P1

a) X_i = # intentos etapa i

$\rightarrow P(X_i = x) = (1-p_i)^{x-1} \cdot p_i \quad x \in \{1, 2, 3, \ldots\}$

$\rightarrow X_i \sim \text{geom.}(p_i)$

b) X = # intentos totales para n niveles
$= \sum_{i=1}^{n} X_i$

$\rightarrow E[X] = E[\sum X_i] = \sum E[X_i]$ linealidad de la esperanza

$= \sum_{i=1}^{n} 1/p_i$

c) $p_i = p \quad \forall i \in \{1, 2, 3, \ldots, n\}$

Si paso el nivel i en K intentos

$\rightarrow P(X_1 = K) = (1-p)^{K-1} p$
$P(X_2 = K) = (1-p)^{K-1} p$

$\rightarrow X = \sum_{i=1}^{n} X_i \sim BN(n, p) \rightarrow \binom{x-1}{n-1} p^n (1-p)^{x-n}$

$x \in \{n, n+1, n+2, \ldots\}$

d) R monedas si $X_i < h$
pago c por cada nivel

$\rightarrow P(X_i < h) = \sum_{K=0}^{h-1} p(1-p)^K = q \rightarrow$ prob. de exito a conseguir la recompensa

Z = # de veces que consigo la recompensa
$\sim Bin(n, q)$.

Costo total $= n \cdot c$

$\rightarrow Y = R \cdot Z - mc$

$\rightarrow E[Y] = E[RZ - mc] = E[RZ] - E[mc]$

$= R \cdot E[Z] - mc$

$= R \cdot mq - mc$

$\rightarrow Var(Y) = Var(RZ - mc) = Var(RZ) = R^2 Var(Z)$

$= R^2 \cdot mq(1-q)$

P2

a)

M_1: $\boxed{10A}$ $\quad 1/2$

M_2: $\boxed{15A}$ $\quad 1/2$

$+6N$

$$P(M_1 \mid D.N) = P(D.N \mid M_1)\,\frac{P(M_1)}{P(D.N)}$$ Bayes

$$\rightarrow P(D.N) = P(D.N \mid M_1)\,P(M_1) + P(D.N \mid M_2)\,P(M_2)$$ prob. totales

$$P(M_1 \mid D.N) = \frac{P(D.N \mid M_1)\,P(M_1)}{P(D.N \mid M_1)\,P(M_1) + P(D.N \mid M_2)\,P(M_2)}$$

$$= \frac{6/16 \cdot 1/2}{6/16 \cdot 1/2 + 6/21 \cdot 1/2} = \frac{0.1875}{0.3304} = 0.567$$

b) K mochilas con M dulces azules
N " negros

$\downarrow$

$$P(D.A_k) = P(D.A_1)$$

$$\rightarrow P(D.A \text{ en } M_1) = \frac{M}{M+N} \qquad 1 \rightarrow 2$$

$$P(D.A \text{ en } M_2) \qquad 2 \rightarrow 3$$

$$= P(D.A \text{ en } M_2 \mid D.A \text{ en } M_1)\,P(D.A \text{ en } M_1) + P(D.A \text{ en } M_2 \mid D.N \text{ en } M_1) \cdot P(D.N \text{ en } M_1)$$

$$= \frac{M+1}{M+1+N} \cdot \frac{M}{M+N} + \frac{M}{M+N+1} \cdot \frac{N}{M+N}$$

$$= \frac{(M+1)M + MN}{(M+N)(M+N+1)} = \frac{M[\cancel{M+1+N}]}{(M+N)(\cancel{M+N+1})} = \frac{M}{M+N}$$

→ El caso para llegar a K es análogo y como la prob. se mantiene

→ $P(DA \text{ en } M_1) = P(DA \text{ en } M_K)$

P3

a) No ordenado con reemplazo

$m = 20$
$K = 4$

$$\binom{20+4-1}{4} = \frac{23!}{19!\,4!} \text{ equipos distintos}$$

$\{ABC\} \rightsquigarrow ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA$ $\quad 6 = \frac{3!}{1!1!1!}$ $\Rightarrow$
$\{AAB\} \Rightarrow AAB, ABA, BAA$ $\quad 3 = \frac{3!}{2!1!}$ $\quad P(ABC) \neq P(AAB)$

b) $P(\text{Al menos 1 de esos 3}) = 1 - P(\text{ninguno})$ Ordenado con reemplazo

→ $P(\text{ninguno}) = \frac{\text{casos Fav.}}{\text{casos tot.}} = \frac{17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17}{20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20}$

→ $P(\text{Al menos 1}) = 1 - \frac{17^4}{20^4}$

c) 5 equipos de 4 c/u. Sin repetición y ordenado

→ $$\binom{20}{4} \cdot \binom{16}{4} \cdot \binom{12}{4} \cdot \binom{8}{4} \cdot \binom{4}{4} = \binom{20}{4,4,4,4,4}$$

$$= \frac{20!}{4!^5}$$