

IN3701 - Modelamiento y Optimización

Técnicas de Modelamiento

Por Macarena V. Osorio A.
macarena.osorio.88@gmail.com¹

1. ¿Cómo comenzar?

Para iniciar, se deben identificar los elementos principales del problema para así llegar a entenderlo. Entre ellos se encuentran:

- (a) **Parámetros:** Elementos que NO dependen de las decisiones tomadas, es decir, son dados como dato por el problema y no cambiarán.
- (b) **Variables de decisión:** Elementos del problema que dependen de las decisiones tomadas. Gracias a la resolución del problema se busca encontrar los valores que mejor se ajusten a la problemática. Los tipos más utilizados son:
 - i. **Variable Binaria:** Tipo de variable en la que toma el valor 1 si se hace alguna acción y 0 si no se hace.
 - ii. **Variable Entera:** Tipo de variable en la que toma, como su nombre lo dice, valores enteros al momento de su uso según contexto.
- (c) **Función objetivo:** Es la combinación de elementos que se quieren optimizar, es decir, el valor que se quiere maximizar, minimizar o sus derivados, tales como: Máx Máx, Mín Mín, Máx Mín, Mín Máx, entre otros.
- (d) **Restricciones:** Son las condiciones que deben cumplir las variables de decisión y son dadas por cada problema. Las restricciones definen el conjunto factible de soluciones. La restricción que nunca puede faltar es:
 - i. **Naturaleza de variables:** Tipo de restricción en donde se refleja el Dominio de la variable en particular. Cabe destacar que por cada variable hay una restricción de naturaleza.

2. Errores comunes: ¡Usted NO lo haga!

Al momento de comenzar a analizar un Problema de Programación Lineal (P.P.L.), no pueden ocurrir errores como:

- (a) **Crear restricciones o funciones objetivo que no sean lineales:** Un ejemplo clásico de este error es cuando se multiplican dos o más variables de decisión, dejar la función objetivo como Máx Máx, Mín Mín, Máx Mín, Mín Máx o sus derivados, elevando variables de decisión a alguna potencia, entre otros.
- (b) **No tener naturaleza de variables:** Ya sabemos que cada vez que se crea una variable de decisión nueva, debe existir una nueva restricción de naturaleza, por ende, deben estar en igual cantidad.
- (c) **Dominio de variables binarias:** Este error suele producirse debido al mal uso de paréntesis, corchetes y/o llaves, ya que si bien muchos creerían que sólo es un error de escritura, cada uno tiene diferentes significados, ya sean intervalos, conjuntos ordenados y no ordenados. En síntesis, lo correcto es escribir: $\{0,1\}$.
- (d) **No identificar a qué conjunto pertenecen los sub o supra índices:** Con este error, no estarán definidos de forma correcta los elementos.

3. Truco de combinaciones de Mínimo y Máximo

Este truco es fundamental para los P.P.L que tengan funciones objetivo como las que siguen: Máx Máx, Mín Mín, Máx Mín, Mín Máx y sus derivados, ya que como lo nombramos anteriormente no sería lineal, por ende, mediante este truco la "linealizaremos".

Su uso se limita a seguir los siguientes pasos:

- (a) Escribir la función objetivo de manera NO LINEAL.

¹Cualquier duda o petición de material complementario y/o ejercicios a este mail :D

- (b) Hacer cambio de variable en función objetivo para que sea LINEAL.
- (c) Definir esta variable.
- (d) Crear restricción de naturaleza para la variable anterior.
- (e) Crear restricción de cota inferior o superior, según corresponda para la variable nueva creada.

Lo anterior, lo ilustraremos mejor con un ejemplo simple:

Imagine que va a modelar un problema de utilidades de un almacén en un período en particular en el cual le entregan las restricciones y parámetros correspondientes, destacando el costo unitario de producción c y el ingreso unitario de venta i . Luego de leerlo modela las variables x la cual indica la cantidad de producto vendido e y la cantidad de producto producido por el almacén. Luego de ello escribe la naturaleza de ambas variables, pero se detiene al verificar que el problema le pide como Función Objetivo maximizar el máximo de las utilidades, las cuales deben ser enteras...

Entonces, procedemos con los pasos anteriores:

- (a) Escribir la función objetivo de manera NO LINEAL: $Máx máx (x*i-y*c)$
- (b) Hacer cambio de variable en función objetivo para que sea LINEAL: $Máx M$, siendo $M = Máx (x*i-y*c)$
- (c) Definir esta variable: M : *Máximo de utilidades del almacén compuesto por ingresos unitarios por cantidad de producto vendido menos costo unitario de producción por cantidad de producto producido.*
- (d) Crear restricción de naturaleza para la variable anterior: $M \in Z_{+0}$
- (e) Crear restricción de cota inferior o superior, según corresponda para la variable nueva creada: *Como M es el Máximo de utilidades, será la cota superior, en caso contrario, sería la inferior, teniendo así $M \geq (x*i - y*c)$*

Con lo anterior, el truco queda realizado y, por ende, la función objetivo linealizada.