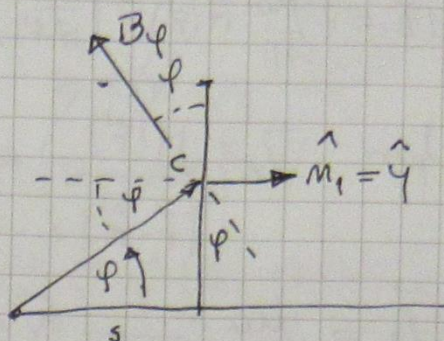
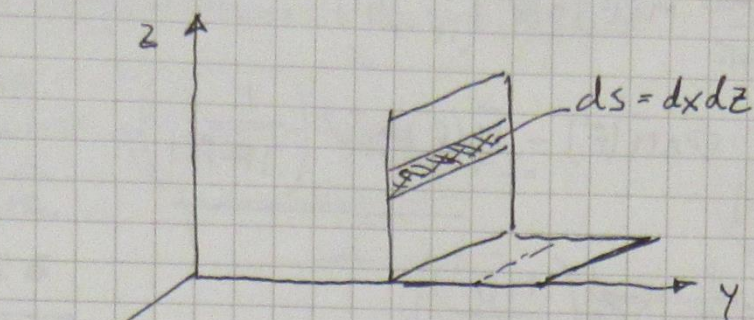




Flujo a través de la superficie de lados b y c

$$\phi_1^{(bc)} = - \int_{x=0}^a \int_{z=0}^c \frac{\mu_0 I}{2\pi (z^2 + s^2)^{1/2}} \cdot \sin \varphi \, dx \, dz = - \int_0^a \int_0^c \frac{\mu_0 I}{2\pi (z^2 + s^2)} \, dx \, dz$$

$$\phi_1^{(ab)} = - \left[\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln \left(\frac{s^2 + z^2}{2} \right) \right]_0^c = - \frac{\mu_0 I \cdot b}{4\pi} \ln \left(\frac{s^2 + c^2}{s^2} \right)$$

Flujo a través de la superficie de lados a y b. El campo magnético es paralelo a la normal ($\hat{z}$). El campo magnético $\vec{B}$ es paralelo a la normal ($\hat{z}$).

$$\phi_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_{y=s}^{s+a} \int_0^b \frac{dx \, dy}{y} = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln \left(\frac{s+a}{s} \right)$$

Fuerza electromotriz inducida.

$$\mathcal{E} = - \frac{\partial}{\partial t} (\phi_1 + \phi_2) = - \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \left[\ln(s+a) - \ln s - \frac{1}{2} \ln(s^2 + c^2) + \ln s \right]$$

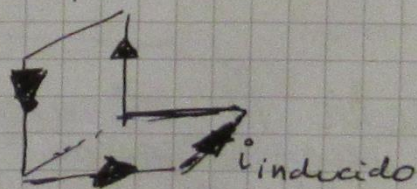
$$\mathcal{E} = - \frac{\mu_0 b \dot{I}}{2\pi} \left[\ln \left(\frac{(s+a)}{(s^2 + c^2)^{1/2}} \right) \right]$$

Cuando $c = a$

$$\mathcal{E} = - \frac{\mu_0 b \dot{I}}{2\pi} \ln \left(\frac{(s+a)}{(s^2 + a^2)^{1/2}} \right)$$

pero $s+a > (s^2 + a^2)^{1/2}$

Luego $\mathcal{E} > 0$ (pues $\dot{I} < 0$)
(Flujo $|\phi_2| > |\phi_1|$)



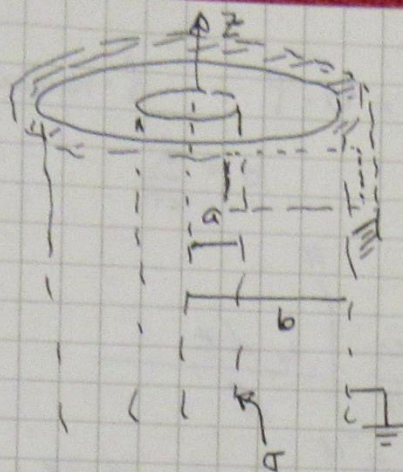
Cálculo de: a) ϕ_1 (2.0 pts) b) ϕ_2 (2.0 pts)

c) $\mathcal{E}$: 1.0

d) Parte (i) 1.0

Revisar magnitud y signo

P2.



Utilizando la ley de Gauss entre ambos casquetes, se tiene.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\int \sigma \cdot d\vec{s}}{\epsilon_0} \quad E \cdot 2\pi r \cdot \Delta z = \frac{\sigma \cdot 2\pi a \Delta z}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma a}{\epsilon_0 r}$$

Cilindro de radio $a \leq r \leq b$

Evaluable en $r=b$, obtenemos la densidad de carga superficial en la superficie interior del casquete de radio b .

$$\vec{E} \cdot (\hat{r}) \Big|_{r=b} = \frac{\sigma a}{\epsilon_0 r} \Big|_{r=b} = \frac{\sigma b}{\epsilon_0}$$

Luego: $\sigma_b = -\frac{\sigma a}{\epsilon_0 \cdot b}$

Como ambos casquete giran con la misma velocidad angular ω en la dirección en que se mueven los punteros de un reloj; se tiene que se generan dos densidades de ~~corriente~~ ^{corriente} superficiales

En $r=a$ $J_a = \sigma \cdot \omega \cdot a$ (en dirección $\hat{\phi}$)

En $r=b$ $J_b = \frac{\sigma \cdot a}{b} \cdot b\omega = -\sigma a\omega$ (en dirección $-\hat{\phi}$)

Campo magnético

a) En $r < a$ es la superposición de los campos producidos por J_a y J_b que tienen igual magnitud y signo opuesto. Luego $B=0$ en esa zona.

b) $a \leq r \leq b$ El casquete de radio $r < a$ produce campo nulo y J_b produce un campo en la dirección $\hat{z}$ de magnitud $B = \mu_0 |J_b| = \mu_0 \sigma a \omega$; $\vec{B} = \mu_0 \sigma a \omega \hat{z}$

c) $r > b$ Ambos casquetes producen campo nulo.

P3. $x = a \cos \varphi$ $y = a \sin \varphi$ $z = b \cdot \varphi$ φ , radianes.

El paso de la hélice es $h = b \cdot 2\pi$ $b = \frac{h}{2\pi}$

y $h = \frac{ZH}{ZN} = \frac{H}{N}$

i) La componente A_z es: $A_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-H}^H \frac{i dz}{r^2}$

El origen se elige en el punto medio de la hélice y el vector posición del elemento de corriente es:

$$\vec{r} = a \cos \varphi \hat{x} + a \sin \varphi \hat{y} + b \varphi \hat{z}$$

$$r = (a^2 + b^2 \varphi^2)^{1/2} = (a^2 + z^2)^{1/2}$$

$$A_z = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int_{-H}^H \frac{dz}{(a^2 + z^2)^{1/2}} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \ln(\sqrt{z^2 + a^2} + z) \Big|_{-H}^H$$

$$A_z = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \ln \left(\frac{\sqrt{H^2 + a^2} + H}{\sqrt{H^2 + a^2} - H} \right)$$

ii) No, pues $\vec{B}(z=0) = (\nabla \wedge \vec{A})_{z=0}$ y se necesita conocer $\vec{A}$ en la vecindad del origen para hacer el cálculo.

iii) $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int \frac{(dx \hat{x} + dy \hat{y} + dz \hat{z}) \wedge (-x \hat{x} - y \hat{y} - z \hat{z})}{r^3}$

Note que $(\vec{0} - \vec{r}) = -\vec{r}$ donde $\vec{r}$ es el vector posición del elemento de corriente:

$$B_z = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int \frac{-dx y \hat{z} + dy x \hat{z}}{r^3} \quad \text{pero:}$$

$$-dx y + dy x = -(-a \sin \varphi d\varphi) a \sin \varphi + a \cos \varphi d\varphi (a \cos \varphi) = a^2 d\varphi$$

$$B_z = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int \frac{a^2 d\varphi}{(a^2 + b^2 \varphi^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 i a^2}{4\pi b} \int_{-H}^H \frac{d\varphi}{(a^2 + b^2 \varphi^2)^{3/2}}$$

$$B_z = \frac{\mu_0 i a}{4\pi b} \left[\frac{z}{a^2 (a^2 + z^2)^{1/2}} \right]_{-H}^H = \frac{\mu_0 i}{2\pi b} \frac{H}{(a^2 + H^2)^{1/2}}$$