Departamento de Ingeniería Civil Industrial
Probabilidades - IN3141
Profesor: Charles Thraves
Aux's: Leonardo Meneses - Giovanna Gattini

INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Auxiliar #8

Distribución Multivariada

Resumen

- **Función de distribución acumulada conjunta:** Sean X e Y dos v.a., entonces la CDF conjunta de las dos v.a. se define como

$$F_{XY} = P(X \leq x, Y \leq y) \quad ; \forall x, y \in \mathbb{R}^2$$

- **Función de distribución acumulada marginal:** Sean X e Y dos v.a. con CDF conjunta F_{XY}, entonces la funcion de distribucion acumulada marginal de X es

$$F_X(x) = F_{XY}(x, +\infty) = \lim_{y \to +\infty} F_{XY}(x, y)$$

- **Independencia:** Dos variables aleatorias X, Y son independientes si:

$$F_{XY}(x, y) = F_X(x) \cdot F_Y(y); \forall (x, y) \in R_X \times R_Y$$

- **Función de masa de probabilidad conjunta:** Sean X, Y variables aleatorias discretas con rangos R_X, R_Y, la PMF conjunta de las variables X, Y se define como:

$$p_{XY}(x, y) = P(X = x, Y = y) \quad ; \forall (x, y) \in R_{XY}$$

- **Función de masa de probabilidad marginal:** Sean X e Y dos v.a. discretas con PMF conjunta $p_{XY}(x, y)$, la función de masa de probabilidad marginal de X es

$$p_X(x) = \sum_{y \in R_Y} p_{XY}(x, y)$$

- **Función de masa de probabilidad condicional (sobre un evento):** Sea X una variable aleatoria discreta y A un evento tal que $P(A) > 0$. La PMF de X dado A se define como:

$$p_{X|A}(x) = P(X = x|A) = \frac{P(X = x, A)}{P(A)}$$

- **Función de masa de probabilidad condicional (sobre otra variable):** Sean X, Y variables aleatorias discretas. La PMF condicional de X dado Y=y se define como:

$$p_{X|Y}(x|y) = \frac{p_{XY}(x, y)}{p_y(y)}$$

  Y si son independientes, entonces:

$$p_{XY}(x, y) = p_x(x) \cdot p_y(y)$$

$$p_{X|Y}(x|y) = p_X(x) \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

Pregunta 1

Considere cuatro lanzamientos independientes de un dado regular de 6 caras. Si X es el número de 1s e Y es el número de 2s que salen al lanzar el dado. ¿Cual es la PMF conjunta de X e Y?

Pregunta 2

Sean X e Y dos variables aleatorias con la siguiente PMF conjunta:

$$p_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} c(x^2+y^2) \text{ si x} \in \{1,2,4\} \text{ e y} \in \{1,3\} \\ 0 \text{ si no} \end{cases}$$

a) ¿Cual es el valor de c?

b) ¿Cuanto es $\mathbb{P}$(Y<X)?

c) ¿Cuanto es $\mathbb{P}$(Y>X)?

d) ¿Cuanto es $\mathbb{P}$(Y=X)?

e) ¿Cuanto es $\mathbb{P}$(Y=3)?

f) Encuentre la PMF marginal de X e Y

Pregunta 3

Suponga que la cafetería DeltaTé modela la cantidad de clientes que recibe con una distribucion de Poisson(λ). Asuma que cada uno de los clientes compra una bebida con probabilidad p. Esta probabilidad es independiente para cada cliente. Sea X la cantidad de clientes que compran bebidas y Y la cantidad que no.

a) Encontrar las distribuciones marginales de X e Y

b) Encontrar la distribución conjunta de X e Y

c) ¿Son independientes X e Y?