



## IN2201 - Economía

# Auxiliar Pre Control 1

### P1. Escasez

En este problema se busca estudiar la demanda de un bien adictivo. Para esto, suponga que las preferencias de una persona pueden ser representadas por:

$$U(x_1, x_2) = (x_1 - r)^\alpha x_2^{1-\alpha}$$

Donde  $\alpha \in (0, 1)$  y  $r > 0$  son parámetros conocidos. Notar que esta función de utilidad sólo está definida para  $(x_1 - r) \geq 0$  y  $x_2 \geq 0$ .

Los precios de los bienes  $x_1$  y  $x_2$  son  $p_1$  y  $p_2$  respectivamente. Esta persona cuenta con un ingreso fijo igual a  $I$ . Diremos que  $x_1$  es el bien adictivo cuyo nivel de adicción es  $r$  (ejemplos de bienes adictivos son alcohol, cigarros, drogas, chocolates).

Para efectos de la interpretación de los resultados de esta pregunta, tenga presente que personas más adictas presentaran un nivel de  $r$  mayor.

- Calcule la derivada de la función utilidad con respecto a  $r$  y concluya cómo cambia la utilidad de esta persona con  $r$ . Entregue una interpretación económica para el signo de esta derivada.
- Analice como cambia la utilidad marginal respecto a  $x_1$  cuando  $r$  varía. Es decir, calcule la segunda derivada de la Utilidad, primero con respecto a  $x_1$  y después con respecto a  $r$ . Entregue una interpretación económica para el signo de esta última expresión.
- Plantee y resuelva el problema de optimización que enfrenta esta persona.

### P2. Teoría de Juegos y Asignaciones

Hay 5 mil pesos para dividir entre dos jugadores. Cada jugador puede demandar cantidades  $S_i = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Si la suma de las peticiones excede a 5, los jugadores no reciben nada. Si la suma de las peticiones es igual o menor a 5, los jugadores reciben exactamente sus peticiones.

- Escriba la matriz de pagos del juego.
- Encuentre el conjunto de Equilibrios de Nash. ¿Son pareto eficientes?

### P3. Monopolio y Discriminación

La empresa de ferrocarriles del estado (EFE) esta evaluando la posibilidad de operar un tren que una las ciudades de Santiago y Valparaiso. El tren cuenta con capacidad de 200 asientos de segunda clase, pero parte del tren (o su totalidad) puede ser usada para asientos de primera clase, los cuales utilizan el doble de espacio que un asiento de segunda clase (así pues, si todo el tren se destina a primera clase su capacidad es de 100 asientos). Se sabe que las demandas de asientos están dadas por las siguientes ecuaciones:

$$P_1(q_1) = 12,000 - 20q_1, \quad P_2(q_2) = 10,000 - 20q_2,$$



donde  $P_1$  y  $Q_1$  son el precio y la cantidad de asientos de primera clase, mientras que  $P_2$  y  $Q_2$  son el precio y la cantidad de asientos de segunda clase. Los costos de operar el tren son de \$1.250.000 independiente de la cantidad de pasajeros que vayan en él.

- a) Suponga que la regulación no permite discriminar precios y solo se puede ofrecer un precio, de modo que todo el tren debe ser de primera clase o todo el tren debe ser de segunda clase. Encuentre el precio y la cantidad óptima (y si el tren debe ser de primera o segunda clase) y determine los ingresos generados. ¿Es rentable el proyecto?
- (b) (2 puntos) Suponga ahora que si se permite cobrar precios distintos y destinar parte del tren a primera clase y parte a segunda clase. Plantee el problema que EFE debe resolver de tal forma que logre obtener el máximo beneficio posible.
- (c) (2 puntos) Resuelva el problema anteriormente planteado indicando cuáles son las cantidades y precios óptimos de asientos de primera y segunda clase. ¿Cuál es la utilidad generada? ¿Es rentable el proyecto?