right) = \bar{U}$$

Obtenemos $u(\omega) = c_l + \bar{U}$ y para despejar el salario tomamos la inversa de la función $u'(\cdot)$ $\mathrm{y}\omega = u^{-1}\left(c_l + \bar{U}\right)$

- Ahora para implementar $e = H$:

$$\max_{\omega_1,\omega_0} p_h (x_1 - \omega_1) + (1 - p_h)(x_0 - \omega_0)$$

s.a.

$$p_h (u(\omega_1) - c_h) + (1 - p_h)(u(\omega_0) - c_h) \geq \bar{U} \ (5)$$
$$*p_h u(\omega_1) + (1 - p_h) u(\omega_0) - c_h \geq p_l u(\omega_1) + (1 - p_l) u(\omega_0) - c_l \ (6)$$

*** Cuando no se puede observar un esfuerzo debemos asegurar que ocurra (6) restricción 4 (Restricción de Incentivos Compatibles), de esta forma nos aseguramos que el agente (practicante) salga mejor pagado cuando elige el esfuerzo mayor , que cuando elige el esfuerzo menor, pagamos a la gente diferentes salarios con diferentes resultados, en este caso, esta restricción no resulta redundante, esto se debe a que $c_h > c_l$ Mucho OJOOOOOOO! ACAAAAAAAA ponganse en los casos que los costos fuesen difernetes Cuidado

Calculamos el multiplicador de Lagrange asociado:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}\left(\omega_1,\omega_0,\lambda\right) = p_h\left(x_1-\omega_1\right)+\left(1-p_h\right)\left(x_0-\omega_0\right)+\\ \lambda\left[p_h\left(u\left(\omega_1\right)-c_h\right)+\left(1-p_h\right)\left(u\left(\omega_0\right)-c_h\right)-\bar{U}\right]+\\ \mu[p_h u\left(\omega_1\right)+\left(1-p_h\right)u\left(\omega_0\right)-c_h-p_l u\left(\omega_1\right)-\left(1-p_l\right)u\left(\omega_0\right)+c_l]\end{aligned} \tag{5}$$

Luego de calcular $\mathcal{L}\left(\omega_1,\omega_0,\lambda,\mu\right)$ obtenemos lo siguiente:

$$\frac{1}{u'\left(\omega_0\right)}=\lambda+\mu\left[1-\frac{1-p_l}{1-p_h}\right]$$

$$\frac{1}{u'\left(\omega_1\right)}=\lambda+\mu\left[1-\frac{p_l}{p_h}\right]$$

Pregunta 2 Juegos Repetidos - C2.2021

Dos jugadores juegan(repiten) el juego abajo por dos períodos y calculan su pago total sin descuento.

	A	B	C
A	$x+1, x+1$	$0, 0$	$x+y+5, 0$
B	$0, 0$	$x+5, x+5$	$0, 0$
C	$0, x+y+5$	$0, 0$	$x+y+3, x+y+3$

Encuentre todos los equilibrios subjuego perfectos en estrategias puras del juego repetido.

Juegos Repetidos

Dos jugadores juegan(repiten) el juego abajo por dos períodos y calculan su pago total sin descuento.

	A	B	C
A	x + 1, x + 1	0, 0	x + y + 5, 0
B	0, 0	x + 5, x + 5	0, 0
C	0, x + y + 5	0, 0	x + y + 3, x + y + 3

Encuentre todos los equilibrios subjuego perfectos en estrategias puras del juego repetido.

Solución: Notemos que hay 2 EN en estrategias puras, que son (A,A) y (B,B), por lo que ya tenemos algunos subjuegos que resultan de jugar algunas de estas estrategias en ambos período.

Dos jugadores juegan(repiten) el juego abajo por dos períodos y calculan su pago total sin descuento.

	A	B	C
A	x + 1, x + 1	0, 0	x + y + 5, 0
B	0, 0	x + 5, x + 5	0, 0
C	0, x + y + 5	0, 0	x + y + 3, x + y + 3

Encuentre todos los equilibrios subjuego perfectos en estrategias puras del juego repetido.

Solución: Notemos que hay 2 EN en estrategias puras, que son (A,A) y (B,B), por lo que ya tenemos algunos subjuegos que resultan de jugar algunas de estas estrategias en ambos período.

$$EPS_1 = (A, A) \rightarrow (A, A)$$

Dos jugadores juegan(repiten) el juego abajo por dos períodos y calculan su pago total sin descuento.

	A	B	C
A	x + 1, x + 1	0, 0	x + y + 5, 0
B	0, 0	x + 5, x + 5	0, 0
C	0, x + y + 5	0, 0	x + y + 3, x + y + 3

Encuentre todos los equilibrios subjuego perfectos en estrategias puras del juego repetido.

Solución: Notemos que hay 2 EN en estrategias puras, que son (A,A) y (B,B), por lo que ya tenemos algunos subjuegos que resultan de jugar algunas de estas estrategias en ambos período.

$$EPS_1 = (A, A) \rightarrow (A, A)$$
$$EPS_2 = (A, A) \rightarrow (B, B)$$

Dos jugadores juegan(repiten) el juego abajo por dos períodos y calculan su pago total sin descuento.

	A	B	C
A	x + 1, x + 1	0, 0	x + y + 5, 0
B	0, 0	x + 5, x + 5	0, 0
C	0, x + y + 5	0, 0	x + y + 3, x + y + 3

Encuentre todos los equilibrios subjuego perfectos en estrategias puras del juego repetido.

Solución: Notemos que hay 2 EN en estrategias puras, que son (A,A) y (B,B), por lo que ya tenemos algunos subjuegos que resultan de jugar algunas de estas estrategias en ambos período.

$$EPS_1 = (A, A) \rightarrow (A, A)$$
$$EPS_2 = (A, A) \rightarrow (B, B)$$
$$EPS_3 = (B, B) \rightarrow (A, A)$$

Dos jugadores juegan(repiten) el juego abajo por dos períodos y calculan su pago total sin descuento.

	A	B	C
A	x + 1, x + 1	0, 0	x + y + 5, 0
B	0, 0	x + 5, x + 5	0, 0
C	0, x + y + 5	0, 0	x + y + 3, x + y + 3

Encuentre todos los equilibrios subjuego perfectos en estrategias puras del juego repetido.

Solución: Notemos que hay 2 EN en estrategias puras, que son (A,A) y (B,B), por lo que ya tenemos algunos subjuegos que resultan de jugar algunas de estas estrategias en ambos período.

$$EPS_1 = (A, A) \rightarrow (A, A)$$
$$EPS_2 = (A, A) \rightarrow (B, B)$$
$$EPS_3 = (B, B) \rightarrow (A, A)$$
$$EPS_4 = (B, B) \rightarrow (B, B)$$

Por otro lado, hay un EPS de cooperación que resulta de la comunicación que es (C,C). Así, definimos un equilibrio del tipo premio-castigo para ambos jugadores:

Por otro lado, hay un EPS de cooperación que resulta de la comunicación que es (C,C). Así, definimos un equilibrio del tipo premio-castigo para ambos jugadores:

t=1: Jugar C

Por otro lado, hay un EPS de cooperación que resulta de la comunicación que es (C,C). Así, definimos un equilibrio del tipo premio-castigo para ambos jugadores:

t=1: Jugar C

t=2: Juega A si se jugó C,C en primer período y juega B sino.

Por otro lado, hay un EPS de cooperación que resulta de la comunicación que es (C,C). Así, definimos un equilibrio del tipo premio-castigo para ambos jugadores:

t=1: Jugar C

t=2: Juega A si se jugó C,C en primer período y juega B sino.

Así, hemos definido el EPS_{coop} del juego repetido.

Por otro lado, hay un EPS de cooperación que resulta de la comunicación que es (C,C). Así, definimos un equilibrio del tipo premio-castigo para ambos jugadores:

t=1: Jugar C

t=2: Juega A si se jugó C,C en primer período y juega B sino.

Así, hemos definido el EPS_{coop} del juego repetido.

Considere el valor de x,y,z como los últimos 3 dígitos de su número telefónico:

Un vendedor va a organizar una licitación sobre cerrado de segundo precio para vender un objeto. Hay 3 oferentes. Valor de oferente $1, v_1$, es 1 o x cada con probabilidad $1/2$. Valor de oferente $2, v_2$, es 1 o y cada con probabilidad $1/2$. Valor de oferente $3, v_3$, es 1 o z cada con probabilidad $1/2$. Las probabilidades sobre los valores de los oferentes son independientes entre los oferentes. Los valores son información privada de los oferentes pero los oferentes saben las distribuciones de valores de los otros oferentes.

Suponga que en el equilibrio todos los oferentes van a ofrecer su valor verdadero en esa licitación de segundo precio.

a. Calcule el ingreso esperado del vendedor.
b. El vendedor decide cobrar una tasa de entrada a los oferentes que quieren participar. Este pago es igual a 2. Los oferentes, después de aprender su valor propio, deciden participar a la licitación (pagando la tasa irrecuperable de 2) o no participar(y no pagar). Calcule el ingreso esperado del vendedor con esa tasa de entrada. (Suponga que si sólo un oferente participa en la licitación, gana el objeto al precio 0.)

a. Calcule el ingreso esperado del vendedor.

a. Calcule el ingreso esperado del vendedor.

Respuesta: Hay 8 posibles realizaciones de valoraciones

a. Calcule el ingreso esperado del vendedor.

Respuesta: Hay 8 posibles realizaciones de valoraciones (v_1, v_2, v_3);

Pregunta 3

a. Calcule el ingreso esperado del vendedor.

Respuesta: Hay 8 posibles realizaciones de valoraciones (v_1, v_2, v_3);

$r_1 = (1,1,1)$, $r_2 = (x,1,1)$, $r_3 = (1,y,1)$, $r_4 = (1,1,z)$, $r_5 = (x,y,1)$, $r_6 = (1,y,z)$, $r_7 = (x,1,z)$ y $r_8 = (x,y,z)$

a. Calcule el ingreso esperado del vendedor.

Respuesta: Hay 8 posibles realizaciones de valoraciones (v_1, v_2, v_3);

$r_1 = (1, 1, 1)$, $r_2 = (x, 1, 1)$, $r_3 = (1, y, 1)$, $r_4 = (1, 1, z)$, $r_5 = (x, y, 1)$, $r_6 = (1, y, z)$, $r_7 = (x, 1, z)$ y $r_8 = (x, y, z)$

Cada una con probabilidad $1/8$. En cada realización, el ingreso del vendedor es la segunda valoración más alta. Si respresentamos la segunda valoración más alta de una realización r_i con p_i.

Pregunta 3

a. Calcule el ingreso esperado del vendedor.

Respuesta: Hay 8 posibles realizaciones de valoraciones (v_1, v_2, v_3);

$r_1 = (1,1,1)$, $r_2 = (x,1,1)$, $r_3 = (1,y,1)$, $r_4 = (1,1,z)$, $r_5 = (x,y,1)$, $r_6 = (1,y,z)$, $r_7 = (x,1,z)$ y $r_8 = (x,y,z)$

Cada una con probabilidad $1/8$. En cada realización, el ingreso del vendedor es la segunda valoración más alta. Si respresentamos la segunda valoración más alta de una realización r_i con p_i.

Entonces el ingreso esperado es

$$\sum_{i=1}^{8} \frac{1}{8} p_i$$

Pregunta 3 - Parte b

b. El vendedor decide cobrar una tasa de entrada a los oferentes que quieren participar. Este pago es igual a 2. Los oferentes, después de aprender su valor propio, deciden participar a la licitación (pagando la tasa irrecuperable de 2) o no participar(y no pagar). Calcule el ingreso esperado del vendedor con esa tasa de entrada. (Suponga que si sólo un oferente participa en la licitación, gana el objeto al precio 0.)

b. El vendedor decide cobrar una tasa de entrada a los oferentes que quieren participar. Este pago es igual a 2. Los oferentes, después de aprender su valor propio, deciden participar a la licitación (pagando la tasa irrecuperable de 2) o no participar(y no pagar). Calcule el ingreso esperado del vendedor con esa tasa de entrada. (Suponga que si sólo un oferente participa en la licitación, gana el objeto al precio 0.)

Igualmente, hay 8 posibles realizaciones de valoraciones (v_1, v_2, v_3):

$r_1 = (1, 1, 1)$, $r_2 = (x, 1, 1)$, $r_3 = (1, y, 1)$, $r_4 = (1, 1, z)$, $r_5 = (x, y, 1)$, $r_6 = (1, y, z)$, $r_7 = (x, 1, z)$ y $r_8 = (x, y, z)$

b. El vendedor decide cobrar una tasa de entrada a los oferentes que quieren participar. Este pago es igual a 2. Los oferentes, después de aprender su valor propio, deciden participar a la licitación (pagando la tasa irrecuperable de 2) o no participar(y no pagar). Calcule el ingreso esperado del vendedor con esa tasa de entrada. (Suponga que si sólo un oferente participa en la licitación, gana el objeto al precio 0.)

Igualmente, hay 8 posibles realizaciones de valoraciones (v_1, v_2, v_3):

$r_1 = (1,1,1)$, $r_2 = (x,1,1)$, $r_3 = (1,y,1)$, $r_4 = (1,1,z)$, $r_5 = (x,y,1)$, $r_6 = (1,y,z)$, $r_7 = (x,1,z)$ y $r_8 = (x,y,z)$

Cada una con probabilidad $1/8$. Si un oferente tiene una valorización menos de 2, no va a participar en la licitación.

b. El vendedor decide cobrar una tasa de entrada a los oferentes que quieren participar. Este pago es igual a 2. Los oferentes, después de aprender su valor propio, deciden participar a la licitación (pagando la tasa irrecuperable de 2) o no participar(y no pagar). Calcule el ingreso esperado del vendedor con esa tasa de entrada. (Suponga que si sólo un oferente participa en la licitación, gana el objeto al precio 0.)

Igualmente, hay 8 posibles realizaciones de valoraciones (v_1, v_2, v_3):

$r_1 = (1,1,1)$, $r_2 = (x,1,1)$, $r_3 = (1,y,1)$, $r_4 = (1,1,z)$, $r_5 = (x,y,1)$, $r_6 = (1,y,z)$, $r_7 = (x,1,z)$ y $r_8 = (x,y,z)$

Cada una con probabilidad $1/8$. Si un oferente tiene una valorización menos de 2, no va a participar en la licitación.

EJEMPLO: Suponga qeu el número de telefono esta dado po $+56975213989$, en este caso los valores de $(x, y, z) son (9, 8, 9)$

b. El vendedor decide cobrar una tasa de entrada a los oferentes que quieren participar. Este pago es igual a 2. Los oferentes, después de aprender su valor propio, deciden participar a la licitación (pagando la tasa irrecuperable de 2) o no participar(y no pagar). Calcule el ingreso esperado del vendedor con esa tasa de entrada. (Suponga que si sólo un oferente participa en la licitación, gana el objeto al precio 0.)

Igualmente, hay 8 posibles realizaciones de valoraciones (v_1, v_2, v_3):

$r_1 = (1,1,1)$, $r_2 = (x,1,1)$, $r_3 = (1,y,1)$, $r_4 = (1,1,z)$, $r_5 = (x,y,1)$, $r_6 = (1,y,z)$, $r_7 = (x,1,z)$ y $r_8 = (x,y,z)$

Cada una con probabilidad $1/8$. Si un oferente tiene una valorización menos de 2, no va a participar en la licitación.

EJEMPLO: Suponga qeu el número de telefono esta dado po $+$56975213989, en este caso los valores de $(x, y, z) son (9, 8, 9)$

Entonces, nos encontramos en el caso en donde tenemos $x \leq y \leq z$.

b. El vendedor decide cobrar una tasa de entrada a los oferentes que quieren participar. Este pago es igual a 2. Los oferentes, después de aprender su valor propio, deciden participar a la licitación (pagando la tasa irrecuperable de 2) o no participar(y no pagar). Calcule el ingreso esperado del vendedor con esa tasa de entrada. (Suponga que si sólo un oferente participa en la licitación, gana el objeto al precio 0.)

Igualmente, hay 8 posibles realizaciones de valoraciones (v_1, v_2, v_3):

$r_1 = (1, 1, 1)$, $r_2 = (x, 1, 1)$, $r_3 = (1, y, 1)$, $r_4 = (1, 1, z)$, $r_5 = (x, y, 1)$, $r_6 = (1, y, z)$, $r_7 = (x, 1, z)$ y $r_8 = (x, y, z)$

Cada una con probabilidad $1/8$. Si un oferente tiene una valorización menos de 2, no va a participar en la licitación.

EJEMPLO: Suponga qeu el número de telefono esta dado po $+56975213989$, en este caso los valores de $(x, y, z) son (9, 8, 9)$

Entonces, nos encontramos en el caso en donde tenemos $x \leq y \leq z$.

En este caso hay 2 equilibrios porque , El Oferente 1 va a ganar el objeto sólo en r_2. Entonces utilidad esperada de oferente 1 (si participa cuando su valoración es x) es:

$$\frac{1}{4} \cdot (x-2) + \frac{3}{4} \cdot (-2) = \frac{x-8}{2}$$

Pregunta 3 - Parte b

En este caso hay 2 equilibrios porque , El Oferente 1 va a ganar el objeto sólo en r_2. Entonces utilidad esperada de oferente 1 (si participa cuando su valoración es x) es:

$$\frac{1}{4} \cdot (x-2) + \frac{3}{4} \cdot (-2) = \frac{x-8}{2}$$

Eso significa que cuando tenemos $x \leq y \leq z$, oferente 1 será indiferente entre participar o no participar si tiene una valoración de 8, su utilidad esperada va a ser de cero, los que tienen una valoración encima de 8 quieren participar y los que tiene una valoración de 8 son indeferentes entre participar y no participar. Oferente 2 es indiferente.

- Cada oferente participa cuando su valoración no es 1 . Ingreso esperado es:

Pregunta 3 - Parte b

- Cada oferente participa cuando su valoración no es 1 . Ingreso esperado es:

$$\frac{1}{8}(0)+\frac{1}{8}(2)+\frac{1}{8}(2)+\frac{1}{8}(2)+\frac{1}{8}(2+8)+\frac{1}{8}(2+8)+\frac{1}{8}(2+9)+\frac{1}{8}(2+9)=\frac{48}{8}=6$$

- Cada oferente participa cuando su valoración no es 1 . Ingreso esperado es:

$$\frac{1}{8}(0)+\frac{1}{8}(2)+\frac{1}{8}(2)+\frac{1}{8}(2)+\frac{1}{8}(2+8)+\frac{1}{8}(2+8)+\frac{1}{8}(2+9)+\frac{1}{8}(2+9)=\frac{48}{8}=6$$

- Sólo participan los oferentes que tienen una valoración de 9: Ingreso esperado es:

Pregunta 3 - Parte b

- Cada oferente participa cuando su valoración no es 1 . Ingreso esperado es:

$$\frac{1}{8}(0)+\frac{1}{8}(2)+\frac{1}{8}(2)+\frac{1}{8}(2)+\frac{1}{8}(2+8)+\frac{1}{8}(2+8)+\frac{1}{8}(2+9)+\frac{1}{8}(2+9)=\frac{48}{8}=6$$

- Sólo participan los oferentes que tienen una valoración de 9: Ingreso esperado es:

  Nos encontramos en las siguientes realizaciones: $r_2=(x,1,1)$, $r_5=(x,y,1)$, $r_7=(x,1,z)$ y $r_8=(x,y,z)$

Pregunta 3 - Parte b

- Cada oferente participa cuando su valoración no es 1 . Ingreso esperado es:

$$\frac{1}{8}(0)+\frac{1}{8}(2)+\frac{1}{8}(2)+\frac{1}{8}(2)+\frac{1}{8}(2+8)+\frac{1}{8}(2+8)+\frac{1}{8}(2+9)+\frac{1}{8}(2+9)=\frac{48}{8}=6$$

- Sólo participan los oferentes que tienen una valoración de 9: Ingreso esperado es:

  Nos encontramos en las siguientes realizaciones: $r_2=(x,1,1)$, $r_5=(x,y,1)$, $r_7=(x,1,z)$ y $r_8=(x,y,z)$ Cada con probabilidad condicional 1 / 4 .

Pregunta 3 - Parte b

- Cada oferente participa cuando su valoración no es 1 . Ingreso esperado es:

$$\frac{1}{8}(0)+\frac{1}{8}(2)+\frac{1}{8}(2)+\frac{1}{8}(2)+\frac{1}{8}(2+8)+\frac{1}{8}(2+8)+\frac{1}{8}(2+9)+\frac{1}{8}(2+9)=\frac{48}{8}=6$$

- Sólo participan los oferentes que tienen una valoración de 9: Ingreso esperado es:

  Nos encontramos en las siguientes realizaciones: $r_2 = (x, 1, 1)$, $r_5 = (x, y, 1)$, $r_7 = (x, 1, z)$ y $r_8 = (x, y, z)$ Cada con probabilidad condicional 1 / 4 .

$$\frac{1}{4}(0)+\frac{1}{4}(2)+\frac{1}{4}(2)+\frac{1}{4}(2+9)=\frac{15}{4}$$

Más Ejemplos:

Caso I: Si tenemos $x, y, z \leq 2$, nadie va a participar y el ingreso esperado del vendedor con tasa de entrada es de 0.

Caso II: Si tenemos sólo uno de x, y, z mayor de 2 (por ejemplo sólo x), sólo un oferente puede tener una valoración encima de 2 y esto sucede sólo con probabilidad $1/2$. Va a participar con probabilidad $1/2$. Va a pagar la tasa de entrada, 2, pero va a comprar el objeto al precio 0 porque nadie más va a participar. Entonces el ingreso esperado del vendedor con tasa de entrada de dos, es de $\frac{1}{2} \cdot 2 = 1$.

Caso III: Si tenemos sólo dos de x, y, z mayor de 2 (por ejemplo $x, y > 2$ y $z \leq 2$), sólo dos oferente pueden tener una valoración encima de 2 y cada uno con probabilidad $1/2$. El tercer oferente nunca va a participar. Hay 4 posibles realizaciones (suponiendo que $x, y > 2$ y $z \leq 2$). $c_1 = (1, 1)$, $c_2 = (x, 1)$, $c_3 = (1, y)$ y $c_4 = (x, y)$ cada con probabilidad $1/4$.

Pregunta 3 - Parte b

A continuación detallan otros casos, que pudieran surgir

Caso III: Si tenemos sólo dos de x, y, z mayor de 2 (por ejemplo $x, y > 2$ y $z \leq 2$)

- **Subcaso III.a:** Suponemos que $x < y$. Cuando oferente 1 tiene valoración x, estámos en una de dos realizaciones $c_2 = (x, 1)$ y $c_4 = (x, y)$ cada con probabilidad condicional $1/2$.

- **Subcaso III.b:** Suponemos que $x = y$. Cuando oferente 1 tiene valoración x, estámos en una de dos realizaciones $c_2 = (x, 1)$ y $c_4 = (x, y)$ cada con probabilidad condicional $1/2$.

Caso IV: Si tenemos $x, y, z > 2$. tenemos los siguientes subcasos:

- **Subcaso IV.a:** Si tenemos $x < y < z$. Oferente 1 puede participar sólo cuando su valoración es x y estamos en una de esas realizaciones $r_2 = (x, 1, 1)$, $r_5 = (x, y, 1)$, $r_7 = (x, 1, z)$ y $r_8 = (x, y, z)$, cada con probabilidad condicional $1/4$.

- **Subcaso IV.b:** Si tenemos $x \leq y \leq z$. (....)

Gracias por su atención