FI2002-7 Electromagnetismo.
Profesor: Marcel Clerc.
Auxiliares: Roberto Gajardo, David Pinto.

Auxiliar 12: Ley de Ampère y potencial vector.

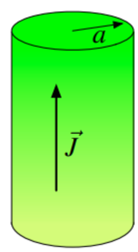
17 de Noviembre del 2021

P1. Ley de Ampère integral y diferencial:

Dentro de una tubería metálica cilíndrica de radio a y largo infinito circula un fluido viscoso con una cierta densidad de carga. En los puntos al interior de la tubería se ha determinado que el campo magnético tiene la siguiente forma:

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0 J_0}{2}\left(r - \frac{r^3}{2a^2}\right)\hat{\theta}$$

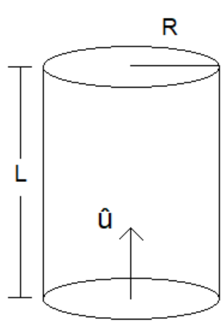
Donde r es la coordenada radial medida desde el centro del cilindro, y J_0 es una constante conocida.



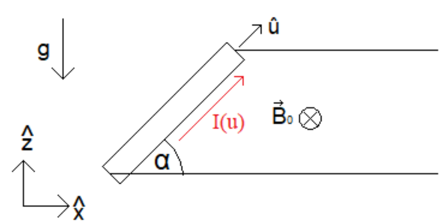
a) Determine el vector densidad de corriente $\vec{J}(r)$ y la intensidad de corriente $I(r)$ dentro de la tubería para un radio r arbitrario (medido desde el centro del cilindro).
b) Encuentre el campo magnético fuera de la tubería.

P2. Barra con densidad de corriente no uniforme:

Considere una barra maciza cilíndrica de largo L y radio R con una densidad de corriente $\vec{J}(u) = \gamma u^2 \hat{u}$, donde u es la coordenada correspondiente al eje $\hat{u}$ paralelo al eje de simetría axial (medida desde la base inferior del cilindro), como se muestra en la configuración (a).



Configuración (a)



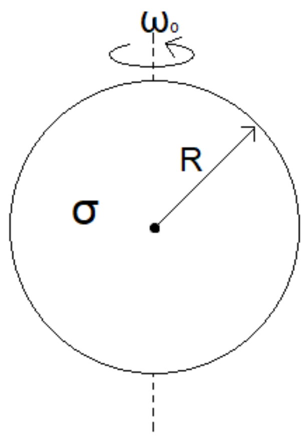
Configuración (b)

a) Asumiendo que L es muy grande determine la intensidad de corriente dentro del cilindro, y con esto encuentre el campo magnético generado por este cilindro en todo el espacio entre $u = 0$ y $u = L$.

b) Considere ahora la configuración (b). El mismo cilindro de largo L y masa M (distribuida uniformemente) es puesto en un ambiente con un campo magnético uniforme $\vec{B}_0 = B_0\hat{y}$, y se hacen circular cargas a través de dos cuerdas conductoras de masa despreciable. Como la densidad de corriente varía a lo largo del cilindro, este tenderá a inclinarse hasta alcanzar una condición de equilibrio estático caracterizada por un ángulo α medido desde la horizontal. Aplique las condiciones de equilibrio (fuerza neta y torque neto nulos) y encuentre un sistema de ecuaciones que le permita despejar las tensiones en las cuerdas y el ángulo α (no es necesario resolver el sistema).

P3. Cascarón esférico giratorio:

Considere un cascarón esférico de radio R y densidad de carga superficial σ girando con una velocidad angular constante ω_0, tal como se muestra en la siguiente figura:



a) Encuentre el potencial vector $\vec{A}$ en todo el espacio expresado en coordenadas esféricas.

b) Muestre que el campo magnético dentro de la esfera es uniforme.

Indicación: Para las integrales de la parte (a) conviene usar $\vec{r} = r\hat{z}$, con $\vec{\omega}$ en el plano XZ formando un ángulo α con $\hat{z}$. Para volver a las coordenadas esféricas usuales conviene fijarse en cómo es $\vec{\omega} \times \vec{r}$ en esta configuración.