

Auxiliar # 9

Juegos Bayesianos

Resumen

La representación en forma normal de un juego bayesiano estático (JBE) de n jugadores consiste en:

- Espacio de acciones para cada jugador i , A_i
- Espacio de tipos para cada jugador i , T_i , considerando que el tipo del jugador i , t_i , es conocido solo por el jugador i
- Función de utilidad para cada jugador i dado su tipo t_i : $u_i(a_1, \dots, a_n | t_i)$
- La conjetura de cada jugador i sobre el tipo de los demás jugadores: $p_i(t_{-i} | t_i)$. Con todo lo anterior denotamos este juego como $G = \{A_1, \dots, A_n; T_1, \dots, T_n; p_1, \dots, p_n; u_1, \dots, u_n\}$

Dinámica: el desarrollo temporal de un juego bayesiano estático es el siguiente:

1. El azar determina el tipo de cada jugador i .
2. El azar revela t_i solo al jugador i
3. Los jugadores toma sus decisiones simultáneamente.
4. Los jugadores reciben sus pagos $u_i(s_1, \dots, s_n | t_i)$.

Definición: en un JBE, $G = \{A_1, \dots, A_n; T_1, \dots, T_n; p_1, \dots, p_n; u_1, \dots, u_n\}$, una estrategia del jugador i es una función $s_i(t_i)$ donde, para cada tipo $t_i \in T_i$, $s_i(t_i)$ determina $a_i \in A_i$ que el jugador i elegiría si el azar le asignara el tipo t_i .

Definición: en un JBE, $G = \{A_1, \dots, A_n; T_1, \dots, T_n; p_1, \dots, p_n; u_1, \dots, u_n\}$, el vector de estrategias $s^* = (s_1^*, \dots, s_n^*)$ forma un equilibrio bayesiano de Nash (EB) si para cada jugador i y para cada uno de sus tipos $t_i \in T_i$, $s_i^*(t_i)$ es una solución de

$$\max_{a_i \in A_i} \sum_{t_{-i} \in T_{-i}} u_i(s_1^*(t_1), \dots, a_i, \dots, s_n^*(t_n) | t) \cdot p_i(t_i)$$

Lo que no es más que maximizar la esperanza de la utilidad de u_i . Es decir, ningún jugador quiere cambiar su estrategia, incluso si el cambio supone cambiar una acción para un tipo.

P1. Bochel Kavostés Merisi es un usuario promedio de redes sociales donde se ve enfrentado a un gran número de noticias y publicaciones de distintos usuarios. En el mundo de las redes sociales abundan las llamadas *fake news*. Entre los agentes que publican información hay quienes manipulan la realidad (cuando es necesario) en favor de su posición y otros que, pese a tu tendencia, ponen la verdad ante todo como valor fundamental. A los primeros agentes los llamaremos *desinformantes*, y a los otros simplemente *informantes*. Los agentes *informantes* corresponden a una proporción p de la población total. Bochel se ve enfrentado a estos dos tipos distintos de agentes sin saber a ciencia cierta cuál de los dos tenemos en frente: *informantes* o *desinformantes*. Las interacciones se caracterizan según las siguientes matrices de pago.

- Desinformante:

	Manipular	Verdad
Creer	$-5, 5$	$5, 2$
No creer	$0, 1$	$-1, 0$

- Informante:

	Manipular	Verdad
Creer	$-5, -5$	$5, 5$
No creer	$0, -1$	$-1, 0$

Encuentre el Equilibrio de Nash en función de p .

P2. Hay dos postores (neutrales al riesgo) en una licitación por las carreteras. La valoración de ambos postores es información privada y viene de una distribución uniforme sobre $[0, 1]$. Calcule el equilibrio Nash para una licitación de primer precio donde los postores utilizan estrategias lineales y simétricas.