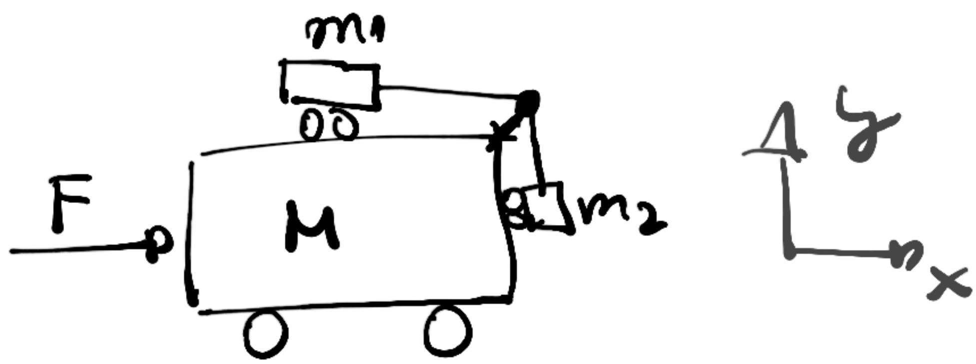
Pauta Aux 1

P1)

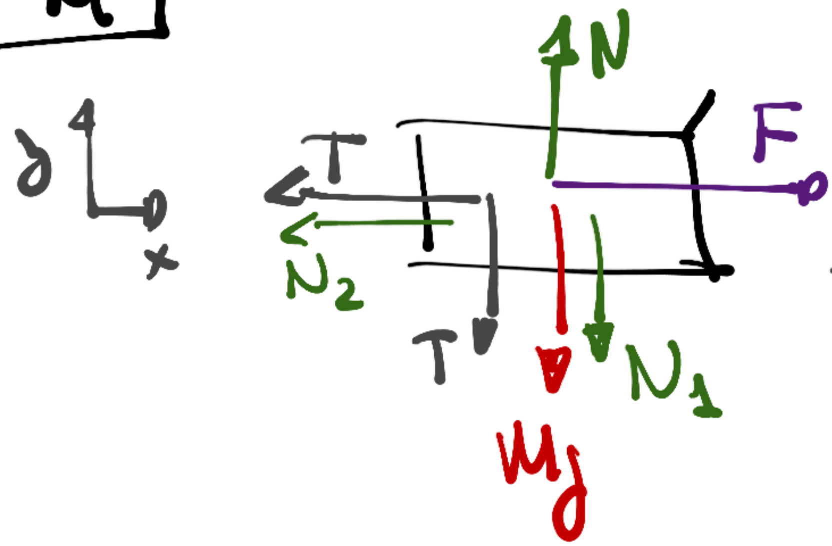
Tenemos el sistema:



y queremos encontrar F tal que m_2 no se mueva verticalmente:

Para ello primero realizemos los DCL por cada masa:

Para M:



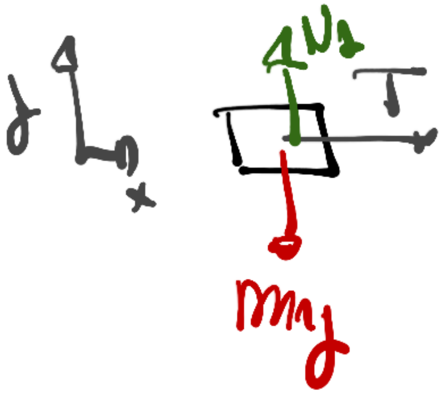
N es la normal del piso a M.

N_1 la normal de la superficie entre M y m_1

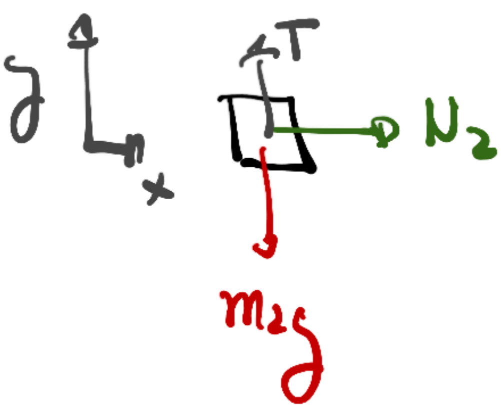
T es aplicada por  a M.

N_2 la normal de la superficie entre M y m_2

Para m_1:



m_2):



Con estos DCL, anotemos la 2da ley de Newton:

$$Ma_{My} = N - T - Mg - N_1$$
$$Ma_{Mx} = F - T - N_2$$
para M

$$m_1 a_{m_1 y} = N_1 - m_1 g$$
$$m_1 a_{m_1 x} = T$$
para m_1

$$m_2 a_{m_2 y} = T - m_2 g$$
$$m_2 a_{m_2 x} = N_2$$
para m_2.

Ahora notemos que ni M ni m_1 pueden moverse en el eje y $\rightarrow$ $a_{m_1 y} = a_{My} = 0$

y queremos que m_2 no se mueva en

y $\Rightarrow$ $\boxed{a_{m_2 y} = 0}$

- Aparte, notemos que para que se muevan todos juntos $a_{m_1 x} = a_{m_2 x} = a_{Mx} = a$

Quedandonos las ecuaciones:

$0 = N - T - Mg - N_1$ ①

$Ma = F - T - N_2$ ②

$0 = N_1 - m_1 g$ ③

$m_1 a = T$ ④

$0 = T - m_2 g$ (5)

$m_2 a = N_2$ (6)

De (5) $\boxed{T = m_2 g}$ (7)

Usando (7) en (4)

$m_1 a = m_2 g \longrightarrow \boxed{a = \frac{m_2 g}{m_1}}$ (8)

Por ultimo usando (7), (6) y (8) en (2)

$M a = F - T - N_2$

$M \cdot \frac{m_2 g}{m_1} = F - m_2 g - m_2 a$

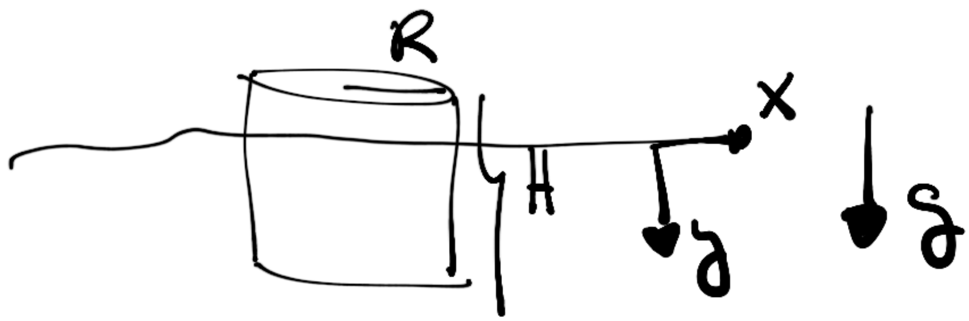
$$M\frac{m_2 g}{m_1} = F - m_2 g - m_2 \cdot \frac{m_2 g}{m_1}$$

$$\boxed{F = \frac{m_2 g}{m_1}\left(M + m_1 + m_2\right)}$$

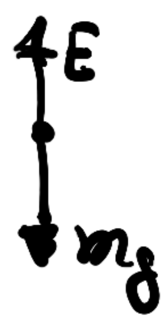
Esta es la fuerza que debe aplicarse!

P2)

Tenemos lo siguiente:



Sobre el corcho actúan 2 fuerzas, peso y empuje



$E = \rho g V_D$, donde ρ = densidad del fluido

V_D = volumen sumergido

$= \pi R^2 \cdot y$ (y = altura)

$\Rightarrow$ 2da ley de newton:

$$m \cdot a_y = mg - E \qquad (a_y = \ddot{y})$$

$$\boxed{m\ddot{y} = mg - \rho g \pi R^2 y} \ *$$

Si queremos que este en equilibrio: $\ddot{y} = 0$

$$0 = -\rho g \pi R^2 y_{ef} + mg$$

$$m\cancel{g} = \rho \cancel{g} \pi R^2 y_{ef}$$

$$\boxed{\frac{m}{\rho \pi R^2} = y_{ef}} \qquad (y \text{ indica hacia abajo})$$

b) Queremos obtener $y(t)$, para ello debemos resolver:

$$m\ddot{y} = mg - \rho g \pi R^2 y$$

$$m\ddot{y} = -\rho g \pi R^2 y + mg$$

$$\ddot{y} = -\frac{\rho g \pi R^2}{m} y + g$$

si denominamos $\omega^2 = \frac{\rho g \pi R^2}{m}$ queda:

$$\ddot{y} = -\omega^2 y + g$$

Una ecuación casi idéntica a $\ddot{x} = -\omega^2 x$, la cual sabemos como resolver.

Para arreglar esto:

$$\ddot{y} = -\frac{\rho g \pi R^2}{m} y + g$$

$$= -\frac{\rho g \pi R^2}{m} y + g \cdot \underbrace{\frac{m}{\rho g \pi R^2} \cdot \frac{\rho g \pi R^2}{m}}_{\text{multiplicar por 1}}$$

$$= -\frac{\rho g \pi R^2}{m} y + \underbrace{\frac{m}{\rho \pi R^2}}_{= y_{eq}} \cdot \frac{\rho g \pi R^2}{m}$$

$$\ddot{y} = -\underbrace{\frac{\rho g \pi R^2}{m}}_{\omega^2}(y - y_{eq})$$

$$\ddot{y} = -\omega^2 (y - y_{ef})$$

donde uno puede definir $z = y - y_{ef}$

donde $\ddot{z} = \ddot{y}$

$$\ddot{z} = -\omega^2 z$$

$\downarrow$

ya sabemos que $z(t) = z_0 \cdot \cos(\omega t + \phi)$

y además $z = y - y_{ef}$

$$\Longrightarrow \boxed{y = y_{ef} + z_0 \cos(\omega t + \phi)}$$

i) Como estamos hablando respecto al equilibrio, solo usamos $z(t)$:

Tenemos $z(t) = z_0 \cos(\omega t + \phi)$

y

Sabemos también: $\dot{z}(t) = v(t) = -\omega z_0 \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$

Si parte del equilibrio $\longrightarrow z(0) = 0$

$$0 = z_0 \cos(\phi)$$

$$\Rightarrow \boxed{\phi = \pi/2}$$

y además parte del reposo $\longrightarrow \dot{z}(0) = 0$

$$0 = -\omega z_0 \underbrace{\operatorname{sen}(\pi/2)}_{1}$$

$$\Rightarrow \boxed{z_0 = 0}$$

luego en este caso $z(t) = 0 \cdot \cos(\omega t + \pi/2)$

$$\boxed{z(t) = 0}$$

ii) posición inicial $= A \longrightarrow z(0) = A$

$$A = z_0 \cos(\phi)$$

y velocidad inicial $0 \Longrightarrow \dot{z}(0) = 0$

$$0 = -\omega z_0 \operatorname{sen}(\phi)$$

$\longrightarrow$

para que sea 0 $\boxed{\phi = 0}$

luego como $\phi = 0$ la ecuación de A queda:

$$A = z_0 \underbrace{\cos(0)}_{1}$$

$$\longrightarrow \boxed{z_0 = A}$$

iii) si $z(0) = A \;\wedge\; \dot{z}(0) = v_0$

Tenemos:

$$A = z_0 \cos\phi \qquad (1)$$

$$v_0 = -\omega z_0 \operatorname{sen}\phi \qquad (2)$$

$\rightarrow$ $(1)^2$: $\boxed{A^2 = z_0^2 \cos^2\phi}$ (3)

$(2)^2$: $v_0^2 = \omega^2 z_0^2 \operatorname{sen}^2\phi$

$$\boxed{\frac{v_0^2}{\omega^2} = z_0^2 \operatorname{sen}^2\phi} \qquad (4)$$

Sumando (3) + (4)

$$A^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2} = z_0^2 \overbrace{(\cos^2\phi + \operatorname{sen}^2\phi)}^{1}$$

$$\Rightarrow \boxed{z_0 = \sqrt{A^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}}$$

falta determinar ϕ: dividimos $\frac{(2)}{(1)}$

$$\frac{v_0 A}{\omega} = -\tan \phi$$

$$\rightarrow \phi = \arctan\left(\frac{-v_0 A}{\omega}\right)$$

P3)

Recordemos un par de reglas:

i) si $f(t) = t^n \longrightarrow \frac{d f}{dt}(t) = n t^{n-1}$

ii) si $f(t) = \cos(t) \longrightarrow \frac{d}{dt} f(t) = -\operatorname{sen}(t)$

Si $f(t) = \operatorname{sen}(t) \longrightarrow \frac{d}{dt} f(t) = \cos(t)$

iii) Si $f(t) = g(t) \cdot h(t) \longrightarrow \frac{d}{dt} f(t) = \frac{dg(t)}{dt} \cdot h(t) + g(t) \cdot \frac{d}{dt} h(t)$

iv) Si $f(t) = h(g(t)) \longrightarrow \frac{d}{dt} f(t) = h'(g(t)) \cdot g'(t)$

$\rightarrow$

1) $f(t) = t \cdot \sqrt{1+t^2}$

$$\frac{d f(t)}{dt} = \cancel{\frac{d}{dt} t}^{1} \cdot \sqrt{1+t^2} + t \cdot \frac{d}{dt} \sqrt{1+t^2} \quad (iii)$$

$$= \sqrt{1+t^2} + t \cdot \frac{d}{dt}\left(1+t^2\right)^{1/2}$$

(i), (iv)

$$+ t \cdot \frac{1}{2}\left(1+t^2\right)^{\underline{1/2-1}} \cdot \underline{\frac{d}{dt}\left(t^2\right)}$$

$$= \sqrt{1+t^2} + \frac{t}{\cancel{2}}\left(1+t^2\right)^{-1/2} \cdot \cancel{2}t$$

$$= \sqrt{1+t^2} + \frac{t^2}{\sqrt{1+t^2}}$$

2) $f(t) = \operatorname{sen}(\operatorname{sen}(\operatorname{sen}(t)))$

$$\frac{d}{dt}f(t) = f'(t) = \cos(\operatorname{sen}(\operatorname{sen}(t))) \cdot (\operatorname{sen}(\operatorname{sen}(t)))'$$

$$= \cos(\operatorname{sen}(\operatorname{sen}(t))) \cdot \cos(\operatorname{sen}(t)) \cdot (\operatorname{sen}(t))'$$

$$= \cos(\operatorname{sen}(\operatorname{sen}(t))) \cdot \cos(\operatorname{sen}(t)) \cdot \cos(t)$$

3) $f(t) = X_0 \cos(\omega t + \phi)$

$$\frac{df}{dt} = X_0 \cdot - \operatorname{sen}(\omega t + \phi) \cdot \frac{d}{dt}(\omega t)$$

$$= - X_0 \operatorname{sen}(\omega t + \phi) \cdot \omega$$

$$\boxed{= -\omega X_0 \operatorname{sen}(\omega t + \phi)}$$

4